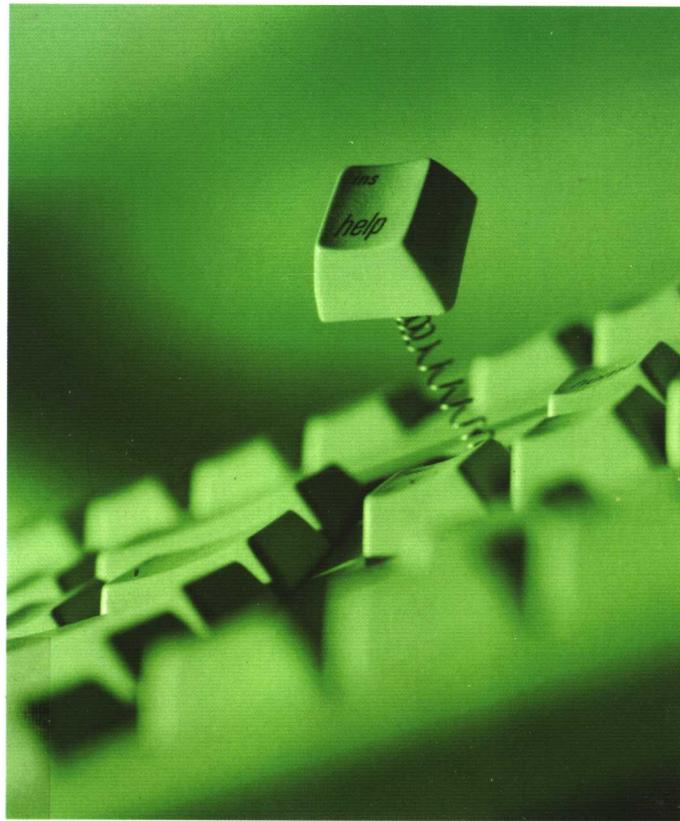


# ANSYS

## 结构有限元 高级分析方法与范例应用

尚晓江 邱 峰 等编著  
赵海峰 李文颖



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

万水 ANSYS 技术丛书

# ANSYS 结构有限元高级分析方法 与范例应用

尚晓江 邱峰 赵海峰 李文颖 等编著

中国水利水电出版社

## 内 容 提 要

本书将结构有限元分析的基本力学概念与 ANSYS 实践紧密结合，通过大量生动的原创性分析实例，向读者系统全面地介绍利用 ANSYS 进行各类结构分析的方法。本书内容选择上照顾到科研以及工程计算两方面读者的需要，涉及到各类常见工程结构及构件的各种分析问题以及一些力学过程或现象的分析专题。通过本书的学习，可使读者迅速地提高自身的 ANSYS 操作水平以及利用有限元技术进行结构分析的功底，从而具备在相关专业领域中进行高级结构分析的能力。

本书适合于作为土木、机械、航空、力学等相关专业研究生或高年级本科生学习结构数值分析及 ANSYS 软件应用课程的主要学习参考书。对从事结构分析的工程技术人员也具有一定的参考价值。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

ANSYS 结构有限元高级分析方法与范例应用 / 尚晓江等编著. —北京：  
中国水利水电出版社，2005

(万水 ANSYS 技术丛书)

ISBN 7-5084-3338-6

I . A… II . 尚… III . 有限元分析—应用程序, ANSYS IV.0241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 119320 号

书 名	ANSYS 结构有限元高级分析方法与范例应用
作 者	尚晓江 邱峰 赵海峰 李文颖 等编著
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)、82562819 (万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
经 售	
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市天竺颖华印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 25.25 印张 617 千字
版 次	2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	45.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

# 前　　言

目前，很多高校的相关理工科专业（土木、机械、航空、力学等）都将有限单元法作为必修的专业课。但在学了有限元课程之后，还必须熟练地掌握相关的有限元分析软件，才能将有限元基本理论有效应用到工程问题的分析中。

作为著名的通用有限元分析软件，ANSYS 因其强大的功能而受到越来越多的结构分析及其他相关专业科研与工程计算人员的青睐，可以说，ANSYS 是架设于有限元理论和实际工程结构计算问题之间的桥梁。

本书的写作特色是将结构有限元分析的基本力学概念与 ANSYS 实践紧密结合，通过大量生动的原创性分析实例，向读者系统全面地介绍 ANSYS 结构分析的方法。尽量照顾到科研以及工程计算两方面读者的需要。本书在内容组织上分为三篇：

## 第一篇：ANSYS 有限元分析基础

内容包括桁架结构、梁系结构、弹性平面问题、轴对称问题、空间问题、板壳结构等各种弹性结构的有限元静力分析问题，本篇列举了 7 个典型的工程实例。

## 第二篇：ANSYS 高级结构分析

内容包括结构非线性分析、结构的动力分析、结构的稳定性分析、结构最优化设计以及子结构技术的应用等 5 个结构分析高级专题，本篇列举了 11 个典型的工程实例。

## 第三篇：工程范例精选

内容包括三个精选的很有代表性的工程结构综合分析范例，即：海洋钢导管架石油平台结构、框架剪力墙高层建筑结构以及施威德勒型球面网壳结构的 ANSYS 分析。每个问题均进行了一系列相关的分析，帮助读者将 ANSYS 结构分析方法融会贯通。

建议读者不妨在学习有限元课程时，把 ANSYS 作为一个数值仿真的实验室，通过大量的同步上机实践（用本书的例题即可），亲自体会结构有限元分析的计算机实现过程。我们认为只要基本概念清楚，基本操作熟练，就不难结合自身的专业背景和本书介绍的基本操作方法，由浅入深地进行一些有特色的专业问题的分析。相信通过本书的学习，读者定能迅速地提高自身的 ANSYS 操作水平以及利用有限元技术进行结构分析的功底，从而具备在相关专业领域中从事高级结构分析的能力。

本书适合于作为土木、机械、航空、力学等相关专业研究生或高年级本科生学习结构数值分析及 ANSYS 软件应用课程的主要学习参考书。对从事结构分析的工程技术人员，也是很有价值的参考资料。

本书由中科院力学所尚晓江、邱峰、赵海峰、李文颖等负责编写。参加编写和录入工作的还有魏久安、苏建宇、张骥、潘冠群、谢季佳、左树春、冯丽萍、刘金兴、卢靖、蒋迪、李德聪、袁志达、张自兵、王艺、王化锋、陈小亮、杨海波、宋谦、杨伟、石伟兴、聂慧萍、史雪松、张永芳、王惠平等。同济大学结构工程专业研究生宋谦向作者提供了关

于空间结构分析的资料，中科院力学所的邓守春博士、ANSYS-China 北京办事处龙丽平博士等在本书编写过程中帮助作者解决了一些具体的技术问题，一并在此表示感谢。此外，还要感谢中国水利水电出版社编辑人员为本书出版而付出的辛勤劳动。

由于时间仓促和编写者认识水平的局限，书中不当和错误之处在所难免，欢迎读者朋友批评指正。作者联系方式：

[shj\\_cas@sina.com](mailto:shj_cas@sina.com), [zhf@lnm.imech.ac.cn](mailto:zhf@lnm.imech.ac.cn)

编 者

2005年7月

# 中国水利水电出版社隆重推出

## ·项目开发风暴系列·

经典项目 完整案例 提供典型行业解决方案

拥有此套书

犹如身边有位资深的技术和管理专家辅助左右，  
让你管理和开发中大型软件时得心应手



每个案例都是精挑细选

尽可能使用到所讨论语言的主要技术特征

提供技术要点和难点分析辅助分析资料和翔实的注释信息

# 中国水利水电出版社隆重推出 万水计算机实用技术大全系列



- 精选500个Visual C++编程技巧。
- 全方位直击Visual C++编程技术精要，涵盖MFC和NET精髓。
- 以问答形式进行讲解。
- 以编程实例形式讲解加以明证。

罗斌 等编著

ISBN 7-5084-2585-5

定价：48.00元

- 网站建设一线的精英，最新的实践经验与知识积累
- 共同领略网站建设的玄机奥妙，轻松漫步互联网
- 精心收集的实用资料，网站实现过程分门别类的说明
- 初学者的借鉴技术手册，网站开发者的高级指南

申朝阳 宋颜浩 主编

ISBN 7-5084-2618-5

定价：95.00元

- 精选250个经典实例，内容精彩
- 图形图像、网络通信、数据库系统开发等一网打尽
- 汇聚高手智慧，提升编程境界

罗斌 等编著

ISBN 7-5084-2812-9

定价：48.00元



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

地址：北京市三里河路6号 邮编：100044

电话：(010)63202266(总机) (010)68331835(营销中心)

网址：[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

E-mail：[sales@waterpub.com.cn](mailto:sales@waterpub.com.cn)

# 目 录

前言

## 第 1 篇 ANSYS 结构有限元分析基础

<b>第 1 章 ANSYS 结构有限元分析概述</b>	2
1.1 有限元基本思想及其 ANSYS 实现过程	2
1.1.1 结构有限元分析的基本思想	2
1.1.2 ANSYS 结构有限元分析流程	6
1.2 ANSYS 基本操作精要	9
1.2.1 ANSYS 的两种操作方式与基本程序架构	9
1.2.2 ANSYS 的 GUI 操作方法精要	10
1.2.3 ANSYS 批处理操作与 APDL 语言	23
1.3 ANSYS 工程结构分析的演示性例题	29
1.3.1 GUI 中的分析过程	29
1.3.2 批处理分析过程	33
<b>第 2 章 桁架杆系有限元分析及 ANSYS 实例</b>	35
2.1 桁架杆系的有限元分析概要	35
2.2 ANSYS 中提供的二力杆单元	38
2.2.1 Link1 单元特性简介	38
2.2.2 Link8 单元特性简介	39
2.2.3 Link10 单元特性简介	40
2.3 应用实例：平板网架结构的静力分析	42
<b>第 3 章 梁系结构分析方法及 ANSYS 实例</b>	51
3.1 梁系结构有限元分析提要	51
3.2 ANSYS 中的梁单元	52
3.2.1 BEAM3 单元特性介绍	52
3.2.2 BEAM4 单元特性介绍	54
3.2.3 BEAM188 和 BEAM189 梁单元特性简介	56
3.3 分析实例：建筑井式斜梁格的分析	58
<b>第 4 章 弹性平面问题的有限元分析及 ANSYS 算例</b>	68
4.1 弹性平面问题有限元分析的基本方法	68
4.2 ANSYS 提供的平面问题单元	70
4.3 分析实例：岩体中的公路隧洞工程	73

<b>第 5 章 轴对称问题的有限元分析及 ANSYS 算例 .....</b>	<b>82</b>
5.1 ANSYS 轴对称问题有限元分析提要 .....	82
5.2 分析实例：厚壁空心球的轴对称分析 .....	83
<b>第 6 章 三维实体结构的 ANSYS 分析及算例.....</b>	<b>95</b>
6.1 三维实体结构 ANSYS 有限元分析提要 .....	95
6.2 分析实例：工业厂房牛腿柱的受力分析 .....	96
<b>第 7 章 板壳结构的 ANSYS 分析及算例.....</b>	<b>108</b>
7.1 板壳结构 ANSYS 有限元分析提要 .....	108
7.2 应用实例：圆柱壳屋面结构的静力分析 .....	110

## 第 2 篇 ANSYS 结构分析高级专题

<b>第 8 章 ANSYS 动力有限元分析.....</b>	<b>119</b>
8.1 动力分析综述 .....	119
8.1.1 结构固有振动特性的分析 .....	120
8.1.2 谐响应分析 .....	121
8.1.3 瞬态动力学分析 .....	122
8.1.4 谱分析 .....	122
8.2 结构振动模态分析的过程和实例 .....	122
8.2.1 模态分析操作过程 .....	122
8.2.2 预应力模态分析 .....	126
8.2.3 模态分析实例：预应力简支梁的模态分析 .....	126
8.3 谐响应分析的过程和实例 .....	133
8.3.1 完全法谐响应分析操作过程 .....	133
8.3.2 缩减法谐响应分析过程 .....	136
8.3.3 模态叠加法谐响应分析 .....	138
8.3.4 谐响应分析实例：悬索拱桥的谐响应分析 .....	139
8.4 瞬态分析的过程和实例 .....	147
8.4.1 完全法瞬态动力学分析 .....	147
8.4.2 缩减法瞬态动力学分析 .....	151
8.4.3 模态叠加法瞬态动力学分析 .....	151
8.4.4 瞬态分析实例：吊车梁在移动载荷作用下的响应分析 .....	153
8.5 谱分析的过程和实例 .....	158
8.5.1 单点响应谱分析 .....	159
8.5.2 随机振动分析 .....	162
8.5.3 单点响应谱分析实例：悬索拱桥地震载荷响应 .....	164
<b>第 9 章 利用 ANSYS 进行结构非线性分析 .....</b>	<b>169</b>
9.1 ANSYS 结构非线性分析概述 .....	169

9.1.1	结构非线性问题的三种类型 .....	169
9.1.2	非线性有限元问题的一般求解方法 .....	171
9.2	ANSYS 结构非线性分析的过程与选项 .....	174
9.3	接触问题的分析方法 .....	180
9.3.1	接触问题概述 .....	180
9.3.2	ANSYS 的接触分析功能 .....	180
9.3.3	ANSYS 接触分析的一般过程 .....	181
9.4	工程实例 1：油罐底效应的简化分析 .....	182
9.5	工程实例 2：钢筋混凝土梁的弹塑性分析 .....	191
9.5.1	SOLID65 单元简介及问题分析规划 .....	191
9.5.2	建立分析模型 .....	192
9.5.3	分析及后处理 .....	202
9.6	工程实例 3：插销拨拉过程的接触分析 .....	211
<b>第 10 章</b>	<b>结构的稳定性分析方法及 ANSYS 范例 .....</b>	<b>225</b>
10.1	ANSYS 结构稳定性分析的基本概念 .....	225
10.2	圆柱面屋盖的特征值屈曲分析 .....	226
10.3	工字梁的弯扭屈曲分析 .....	229
10.3.1	建立分析模型 .....	229
10.3.2	特征值屈曲分析与结果显示 .....	235
10.3.3	非线性屈曲分析与结果评价 .....	237
<b>第 11 章</b>	<b>ANSYS 结构最优化设计 .....</b>	<b>243</b>
11.1	ANSYS 优化设计问题的数学表述与一般流程 .....	243
11.2	分析实例：平板网架结构的优化设计 .....	245
<b>第 12 章</b>	<b>子结构技术简介 .....</b>	<b>261</b>
12.1	子结构的概念 .....	261
12.2	子结构分析的步骤 .....	262
12.2.1	生成部分 .....	263
12.2.2	使用部分 .....	265
12.2.3	扩展部分 .....	266
12.3	子结构分析实例 .....	267
12.3.1	问题描述 .....	267
12.3.2	分析过程 .....	267
<b>第 3 篇</b>	<b>工程范例精选</b>	
<b>第 13 章</b>	<b>框架—剪力墙结构的分析 .....</b>	<b>281</b>
13.1	框架—剪力墙结构简介 .....	281
13.1.1	框架—剪力墙基础知识 .....	281

13.1.2 分析对象介绍 .....	282
13.2 框架—剪力墙结构的模型建立 .....	283
13.2.1 结构建模的总体规划 .....	283
13.2.2 几何模型的建立 .....	284
13.2.3 划分网格 .....	287
13.3 重力载荷作用下的结构响应 .....	289
13.3.1 计算重力载荷作用下的结构响应 .....	289
13.3.2 观察变形位移和应力分布 .....	290
13.4 风载荷作用下的结构响应 .....	292
13.4.1 风载荷简介 .....	292
13.4.2 计算风载荷作用下的结构响应 .....	293
13.4.3 观察变形位移和应力分布 .....	294
13.5 结构模态分析 .....	298
13.5.1 计算模态解 .....	298
13.5.2 结果观察与分析 .....	298
13.6 地震作用下的结构响应 .....	300
13.6.1 地震载荷简介 .....	300
13.6.2 计算地震作用瞬态解 .....	300
13.6.3 观察地震作用结构响应 .....	301
13.7 单元实常数表 .....	305
13.8 模型建立命令流文件 .....	305
13.9 地震加速度数组 .....	310
<b>第 14 章 海洋石油平台结构的动力分析 .....</b>	<b>315</b>
14.1 海洋平台结构简介 .....	315
14.1.1 海洋平台的发展历史及应用背景 .....	315
14.1.2 海洋石油平台的结构特点 .....	316
14.2 平台结构的模型建立 .....	316
14.2.1 结构建模的总体规划 .....	317
14.2.2 几何模型的建立 .....	317
14.2.3 划分网格 .....	320
14.3 海洋平台模态分析 .....	322
14.3.1 计算模态解 .....	322
14.3.2 结果观察与分析 .....	323
14.4 海洋平台谐响应分析 .....	325
14.4.1 计算谐响应解 .....	325
14.4.2 结果观察与分析 .....	327
14.5 冰载荷作用下海洋平台结构响应 .....	329

14.5.1 获得瞬态分析解 .....	329
14.5.2 观察结果 .....	331
14.6 波浪载荷作用下海洋平台随机分析 .....	333
14.6.1 波浪载荷简介 .....	334
14.6.2 获得谱解 .....	334
14.6.3 合并模态 .....	337
14.6.4 计算响应的功率谱密度 .....	337
14.7 单元实常数表 .....	340
14.8 模型建立命令流文件 .....	340
<b>第 15 章 大跨空间结构的建模与分析.....</b>	<b>353</b>
15.1 大跨空间结构的 ANSYS 建模与分析概述 .....	353
15.2 一个施威德勒型球面网壳的建模过程详解 .....	355
15.3 网壳结构的固有振动特型分析 .....	360
15.4 网壳的特征值屈曲分析 .....	362
15.5 考虑初始缺陷的非线性屈曲分析 .....	366
<b>附录 A 部分结构单元的形函数 .....</b>	<b>370</b>
A.1 一维单元 .....	370
A.2 二维单元 .....	370
A.3 三维单元 .....	371
<b>附录 B ANSYS 结构分析常用命令参考 .....</b>	<b>373</b>

# 第1篇 ANSYS 结构有限元分析基础

---

## 本篇学习导引

由于有限元仿真分析在工程技术中应用的广泛性，目前很多高校的理工科相关专业（土木、机械、航空、力学等）都将有限单元法作为必修的专业课程。但是出现了一个问题，即理论学习和解决工程问题之间的脱节。如果学了有限元之后，要达到利用它来解决工程实际问题的目的，还必须熟练地掌握至少一种有限元分析软件，否则无法将有限元技术的基本理论有效地应用于工程问题的分析中去。

作为著名的通用有限元分析软件，ANSYS 因其强大的仿真分析功能而受到越来越多的结构分析以及其他相关专业科研与工程计算人员的青睐。可以说学好了 ANSYS，就是搭起了有限元技术和解决各种工程结构计算问题之间的桥梁。读者不妨在学习有限元课程时，把 ANSYS 作为一个数值仿真的实验室，通过大量的同步上机实践（用本书的例题即可），亲身体会结构有限元分析的实现过程。相信通过本篇的学习，读者定能极大地提高自身的 ANSYS 操作能力以及利用有限元技术进行结构分析的实践水平，为高级有限元结构分析以及具体专业领域的工程问题的解决练就扎实的基本功。

本篇结合有限元技术处理工程问题的基本思路及其在 ANSYS 中的具体实践，对各种不同的结构有限元分析问题的 ANSYS 实现方案进行了详细的讲解，同时配置了相当数量的分析实例，旨在帮助读者结合自身的有限元知识，由浅入深地掌握各种工程结构类型在 ANSYS 中进行分析的过程。本篇涉及到了桁架结构、梁系结构、平面问题、轴对称问题、三维问题、板壳结构等各种弹性结构的有限元静力分析问题。本篇中还列举了相当数量的典型工程实例。

# 第1章 ANSYS 结构有限元分析概述

## ■ 本章导读

有限元分析软件的作用在于，它架起了有限元方法与工程结构计算机辅助分析之间的桥梁。有限元分析软件不同于一般的应用软件，它要求使用者不仅具有操作经验，而且对相关理论背景要有必要的了解，否则难以正确有效地利用软件解决各种实际工程问题。

本章围绕结构有限元分析的基本思想及其在 ANSYS 中实现的基本流程、基本操作进行讲解，旨在帮助读者建立 ANSYS 工程结构有限元分析的正确概念，对有限元方法的基本框架以及 ANSYS 程序的基本架构有一个清楚的认识。

本章包括如下的一些主题：

- 有限元基本思想及其 ANSYS 实现过程
- ANSYS 基本操作精要
- ANSYS 工程结构分析的演示性例题

## 1.1 有限元基本思想及其 ANSYS 实现过程

有限元法，又称有限单元法，是结构工程师和应用数学研究人员共同智慧的结晶。1956年，Turner, Clough 等人首次将刚架分析的位移法推广到弹性力学平面问题，并应用于飞机结构的分析中。他们首次给出了三角形单元求解弹性平面应力问题的正确解答。1960 年，Clough 第一次提出“有限单元法”的名称。经过数十年的发展，有限单元法已经成为解决各类工程实际问题的有效途径。可供选用的单元类型、算法类型以及相关的计算机软件开发都发展到了前所未有的成熟水平。

有限单元法正在成为计算机辅助设计以及计算机辅助制造的重要组成部分，有限元理论及相关软件的应用也正在成为越来越多理工科专业的必修或选修课程。

### 1.1.1 结构有限元分析的基本思想

本节旨在帮助读者系统条理地了解结构有限单元法的基本思想，为此，首先来介绍一些相关的基本概念。

#### ➤ 弹簧 (SPRING):

弹簧作为力学分析中的最基本元件之一，其特性是在一定外力作用下将产生变形。如果作用力不超过弹簧的弹性极限，则撤除作用力之后弹簧的变形可以完全消失，这种特性在力学中被称为弹性；相反，如果作用力超过其弹性限度，即使作用力完全撤除也将形成一定的永久变形。大量实验证实，在弹性限度内，弹簧的弹力  $F$  与其长度的变化量  $\Delta l$  成正比，这一特性被称为 Hooke 定律，是线性弹性力学学科体系（包括弹性结构分析）的理论基础：

$$F = k\Delta l$$

其中，比例系数  $k$  称为弹簧的刚度（或劲度）系数，表示单位伸长（或缩短）引起的弹簧内力

的绝对值。

对于多个弹簧并联组成的弹簧，其刚度系数等于各弹簧刚度系数之和，这一点可以从图 1-1 所示的简单弹簧并联模型中清楚地得出。

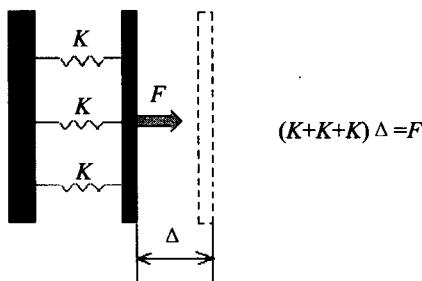


图 1-1 简单弹簧并联模型示意图

并联弹簧的模型，实际上已经包含了结构有限元计算的核心思想，即：各个弹性元件的刚度系数都作为系统刚度系数的一部分，各个元件共同抵抗外力的作用且变形保持协调（即几何条件），各个弹簧元件的内力之和等于作用外力（即平衡条件）。

#### ➤ 刚度 (STIFFNESS):

刚度是弹性结构分析中最为重要的概念之一，其实质就是弹簧的刚度系数。它可以是弹性结构中任意一点沿任意一个方向（平移或者转动）发生单位微小位移所需施加的力（力矩）。它表征结构或构件的力与变形之间的比例关系。

图 1-2 为一些结构的刚度其物理意义的图示。

在图 1-2 (a) 中，拉压杆的右端发生单位微小轴向位移时所需施加的力为  $F=EA/l$ ，因此该拉压杆的轴向抗拉（压）刚度为  $EA/l$ 。

在图 1-2 (b) 中，悬臂梁的自由端发生单位微小竖向挠度时，需要施加的端部集中力为  $F=3EI/l^3$ ，因此悬臂梁的抗侧向变形刚度为  $3EI/l^3$ 。

在图 1-2 (c) 中，一次超静定梁的固定端发生单位微小的转角时，需要施加的力矩为  $M=3EI/l$ ，因此该超静定梁固定端的平面内转动刚度为  $3EI/l$ 。

由上面这些例子可以看出，弹性结构中的元件（杆件、板件、壳体等）与弹簧的实质是相同的，其共同特征在于力与变形（作广义的理解）之间满足某种线弹性比例关系。

#### ➤ 单元 (ELEMENT):

单元是组成有限元分析模型的基本元件，一定数量的大小、形状和力学特性等各异的单元连接在一起就组成了结构有限元分析的模型。通常意义上的结构单元由节点连接而成，具有各种几何外形（如点、直线段、三角形、六面体等）。

#### ➤ 节点 (NODE):

节点是构成单元的要素，不同类型的单元其节点具有不同意义和数量的运动学自由度。相邻的单元之间通过公共节点连接在一起（可以是只耦合线位移的铰接，也可为耦合线位移和转动的刚性连接），位移边界上的单元通过边界节点与地基相连。

#### ➤ 自由度 (DEGREE OF FREEDOM):

自由度指的是节点所具有的各种运动学自由度，例如：空间梁单元的一个节点具有 6 个

自由度，即 3 个平动自由度（一个轴向、两个横向线位移）和 3 个转动自由度（一个扭转角、两个弯曲转角），而平面三角形单元一个节点具有 2 个自由度（线位移）。

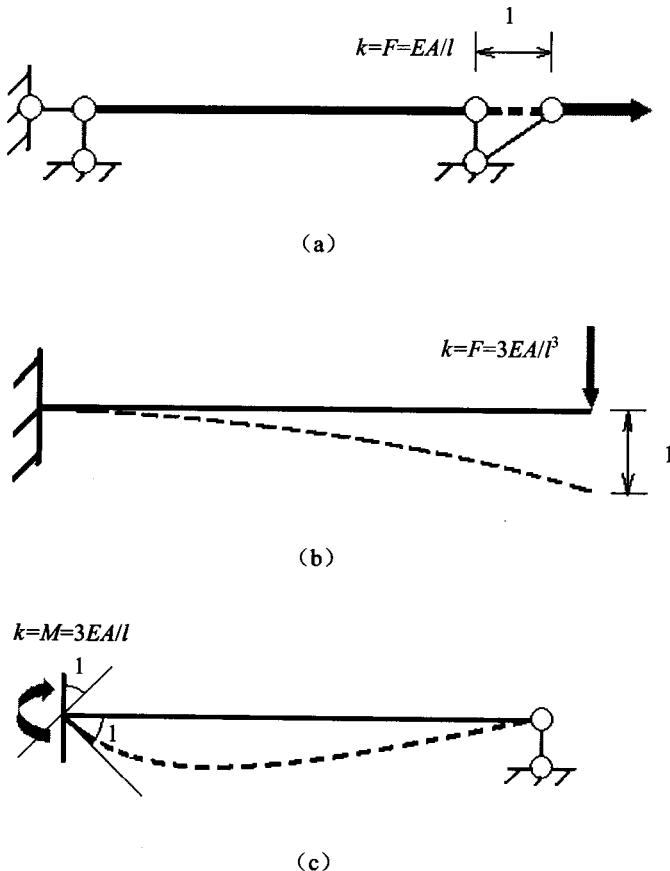


图 1-2 刚度概念的图示

在上述概念的基础上，下面介绍结构有限单元法的基本思想。

有限单元法实质上是一种数值计算方法，其首先将实际的结构划分为一系列的离散单元（这些单元之间通过公共节点连接到一起），然后对这些单元的组合体进行分析。通常的结构有限单元分析过程包括如下的具体步骤。

### 1. 结构离散化

通过这一步骤将实际结构划分为一系列单元的组合体，这也是一切数值方法求解过程的共同之处，即将连续问题离散化。

对于杆件结构系统，由于结构本身存在着自然的节点连接关系，因此杆件结构系统是自然离散系统，如图 1-3 所示。

但是对于各种实体结构来说，必须经过一个离散的过程，将连续体划分为一系列离散单元的组合体，才能形成有限单元分析的模型。图 1-4 所示为是一些实际结构离散化的例子，其中左图为弹丸冲击墙体的模型，右图为机械部件的有限单元模型。

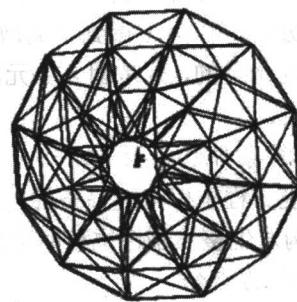
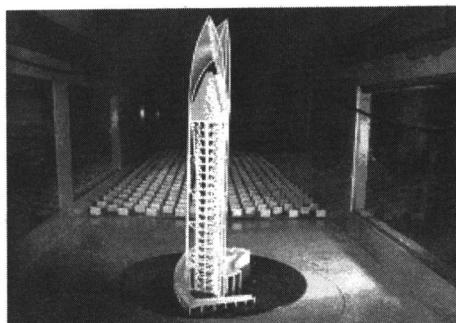


图 1-3 自然离散的杆件结构系统

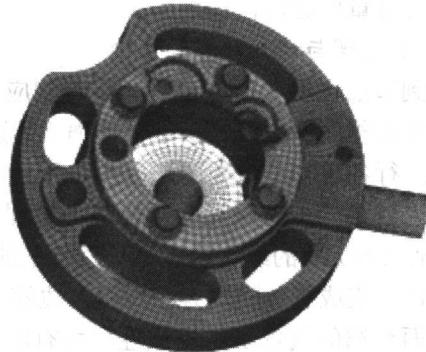
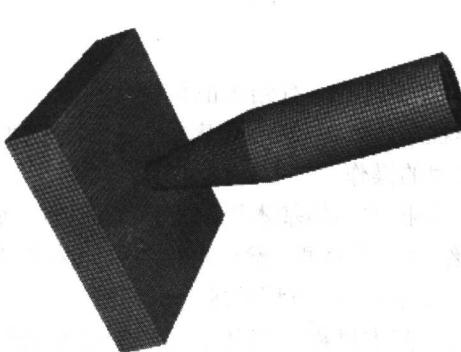


图 1-4 实体结构离散化的例子

## 2. 单元特性分析

这一步骤是有限单元分析的基础，其目的在于通过分析得到单元节点力与节点位移之间的力学关系，即计算单元刚度矩阵（简称单刚）。

对于力学特性和几何形状都相似的单元，通过单元分析得到其力学特性上的共性，于是这种单元成为一类可构成有限元模型的标准元件。

杆件单元的刚度矩阵可通过直观的力学概念得到，而各种实体单元的单元刚度矩阵需要先假设单元内部的位移插值模式，再通过变分原理（最小势能原理）得到。需强调的一点是，单元刚度矩阵是奇异矩阵。

通过单元特性分析，得到各种类型单元刚度矩阵的一般形式，便于计算机编程过程中的标准化和规范化处理。

## 3. 结构分析

有限单元计算中的基本原则之一，就是满足相邻单元在公共节点上的位移协调条件。于是，相邻单元在公共节点对应位移自由度上的刚度系数（即单位变形所需施加的力）被叠加到一起，共同抵抗公共节点的变位。

这一步骤的具体数学处理形式为：在一个结构总体刚度矩阵中单元刚度矩阵元素之间的分块叠加，如果与一个节点对应的刚度矩阵元素被作为一个子块，则结构刚度矩阵一共包含节点总数个子块。与之相对应的，所有节点载荷也按照结构中的节点编号次序组成结构的节点载荷列向量。这样做的结果，是建立起整个结构的所有节点载荷与节点位移之间的关系，实际上