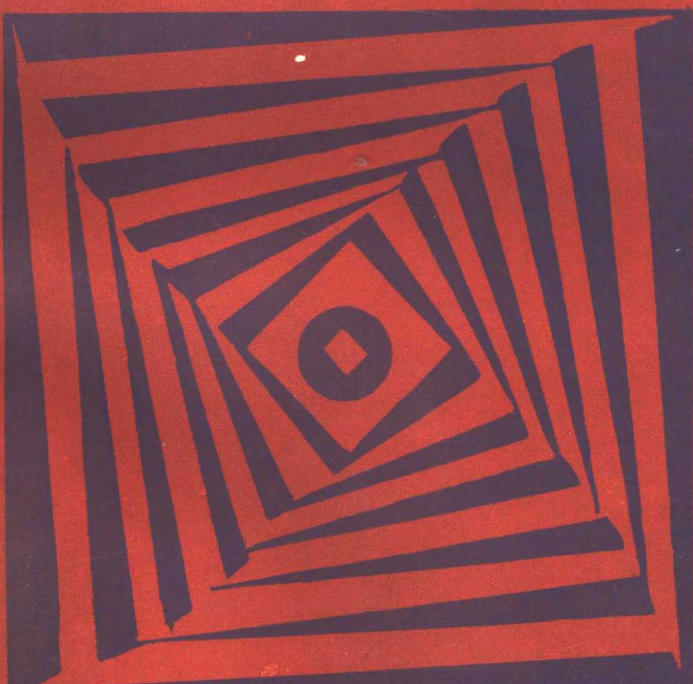
一九八五年全国中考
数学试题选解

泉源



陕西科学技术出版社

一九八五年全国中考

数 学 试 题 选 解

泉　源

陕西科学技术出版社

一九八五年全国中考
数学试题选解
泉 源
陕西科学技术出版社出版
（西安北大街131号）
陕西省新华书店发行 商洛地区印刷厂印刷
787×1092毫米 32开本 6.5印张 136千字
1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷
印数：1—20,000
统一书号：7202·123 定价：1.10元

前　言

为了使广大师生及时了解全国各地一九八五年初中毕业升学统考数学试题的内容和形式，有助于复习和辅导，本书将二十三个省市，具有代表性的数学试卷汇集成册，奉献给读者。具体编排保持了原试卷的结构、测试标准和形式。试题的解答过程及结果附在各份试卷之后。在题解中，除指出基本理论依据，注意解题思路和方法外，有些典型或综合题还进行了分析讨论，或一题给出多种解法。对广大初中毕业生、社会青年在进行升学复习时了解出题类型，把握复习重点、熟悉解题方法和技巧以及自学、自测将是一本有用的参考书。

在本书末附上所有选编试题的测试内容统计表，使读者可了解到测试内容的重点、各类题目在试卷中所占比例，以及题目类型的发展变化。因此，这本书也是教师研究教学和考试试题，对学生进行毕业复习辅导的重要参考材料。

由于编者水平所限，书中缺点在所难免，敬请读者批评指正。

编　者　一九八五·十

目　录

北京市初中毕业、升学统一考试题

一、填空：（共27分。1～6小题，每空2分；7～9小题，每空3分）

1．计算：$(a^3)^2=$________，$a^3b^2\div ab=$________.

2．$\frac{4}{9}$的算术平方根是________.

3．计算：$8^{\frac{1}{3}}=$________，$\log_2 8=$________.

4．不等式$|x|<2$的解集是________.

5．$\angle\alpha=32°18'$，$\angle\alpha$的余角等于________.

6．在⊙O中，70°的弧所对的圆心角的度数是________，所对的圆周角的度数是________.

7．已知正六边形的边长为2，那末它的边心距为________.

8．和已知线段的两个端点的距离相等的点的轨迹，是________________.

9．已知P_1、P_2两点的坐标分别为P_1（0，2）、P_2（3，5），那末P_1、P_2两点间的距离是________。

二、解下列各题：（24分）

1　（5分）把x^3-9x分解因式。

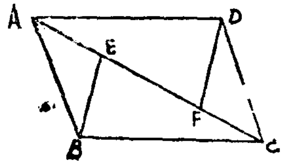
2．（7分）解方程$\sqrt{x-1}=3-x$。

3．（6分）在△ABC中，AD是∠BAC的平分线，AB＝7，AC＝3，BC＝5，求BD、DC的长。

4．（6分）已知$\lg 3=0.4771$，$\lg 5=0.6990$，求$\lg 15$的值。

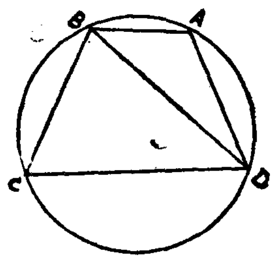
三、（9分）解方程组
$$\begin{cases} x=y+4, & \cdots\cdots(1) \\ x^2-5xy+6y^2=0. & \cdots(2) \end{cases}$$

四、（9分）如图，E、F是平行四边形ABCD上的对角线AC上的两点，并且AE＝CF。求证：BE＝DF。



五、（10分）A、B两地相距30公里。甲、乙两人同时骑自行车从A地出发到B地.甲比乙每小时快2公里，结果甲比乙早到半小时。两人骑自行车每小时各行多少公里？

六、（12分）如图，圆内接四边形ABCD中，AB＝3，AD＝5，BD＝7，∠BDC＝45°。



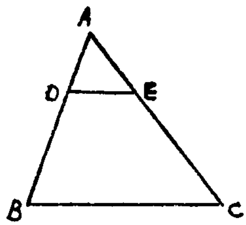
1．求sin A的值；

2．求BC的长。

七、（12分，每小题4分）以下每个小题都给出代号为A、B、C、D四个答案，其中有一个是正确的，把正确答案的代号填在括号内。填对得4分，不填、填错或填出的代号超过一个的得0分。

1．在△ABC中，DE∥BC，AE＝1，EC＝2，那末

△ADE面积与△ABC面积的比为(　　　).



(A) 1 : 2;

(B) 1 : 3;

(C) 1 : 4;

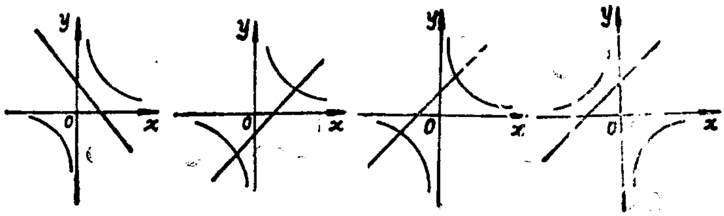
(D) 1 : 9.

2. 已知x、y是实数，且 $(|x|-1)^2+(2y+1)^2=0$，那末x+y的值是(　　　).

(A) $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{3}{2}$;

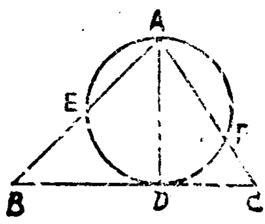
(D) -1.

3. 当k>0时，函数 $y=kx+k$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的图象为(　　　).



(A)　(B)　(C)　(D)

八、(12分) 如图，在△ABC中，∠B=45°，AD⊥BC于D，以AD为直径的圆交AB于E，交AC于F。求证：AB·EB=AC·AF



九、（12分）在△ABC中，∠C＝60°，BC＝a，
AC＝b，a＋b＝8．

1．试写出△ABC的面积S与边长a的函数关系式；

2．当a等于多少时，S有最大值？并求出最大值；

3．画出第1问中函数的图象示意图．

十、（13分）如果二次函数$y=mx^2+(m-3)x+1$的图象与x轴的交点至少有一个在原点的右侧，试求m的取值范围．

解　答

一、1．a^6，a^2b；　2．$\frac{2}{3}$；　3．2，3；

4．$-2<x<2$；　5．57°42′；　6．70°，35°；

7．$\sqrt{3}$；　8．已知线段的垂直平分线；

9．$3\sqrt{2}$．

二、1．解：原式$=x(x^2-9)$

$=x(x+3)(x-3)$

2．解：两边平方，得$x-1=9-6x+x^2$

整理，得$x^2-7x+10=0$

解这个方程，得　$x_1=5$，　$x_2=2$

经检验，$x=5$是增根，舍去，

$\therefore x=2$是原方程的根．

3．解：在△ABC中

∵AD是∠BAC的平分线，

∴AB：AC＝BD：DC

即 $7:3=BD:5-BD$

解得，$BD=\frac{7}{2}$

则 $5-BD=\frac{3}{2}$

$\therefore BD=\frac{7}{2}$，$DC=\frac{3}{2}$

4．解：$\lg 15=\lg(3\times 5)$

$=\lg 3+\lg 5$

$\doteq 0.4771+0.6990$

$=1.1761$

三、解：把（1）式代入（2）式，得

$y^2-6y+8=0$

解这个方程，得 $y_1=4$，$y_2=2$

把 $y_1=4$，$y_2=2$ 分别代入（1）式，

得 $x_1=8$，$x_2=6$

∴原方程组的解是：

$$\begin{cases} x_1=8 \\ y_1=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=2 \end{cases}$$

四、证明：$\because AB\parallel CD$

$\therefore \angle BAE=\angle DCF$

又 $\because AB=CD$

$AE=CF$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CDF$

$\therefore BE=DF$

五、解：设甲的速度为 x 公里/小时，

则乙的速度为（x－2）公里/小时。

依题意，得 $\frac{30}{x-2}-\frac{30}{x}=\frac{1}{2}$

整理，得 $x^2-2x-120=0$

解这个方程，得

$$x_1=12,\quad x_2=-10$$

经检验，$x_1=12$，$x_2=-10$ 都是原方程的根。

因为速度为负数不合题意，所以只取 $x=12$，这时 $x-2=10$。

答：甲每小时行12公里，乙每小时行10公里。

六、解：1．在圆内接三角形ABD中，

AB＝3，AD＝5，BD＝7，

由余弦定理，得

$$\cos A=\frac{AB^2+AD^2-BD^2}{2\times AB\times AD}$$

$$=\frac{3^2+5^2-7^2}{2\times 3\times 5}$$

$$=-\frac{1}{2}$$

$\therefore A=120°$

$\therefore \sin A=\sin 120°$

$$=\sin(180°-60°)=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

2．$\because$ 四边形ABCD内接于圆，

$\therefore \angle C=180°-\angle A$

$=180°-120°$

$=60°$

在△BCD中，由正弦定理，得

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ}=\frac{BD}{\sin C}$$

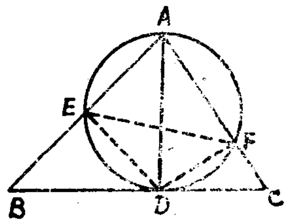
即 $$\frac{BC}{\sin 45^\circ}=\frac{7}{\sin 60^\circ}$$

$$\therefore BC=7\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\Big/\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{7}{3}\sqrt{6}$$

七、1．（D）；2．(A)；3．(C)．

八、证明：连接DE、DF、EF．



$\because AD$是圆的直径，

$\therefore \angle AED=90^\circ$，$DE\perp AB$

$\because AD\perp BC$，$\angle B=45^\circ$

$\therefore \angle BAD=45^\circ$

$DA=DB$

即△ABD为等腰直角三角形．

因为$DE\perp AB$，所以E为斜边AB的中点．

故$AE=EB$，$\angle ADE=45^\circ$

在△ABC与△AFE中，

$\because \angle BAC=\angle FAE$（公用）

又$\angle AFE=\angle ADE=\angle ABC=45^\circ$

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle AFE$

$$\therefore \frac{AB}{AF}=\frac{AC}{AE}=\frac{AC}{EB}$$

即 $AB\cdot EB=AC\cdot AF$

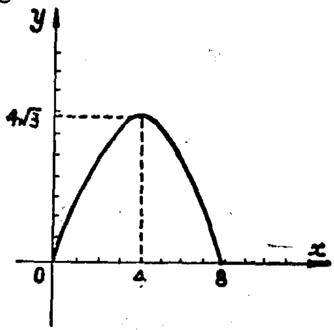
九、解：1．∵在△ABC中，$\angle C=60^\circ$，$BC=a$，$AC=b$，$a+b=8$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\times BC\times\sin C$

$=\frac{1}{2}b\cdot a\cdot\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}a(8-a)\sin60^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}(8a-a^2)$



2．把$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}(8a-a^2)$配方，得

$S_{\triangle ABC}=-\frac{\sqrt{3}}{4}(a-4)^2+4\sqrt{3}$

因此，当$a=4$时，三角形面积S有最大值，

且$S_{最大值}=4\sqrt{3}$

3．如右上图所示：x轴表示a，y轴表示S。

由题意可知，点(0，0)和点(8，0)在图象上。

十、解：〔解法1〕显然$m\neq0$。

（1）若$m<0$时，

则方程$mx^2+(m-3)x+1=0$的判别式：

$\Delta=(m-3)^2-4m>0$。即方程有二个实根。

而方程两根的积：$x_1\cdot x_2=\frac{1}{m}<0$

即两根为异号。　∴方程必有一正根。

（2）若m＞0时，则有条件：

$$\begin{cases}\triangle=(m-3)^2-4m\geqslant 0\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{1}{m}>0\\ x_1+x_2=-\dfrac{m-3}{m}>0\end{cases}$$

解这个不等式组，得 $0<m\leqslant 1$

由（1）和（2）两方面可知符合题意的m取值范围是 $m<0$ 或 $0<m\leqslant 1$。

〔解法2〕显然 $m\neq 0$。把 $x=0$ 代入函数式得 $y=1$，所以函数图象不过原点。它与x轴的交点有两种可能：

（1）若函数图象与x轴的交点只有一个在原点的右侧，则方程 $mx^2+(m-3)x+1=0$ 有两个异号的实根。即有条件：

$$\begin{cases}(m-3)^2-4m>0\\ \dfrac{1}{m}<0\end{cases}$$

解这个不等式组，得 $m<0$。

（2）若函数图象与x轴的交点有两个都在原点的右侧，则方程 $mx^2+(m-3)x+1=0$ 有两个正实根（包括二重根）。即有条件：

$$\begin{cases}(m-3)^2-4m\geqslant 0\\ -\dfrac{m-3}{m}>0\\ \dfrac{1}{m}>0\end{cases}$$

解这个不等式组，得 $0<m\leqslant 1$。

故由（1）和（2）两方面可知，符合题意的m取值范围是$m<0$或$0<m\leqslant 1$.

〔解法3〕显然$m\neq 0$.

（1）当$m<0$时，抛物线开口向下，它与y轴的交点是（0，1），顶点可在y轴的右侧或左侧，不论那种情况，其充分大的正x值，使y的值总是负数，于是在0与这个正x值之间一定有一个x值，使其y值为零.

（2）当$m>0$时，抛物线开口向上，只有顶点在y轴右侧及x轴上或x轴的下方时，函数图象与x轴的交点才能都位于原点的右侧．则有条件：

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}>0 \\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}\leqslant 0 \end{cases}$$

即 $$\begin{cases} -\dfrac{m-3}{2m}>0 \\ \dfrac{4m-(m-3)^2}{4m}\leqslant 0 \end{cases}$$

解这个不等式组，得$0<m\leqslant 1$.

∴综合上述，可知符合题意的m取值范围是$m<0$或$0<m\leqslant 1$.