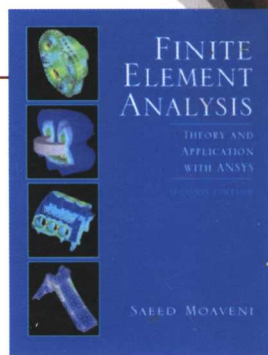
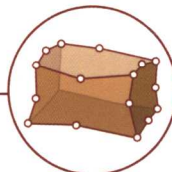
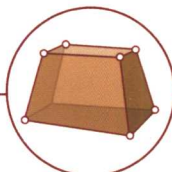


有限元技术丛书

PEARSON
Prentice
Hall



有限元分析

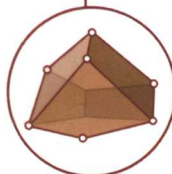
— ANSYS 理论与应用 (第二版)

Finite Element Analysis

Theory and Application with ANSYS, Second Edition

[美] Saeed Moaveni 著

王 崧 董春敏 金云平 等译



电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
<http://www.phei.com.cn>

有限元技术丛书

有限元分析

—— ANSYS 理论与应用

(第二版)

Finite Element Analysis
Theory and Application with ANSYS
Second Edition

[美] Saeed Moaveni 著

王 崧 董春敏 金云平 等译

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书精辟地讲解了有限元分析的理论,同时还给出了针对实际问题的 ANSYS 建模方法。ANSYS 是全书的主体。本书的主要内容涉及到有限元分析的基本思想、一维单元、二维单元和三维单元的有限公式及应用,详细讨论了桁架、梁、框架,一维、二维热传导及流体问题和三维实体的有限元分析。有关固体力学、热传递学和流体力学的基本概念贯穿于全书各章节之中,每一章开头都会讨论相关的基础理论,接着给出一些可以手工计算的简单问题,之后再介绍用 ANSYS 解决的例子,而第 8 章集中介绍了 ANSYS 的使用方法和用 ANSYS 作为有限元分析的基本过程。本书大部分章节的最后都附有一定习题供读者练习。

本书面向高等院校工程专业的本科生和有限元分析的初学者。对于未接触过有限元建模的工程师来说,本书亦可作为深入理解有限元基本概念的人门性教材。

Simplified Chinese edition Copyright © 2005 by PEARSON EDUCATION ASIA LIMITED and Publishing House of Electronics Industry.

Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS, Second Edition, ISBN: 0131112023 by Saeed Moaveni. Copyright © 2003.

All Rights Reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

This edition is authorized for sale only in the People's Republic of China (excluding the Special Administrative Region of Hong Kong and Macau).

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和 Pearson Education 培生教育出版亚洲有限公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有 Pearson Education 培生教育出版集团激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字: 01-2003-1046

图书在版编目 (CIP) 数据

有限元分析——ANSYS 理论与应用 (第二版) / (美) 莫维尼 (Moaveni, S.) 著; 王崧等译.

北京: 电子工业出版社, 2005.8

(有限元技术丛书)

书名原文: Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS, Second Edition

ISBN 7-121-01565-X

I. 有... II. ①莫... ②王... III. 有限元分析-应用程序, ANSYS IV. O241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 079033 号

责任编辑: 李秦华 特约编辑: 李玉龙

印 刷: 北京天竺颖华印刷厂

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 37.5 字数: 960 千字

印 次: 2005 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 59.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话: (010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

译 者 序

本书是在前一版的基础上修订而成，主要讲述了有限元的基本理论和通用有限元程序 ANSYS 在有限元分析中的应用。

ANSYS 是一个功能十分强大的有限元分析程序，不仅用于常规结构工程问题的静态或动态有限元分析，还能在诸如流体力学、热力学（温度场）、电磁场等方面进行有限元计算。因此，选择一本适合自己研究方向的介绍 ANSYS 有限元理论与应用的书籍很重要。本书遵循从理论到实践的原则，先用具体的实例介绍了有限元分析的手工计算过程和步骤，然后再辅以详细的 ANSYS 分析过程。另外，在每一章的最后都给出了验证有限元分析结果是否正确的方法。理解这一点很重要，通过它读者可以知道自己建立的有限元模型是否正确，计算结果是否合理。这是目前许多介绍 ANSYS 有限元的书籍所不具备的。如果读者按照这种方式学习，会很快掌握有关问题的有限元解决方法和 ANSYS 分析步骤。

本书共分 15 章。第 1 章介绍了有限元分析的基本思想；第 2 章讲述了有关矩阵运算的一般规则。第 3 章至第 13 章分别介绍了固体力学、热力学和流体力学问题的有限元基本理论，且每一章都先介绍单元的性质，然后讲述单元刚度的形成，最后举例说明用 ANSYS 进行有限元分析时的步骤与过程。最后两章主要介绍工程设计与优化的基本思想。与前一版相比，本书新增了不少内容，尤其是新增的动态问题分析这一章内容，它与结构工程中的抗震分析密切相关。依译者多年学习和应用 ANSYS 的经验，掌握 15.2 节“ANSYS 的参数化设计语言”非常重要，是熟练应用 ANSYS 的标志。图形界面操作尽管简单直观，但修改模型并不方便。对某些问题而言，我们并不是简单计算一次就可以获得合理的结果的，往往需要多次反复。学习时，建议读者将图形操作命令与记录日志文件中的命令对照着看，这样就会很快理解每一个命令的含义，知道怎样写参数化语言设计程序了。此外，在掌握了基本的 ANSYS 操作后，读者一定要学会看 ANSYS 帮助，它对每一个命令和单元类型都有详尽的描述。

在此，译者需要再次强调一下的是，本书并不是一本关于 ANSYS 的命令操作手册，而是一本关于有限元基本理论及如何应用 ANSYS 进行有限元分析的教材，既适合于那些想学习有限元基本知识和提高有限元应用能力的高校学生，也适合于那些从事有限元研究与应用的广大工程技术人员。同时，本书也可以作为相关教师的参考教材。本书每一章的后面都对这一章的知识和内容进行了概括与总结，并提供了一定数量的习题供读者练习。

本书主要由王崧、董春敏、金云平翻译。参加翻译工作的其他人员有：刘丽娟、张媛、王坚、胡巨茗、滕玉良、徐明贵、林雨、张超。尽管译者倾注了极大的心血尽量做到专业术语译法正确规范，但毕竟水平有限，难免有不妥之处，敬请广大读者批评指正。

序 言

本书由 15 章组成,是在前一版的基础上修订而成的,同时根据读者和教师的建议对某些内容做了修改,并增加了新的内容,其中主要内容包括:

- 新增了一章有关矩阵运算的内容
- 新增了一章有关梁和框架的内容
- 新增了一节有关轴对称单元和有限元公式的内容
- 新增了一节有关 p 方法和 h 方法的内容
- 新增了一节有关暂态热传递的内容
- 新增了一章有关动态问题分析的内容
- 新增了一章有关工程设计与材料选择的内容
- 新增了两个有关截面特性及型钢特性的附录
- 新增了一个批处理文件示例附录
- 新提供了一个供读者参考其他信息的网站

此外,还增补了一些新的习题,扩充了有关材料的属性表。

目前,在有限元理论方面已经出现了不少针对高年级学生的优秀教材。然而,这些书在向低年级学生和初学者介绍有限元建模过程中都没有将 ANSYS 作为一个完整的部分包括进去。近年来,有限元分析方法作为一种设计工具获得了迅猛发展。各种综合性软件,如 ANSYS——一种通用有限元计算程序,已经成为设计工程师必不可少的工具。遗憾的是,在使用这些工具的工程师中,有许多仍然缺乏必要的训练或者对基本概念缺乏足够的了解。本书作为入门教材,旨在帮助工程专业的学生和未接触过有限元建模的工程师深入理解有限元的基本概念。全书详细讲解了有限元分析的基本理论,同时还讲述了应用理论如何建立实际问题的有限元模型。本书在编写过程中尽量避免枯燥的理论,避免学生在理论面前望而却步,另外一方面又保留了足够的理论基础来帮助他们灵活有效地使用 ANSYS。ANSYS 是全书的主体。每一章都会首先讨论相关的基础理论,接着给出一些可以手工计算的简单问题,之后再介绍用 ANSYS 解决问题的例子。书中的练习也用这种方式给出。有一些习题可能要求手工计算,但对一些复杂的习题可能要求用 ANSYS 计算。这些可以手工计算的简单问题,能够鼓励学生熟悉有限元分析的必要步骤,加深他们对概念的理解。在第 3 章、第 4 章、第 6 章和第 9 章至第 14 章的结尾还给出一些设计问题。

本书还讨论了可能导致错误结果的误差来源。一位优秀的工程师必须能够找到某种方法来检验结果是否正确。虽然实验测试可能是最好的方法,但是这种方法往往过于耗费时间和金钱。因此,只要有可能,本书都用其他一般的方法来验证其有限元分析的结果。正因为如此,在每一相关章节的结尾都会给出用于验证 ANSYS 结果的可能方法。

本书的另一个特点是在最后两章介绍了工程设计、材料选择、优化和 ANSYS 参数化编程的内容。

全书共分 15 章。第 1 章介绍了有限元分析的基本思想,其中包括直接法、最小总势能法和加权余数法等常用有限元公式的推导方法;第 2 章讲述了有关矩阵运算的一般规则;第 3 章分析了桁

架, 因为桁架是许多工程问题中最经济的解决方案。此外, 还简单介绍了 ANSYS 程序的使用方法, 使读者能立竿见影地使用 ANSYS; 第 4 章介绍了二力杆、梁和框架的有限元公式; 第 5 章引入了一维线性、二次和三次单元, 讨论了如何用它们来分析一维问题。另外, 在第 5 章还详细介绍了整体坐标、局部坐标和自然坐标的概念, 同时也讨论了等参单元的有限元公式和高斯-勒让德数值积分; 第 6 章讨论了一维热传递和流体问题的迦辽金公式, 而二维线性和高阶单元及二维问题的高斯-勒让德积分在第 7 章讲述; 第 8 章主要讲述 ANSYS 的高级功能及其组织结构, 同时还详细介绍了用 ANSYS 建模和分析的基本步骤; 第 9 章中介绍了二维热传递问题的分析, 其中有一节讨论了非稳定热传导问题; 第 10 章分析了非圆形杆轴的扭转及平面应力问题; 第 11 章讨论了动态问题的分析, 简要介绍了机械与结构系统的振动分析; 第 12 章讨论了理想二维流体力学问题的分析, 其中包括管网和地下渗流问题的有限元分析; 第 13 章讨论了三维单元及其有限元公式, 同时还介绍了由上向下和由下向上的实体有限元建模方法。最后两章主要介绍设计与优化的基本思想, 其中工程设计与材料选择在第 14 章介绍, 设计优化与 ANSYS 参数化编程在第 15 章介绍。每一章开头都提出了本章的学习目的, 而结尾则总结了读完本章后应掌握的知识。

本书在使用 ANSYS 求解的例子中皆详细介绍了使用 ANSYS 建模及分析的过程。如有必要, 教师可先讲述第 8 章。

有关固体力学、热传递学和流体力学的基本概念一直贯穿于本书各章节之中。此外, 要提醒学生的是, 不要过早地对那些存在简单解析解的问题建立有限元模型。在附录 A 和附录 B 中列出了常用工程材料的力学和热物理学性质。有关 ANSYS 的批处理文件将在附录 F 中给出。

最后, 作者还计划为本书的学习维护一个网站 (<http://www.prenhall.com/Moaveni>)。此举出于以下几个目的: (1) 共享 ANSYS 新版本的变化; (2) 共享下一版教材的修订信息; (3) 提供额外的习题和设计问题; (4) 在网站上公布对本书的任何修订。该网站将对所有学生和教师开放。

Saeed Moaveni

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 工程问题	1
1.2 数值方法	4
1.3 有限元方法和 ANSYS 简介	4
1.4 有限元分析的基本步骤	6
1.5 直接法	6
1.6 最小总势能法	27
1.7 加权余数法	32
1.8 结果验证	35
1.9 理解问题	36
小结	39
参考文献	39
习题	40
第 2 章 预备知识：矩阵基本运算	49
2.1 矩阵的基本定义	49
2.2 矩阵的相加或相减	51
2.3 矩阵相乘	51
2.4 矩阵分块	54
2.5 矩阵转置	58
2.6 矩阵的行列式	61
2.7 线性方程组的求解	65
2.8 矩阵求逆	71
2.9 特征值和特征向量	75
2.10 MATLAB 在矩阵运算中的应用	77
小结	80
参考文献	80
习题	80
第 3 章 桁架	84
3.1 桁架的定义	84
3.2 有限元公式	85
3.3 空间桁架	97
3.4 ANSYS 程序概述	99
3.5 ANSYS 应用	104

3.6 结果验证	126
小结	127
参考文献	127
习题	128
第 4 章 轴力构件, 梁和框架	135
4.1 轴向荷载作用下的构件	135
4.2 梁	141
4.3 梁的有限元分析	143
4.4 框架的有限元分析	152
4.5 三维梁单元	157
4.6 ANSYS 应用	158
4.7 结果验证	168
小结	169
参考文献	170
习题	170
第 5 章 一维单元	179
5.1 线性单元	179
5.2 二次单元	182
5.3 三次单元	183
5.4 整体坐标, 局部坐标和自然坐标	186
5.5 等参单元	187
5.6 数值积分: 高斯-勒让德积分	189
5.7 ANSYS 中一维单元举例	192
小结	192
参考文献	192
习题	192
第 6 章 一维问题分析	197
6.1 热传递问题	197
6.2 流体力学问题	209
6.3 ANSYS 应用	211
6.4 结果验证	221
小结	222
参考文献	222
习题	222
第 7 章 二维单元	225
7.1 矩形单元	225
7.2 二次四边形单元	228
7.3 线性三角形单元	232

7.4	二次三角形单元	235
7.5	轴对称单元	238
7.6	等参单元	242
7.7	二维高斯 - 勒让德积分	245
7.8	ANSYS 中的二维单元	246
	小结	246
	参考文献	247
	习题	247
第 8 章	再论 ANSYS	252
8.1	ANSYS 程序	252
8.2	ANSYS 数据库和文件	253
8.3	用 ANSYS 创建有限元模型: 预处理	254
8.4	h 方法和 p 方法	263
8.5	应用边界条件, 荷载和求解	264
8.6	有限元模型的结果: 后处理	267
8.7	ANSYS 选项	269
8.8	图形功能	270
8.9	误差估计	272
8.10	一个样例问题	273
	小结	283
	参考文献	283
第 9 章	二维热传递问题分析	289
9.1	一般热传导问题	289
9.2	矩形单元公式的推导	293
9.3	三角形单元的公式推导	303
9.4	三维轴对称问题的有限元公式	311
9.5	非稳态条件下的热传递	316
9.6	ANSYS 中的热传导单元	323
9.7	ANSYS 应用	324
9.8	结果验证	351
	小结	351
	参考文献	353
	习题	353
第 10 章	二维固体力学问题分析	362
10.1	构件扭转	362
10.2	平面应力问题	369
10.3	四边形等参单元	375
10.4	轴对称问题	380

10.5	基本失效理论	381
10.6	ANSYS 应用	382
10.7	结果验证	398
	小结	398
	参考文献	399
	习题	399
第 11 章	动态问题分析	406
11.1	动态学简介	406
11.2	机械与结构系统的振动	416
11.3	拉格朗日方程	428
11.4	轴心受力杆件的有限元公式	430
11.5	梁与框架单元的有限元公式	433
11.6	ANSYS 应用	444
	小结	460
	参考文献	461
	习题	461
第 12 章	流体力学问题分析	466
12.1	管流问题的数学建模	466
12.2	理想流体的流动	471
12.3	渗流	475
12.4	ANSYS 应用	476
12.5	结果验证	492
	小结	493
	参考文献	494
	习题	494
第 13 章	三维单元	498
13.1	4 节点四面体单元	498
13.2	基于 4 节点四面体单元的三维固体力学问题的有限元分析	500
13.3	8 节点六面体单元	504
13.4	10 节点四面体单元	505
13.5	20 节点六面体单元	506
13.6	ANSYS 中的三维单元应用	508
13.7	实体单元建模的一般方法	510
13.8	ANSYS 在热力学分析中的应用	519
13.9	ANSYS 在结构分析中的应用	529
	小结	538
	参考文献	539
	习题	539

第 14 章 工程设计与材料选择	546
14.1 工程设计的基本步骤	546
14.2 选择材料	548
14.3 材料的电, 力学和热物理性质	549
14.4 常用固体工程材料	550
14.5 常用流体材料	554
小结	555
参考文献	555
习题	555
第 15 章 优化设计	557
15.1 优化设计简介	557
15.2 ANSYS 的参数化设计语言	560
15.3 ANSYS 应用	561
小结	566
参考文献	566
附录 A 部分材料的力学性质	567
附录 B 部分材料的热力学性质	569
附录 C 常用截面几何性质计算公式	570
附录 D 型钢规格表	572
附录 E 英制单位和公制单位的换算表	576
附录 F 批处理文件示例	577

第1章 绪 论

有限元方法是广泛用于解决应力分析、热传导、电磁学和流体力学等工程问题的数值方法。本书旨在帮助读者清楚地理解有限元建模的基本概念，使读者在使用通用的有限元计算软件（例如 ANSYS）时能运用自如。ANSYS 是本书不可分割的一部分。每章首先讨论了与每个概念相关的基本理论，然后给出了相应使用 ANSYS 进行求解的例子。本书注重方法，通过这些方法，可以根据有限元分析（FEA）的结果来验证实验得到的结果。此外，在每一相关章节的结尾都给出了验证 ANSYS 分析结果的方法。

本书中提供的某些练习可能要求手工计算，这些练习旨在帮助读者熟悉有限元分析的基本步骤，加深对概念的理解。此外，本书也可以供想学习有限元技术的工程师参考。

本章的主要目的是介绍形成有限元公式的基本方法，其中包括直接法、最小总势能法和加权余数法。本章要讨论的主要内容如下所示：

- 工程问题
- 数值方法
- 有限元方法和 ANSYS 简介
- 有限元分析的基本步骤
- 直接法
- 最小总势能法
- 加权余数法
- 结果验证
- 理解问题

1.1 工程问题

一般情况下，工程问题是物理情况的数学模型。大多数工程问题的数学模型都有自己相应的边界条件和初值条件的微分方程组，而这些微分方程组又是针对特定的系统或控制体应用自然界的基本定律和原理推导出来的。这些控制微分方程组代表了质量、力或能量的平衡。有时，在给定的条件下通过求解这些方程组可以得到系统的精确行为，表 1.1 给出了一些这样的例子。系统的解析解由两部分组成：通解和特解。在任何给定的工程问题中，一般都存在着影响系统行为的两组参数。首先，有一些参数反映的是系统的自然属性，它们包括诸如弹性模量、热传导率、黏度、面积或惯性矩等系统的材料特性或几何特性。表 1.2 列出了描述不同问题自然特性的物理属性。

另一方面，系统还存在产生扰动的参数。表 1.3 列出了这类参数，它们包括外力、力矩、介质的温度差和流体的压力差等。

表 1.2 所示的系统特性反映了系统的自然行为，它们总是出现在微分方程的通解中。相比之下，产生扰动的参数常出现在方程的特解部分。在有限元建模中，理解这些参数在刚度矩阵（传导矩阵）和荷载矩阵（力矩阵）中的位置及其作用是非常重要的。系统特性总是在刚度矩阵、传导矩阵或阻力矩阵中得到体现，而扰动参数总是出现在荷载矩阵中。

表 1.1 部分工程问题的微分方程、边界条件、初始条件及其精确解

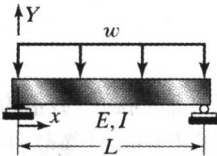
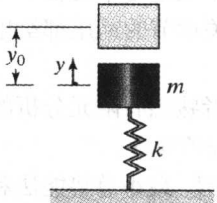
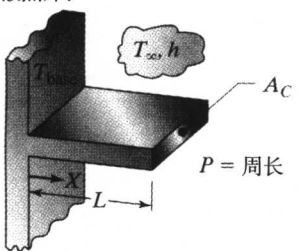
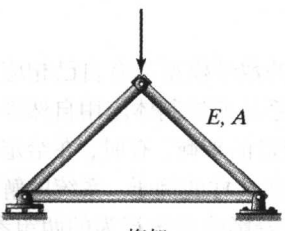
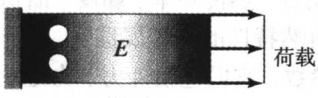
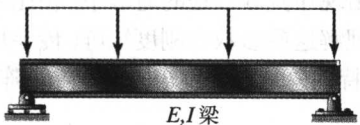
问题类型	微分方程、边界条件或者初始条件	问题解
<p>梁:</p> 	$EI \frac{d^2 Y}{dX^2} = \frac{wX(L-X)}{2}$ <p>边界条件:</p> $X=0, Y=0$ $X=L, Y=0$	<p>梁 Y 方向的挠度是 X 方向距离的函数:</p> $Y = \frac{w}{24EI}(-X^4 + 2LX^3 - L^3X)$
<p>弹性系统:</p> 	$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_n^2 y = 0$ $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ <p>初始条件:</p> $t=0, y=y_0$ $t=0, \frac{dy}{dt} = 0$	<p>质点的位置 y 是时间 t 的函数:</p> $y(t) = y_0 \cos \omega_n t$
<p>散热片:</p> 	$\frac{d^2 T}{dX^2} - \frac{hp}{kA_c}(T - T_\infty) = 0$ <p>边界条件:</p> $X=0, T=T_{base}$ $L \rightarrow \infty, T=T_\infty$	<p>散热片的温度分布 T 是 X 的函数:</p> $T = T_\infty + (T_{base} - T_\infty)e^{-\sqrt{\frac{hp}{kA_c}}X}$

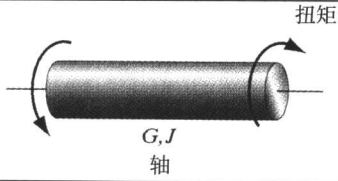
表 1.2 表征不同工程系统的物理属性

问题类型	表征系统特性的参数示例
<p>固体力学示例</p> <p>桁架</p> 	<p>弹性模量 E, 横截面积 A</p>
<p>弹性板</p> 	<p>弹性模量 E</p>
<p>梁</p> 	<p>弹性模量 E; 惯性矩 I</p>

(续表)

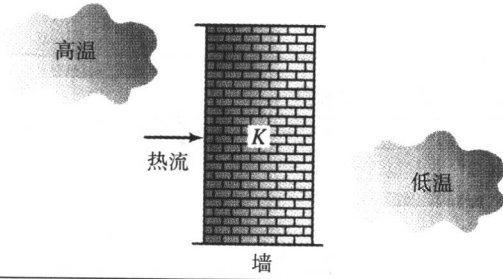
问题类型

表征系统特性的参数示例

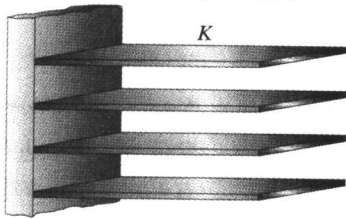


剪切模量 G ; 面积的极矩 J

热传导示例



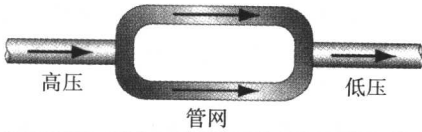
热传导率 K ; 厚度 L ; 面积 A



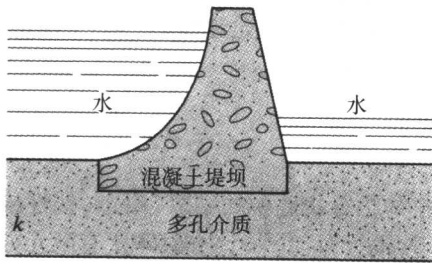
散热片

热传导率 K ; 横截面面积 A

流体力学示例



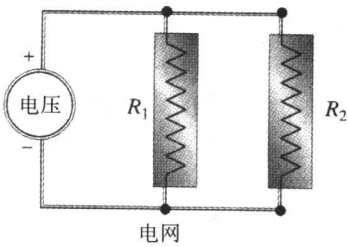
流速 μ ; 管壁粗糙度 e ; 管直径 D



混凝土坝

混凝土渗透率 k

电磁学问题

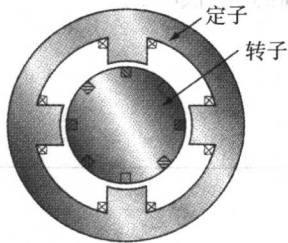


电阻 R

(续表)

问题类型

表征系统特性的参数示例



发电机的磁场

磁导率 μ

表 1.3 不同工程系统中引起扰动的参数

问题类型	系统中引起扰动的参数示例
固体力学	外力和力矩；支座移动
热传导	温度差；热输入
流体流动和管道网络	压力差；流速
电网	电位差

1.2 数值方法

在许多实际工程问题中，我们一般不能得到它的精确解，这要归因于微分方程组的复杂性，以及难以确定的边界条件和初值条件。为了解决这个问题，我们常常需要借助数值方法来求近似解。解析解在系统中的任何点上都是精确的，而数值解只是在称为“节点”的离散点上才近似于解析解。任何数值解法的第一步都是离散化，也就是说，要将待求解的对象细分成许多小的区域和节点。数值解法常分为两大类：有限差分方法和有限元方法。使用有限差分方法，需要针对每一节点写出微分方程，并且用差分方程代替偏微分方程，从而得到一组联立的线性方程组。有限差分方法对于较简单的问题是易于理解和应用的，但是使用该方法难以解决带有复杂几何条件和复杂边界条件的问题。对于具有各向异性特性的物体，它也是如此。

相比之下，有限元方法是使用积分方法而不是微分方法来建立系统的代数方程组。而且，该方法用一个连续的函数来近似描述每一个单元的解。由于内部单元的边界是连续的，整个问题的解可以通过单个的解连接或组装起来。

1.3 有限元方法和 ANSYS 简介^①

有限元方法是用于求解工程中各类问题的数值方法。应力分析之中的稳态、瞬态、线性或非线性问题以及热传导、流体流动和电磁学中的问题都可以用有限元方法进行分析。现代有限元方法的起源可以追溯到20世纪初，当时有一些研究人员利用离散的等价弹性杆来近似模拟连续的弹性体。然而，人们公认 Courant (1943) 是有限元方法的奠基人。在20世纪40年代，Courant 发表了一篇论文，他使用多边形分段插值而不是三角剖分方法来研究扭转问题。

在20世纪50年代，Boeing 及其后来者采用了三角形应力单元来建立飞机机翼的模型，极大地推动了有限元方法的发展。然而，直到20世纪60年代 Clough 才使人们广为接受“有限元”这一术语。在20世纪60年代里，研究人员开始将有限元方法应用到工程中的其他领域，例如热传导和地

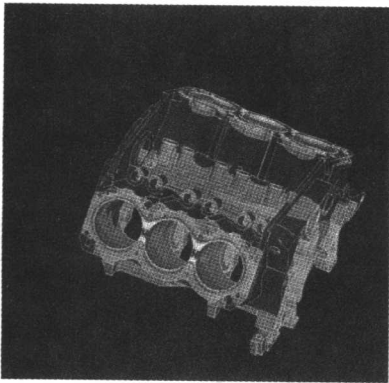
^① 详情参见 Cook 等 (1989)。

下渗流问题。Zienkiewicz 和 Cheung (1967) 于1967年编写了第一本有关有限元的专著。1971年首次发布了 ANSYS。

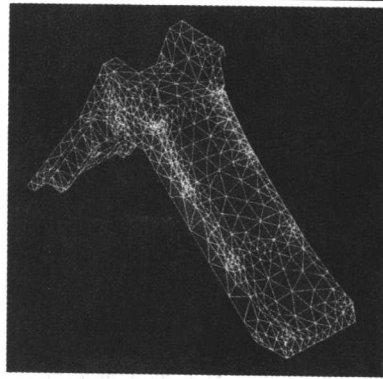
ANSYS 是一个大型的通用有限元计算机程序, 其代码超过 100 000 行, 它不仅能够进行静态或动态问题的有限元分析, 还能进行热传导、流体流动和电磁学等方面的有限元分析。在过去 20 多年里, ANSYS 是最主要的 FEA (有限元) 程序。当前的 ANSYS 版本带有用户图形界面 (GUI) 的窗口、下拉菜单、对话框和工具栏等, 与过去相比已经焕然一新了。现在读者可以发现 ANSYS 已经被广泛应用于许多工程领域, 如航空、汽车、电子、核科学等。为了更好地使用 ANSYS 或其他 FEA 计算机程序, 读者有必要先理解有限元方法的基本概念和它的局限性。

ANSYS 是一个强大的工程工具, 能够用来解决各种各样的问题 (参见表 1.4)。然而, 不理解有限元方法基本概念的用户将发现自己会陷入困境, 犹如一位备有许多工具但不理解计算机内部工作原理的计算机技术员不能修理计算机一样。

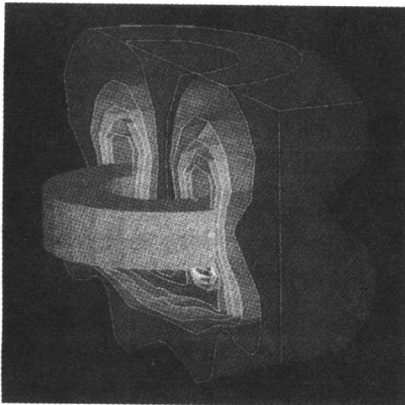
表 1.4 应用 ANSYS 功能的例子^①



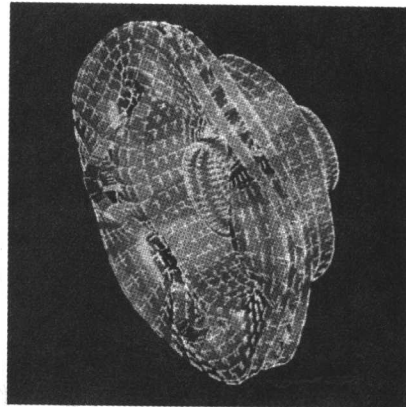
这是一个使用 ANSYS 热传导功能分析 V6 发动机的例子, 曾由代表美国汽车工业的 Analysis & Design Appl.Co.Ltd. (ADAPCO) 公司负责实施, 它使用 ANSYS 改善了汽车发动机的性能。发动机中的热应力等值线如上图所示



Today's Kids (一家玩具生产商) 公司的工程师用 ANSYS 的大变形功能找到了公司所生产的滑道, 在过载时易发生破坏的位置, 如上图所示。由于产品的结构特性, 常常要用这种非线性分析功能来找出这些应力的位置



本图是用 ANSYS 的电磁分析功能分析电极板的例子, 它用一个特定的单元将矢量场和标量场联系起来, 并借助三维图形的形式用无限边界元描述远端电磁场的衰减。图中用等值线描述了电磁场 (H 场) 的强度



Structural Analysis Engineering Corporation 公司使用 ANSYS 确定了盘式制动器生产线上转子的固有频率。通过分析, 发现轻型卡车的刹车盘转子中存在着 50 种影响刹车声音的振动模式

^① 这些照片得到了 ANSYS 公司的许可。

1.4 有限元分析的基本步骤

有限元分析由以下基本步骤组成：

预处理阶段

1. 建立求解域，并将之离散化成有限个单元，即将问题分解成节点和单元。
2. 假定描述单元物理属性的形（shape）函数，即用一个近似的连续函数描述每个单元的解。
3. 建立单元刚度方程。
4. 组装单元，构造总刚度矩阵。
5. 应用边界条件和初值条件，并施加荷载。

求解阶段

6. 求解线性或非线性微分方程组得到节点值，例如不同节点上的位移或热传导问题中的温度。

后处理阶段

7. 得到其他重要的信息。至此读者可能对主应力、热通量等值感兴趣。

一般而言，有多种方法可用于推导有限元问题的公式，其中包括：(1)直接法；(2)最小总势能法；(3)加权余数法。这里有必要指出无论怎样建立有限元模型，有限元分析的基本步骤都与以上列举的步骤相同。

1.5 直接法

现举例说明直接法的步骤和过程。

例 1.1 假设有一承受荷载 P 的变截面杆，如图 1.1 所示，杆一端固定，另一端承受荷载 P 。以 w_1 代表杆的上边宽度， w_2 代表杆的下边宽度，杆的厚度为 t ，长度为 L ，杆的弹性模量用 E 表示。现求当杆件承受荷载 P 时，沿杆长度方向上不同点变形的大小。在以下的分析中，假设应用的荷载比杆的重量要大得多，因此忽略杆的重量。

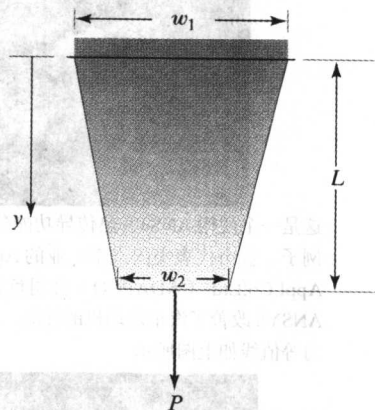


图 1.1 承受轴向荷载的杆

预处理阶段

1. 将求解域离散成有限个单元：我们首先将问题分解成节点和单元。为突出有限元分析的基本步骤，简单起见，仅用 5 个节点和 4 个单元来表示整个杆，如图 1.2 所示。不过，需要说明的是，使用的节点和单元数越多，结果可能越精确。这个任务留给读者作为练习来完成（请参阅本章结尾的习题 1）。给定杆的模型中有 4 个独立的部分，每个部分均有一个统一的横截面。每个单元的横截面积，由构成单元节点处的横截面的平均面积表示。模型如图 1.2 所示。
2. 假定一个近似描述单元特性的解：为了研究典型单元的行为特性，不妨先考虑横截面积为 A ，长度为 l 的杆件在外力 F 作用下构件的变形，如图 1.3 所示。

构件的平均应力 σ 由以下公式给出：

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1.1)$$

构件的平均应变 ε 定义为每单位原始长度 l 与受力前后长度变化 Δl 的比值：