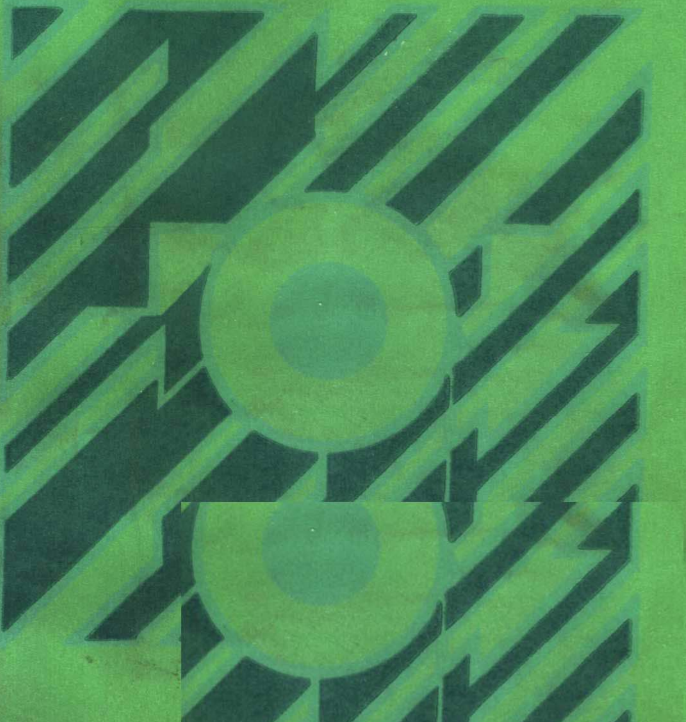
初中基础知识补习丛书

几何

北京市海淀区教师进修学校主编



重庆出版社

初中基础知识补习丛书

几　何

北京市海淀区
教师进修学校主编

重庆出版社

一九八五年·重庆

责任编辑　王镇寰
封面设计　毛德玲

几　何（初中基础知识补习丛书）

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
新华书店重庆发行所发行
重庆印制一厂印刷
*
开本 787×1092　1/32　印张 8.75　字数 184 千
1985年2月第一版　1985年2月第一次印刷
印数：1—246,800

书号：7114·278　定价：0.94元

内 容 提 要

本书为《初中基础知识补习丛书》的《几何》分册，共分七章。每章均包括内容提要、例题、练习、自我检查题和练习题解答、自我检查题解答等部分。

本书适用于青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统复习和掌握初中《几何》知识，以便参加考核转正或报考各类学校之用。

前　言

为了帮助具有初中文化程度的青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统地复习和掌握初中阶段各学科的基础知识，以便参加考核转正或报考各类学校，我们编辑了这套丛书。丛书包括：《语文》、《代数》、《几何》、《物理》、《化学》，共五种。

本书为《几何》分册，共分七章。每章包括内容提要，例题、练习、自我检查题和练习题解答、自我检查题解答等部分。

考虑到复习应该使知识得到巩固，进一步掌握知识的系统性和规律性，同时使各种能力有所提高，我们在编写时，力求作到：内容提要部分，注意系统性；例题部分，注意通过分析和说明，介绍一些解题的规律和经验。

考虑到复习应该抓住重点，在编写时，我们力求作到：内容部分尽量精简；例题选择尽量典型。

考虑到学习几何，必须多练，才能对概念、定理、公式等基本知识深刻理解和熟练运用，本书配备了一定数量的练习；并且为了让在职和待业青年使用之便，全部练习题和自我检查题都给出了详细答案。

近几年来，这类补习丛书出得很多。编写本书时，我们在努力结合自己教学中的心得、体会的同时，也努力吸取了各家之长。但由于水平有限，书中不足之处在所难免，我们恳请读者和看到本书的老师们予以指正。

北京市海淀区教师进修学校

1984年5月

目　　录

第一章　直线、相交线和平行线

一、直线、射线、线段

1． **直线**没有端点，向两方无限延伸。**射线**有一个端点，而向另一方无限延伸。**线段**有两个端点。线段有有限的长度而射线和直线都没有有限的长度。线段和射线都是直线的一部分。

2． 性质

（1） 经过两点有一条直线，并且只有一条直线。也就是两点决定一条直线。

（2） 两条直线（不重合）相交，只有一个交点

（3） 在所有连结两点的线中，线段最短。也就是两点之间线段最短。

3． 线段的度量

（1） 公制长度单位换算关系：

1公里(km)＝1000米(m)；　1米(m)＝10分米(dm)；

1分米(dm)＝10厘米(cm)；1厘米(cm)＝10毫米(mm)

（2） 公制与市制长度单位的换算关系：1米＝3尺。

（3） 两点间的距离：连结两点的线段的长度叫做这两点间的距离。

二、角

1． 定义：以一点为公共端点的两条射线所组成的图形

叫做**角**。这个公共端点叫做**角的顶点**，这两条射线叫做**角的两边**。

角也可以看成是一条射线绕着它的端点旋转而成的图形。旋转开始时的射线叫做**角的始边**；旋转终止时的射线叫做**角的终边**。

2. 平角、周角、直角、锐角、钝角

一条射线绕着它的端点旋转，到所成的角的终边与始边成一条直线时所成的角叫做**平角**；再继续旋转当终边和始边重合时所成的角叫做**周角**；平角的一半叫做**直角**；小于直角的角叫做**锐角**；大于直角而小于平角的角叫做**钝角**。

3. 角的度量

（1） 度量角的单位是度、分、秒。

1度（1°）＝60分（$60'$）；1分（$1'$）＝60秒（$60''$）。

（2） 1周角＝360°，1平角＝180°，1直角＝90°，

0°＜锐角＜90°，90°＜钝角＜180°。

4. 两角的关系

（1） 互为余角、互为补角：两个角的和等于90°时，这两个角叫做**互为余角**；两个角的和等于180°时，这两个角叫做**互为补角**。

（2） 对顶角：一个角的两条边分别是另一角的两条边的反方向（射线）延长线，这两个角叫做**对顶角**。

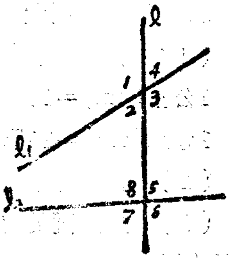


图 1-1

对顶角相等。

（3） 三线八角：如图1-1所示，两条直线l_1、l_2被第三条直线l所截，可以得到八个角，其中$\angle 1$和$\angle 8$，$\angle 2$和

∠7，∠4和∠5，∠3和∠6叫做**同位角**；∠2和∠5，∠3和∠8叫做**内错角**；∠2和∠8，∠3和∠5叫做**同旁内角**。

5. 角的平分线

从一个角的顶点出发的一条射线，如果把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个**角的平分线**。

三、垂　　线

1. 垂线和斜线

（1） 垂线：两条直线相交成直角叫做互相垂直，其中的一条叫做另一条的**垂线**，它们的交点叫做**垂足**。

（2） 斜线：两条直线相交不成直角，其中的一条叫做另一条的**斜线**。

2. 垂线的基本性质

（1） 经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线。

（2） 从直线外一点到这条直线上的各点所连结的线段中，以和这条直线垂直的线段最短。

3. 点到直线的距离：从直线外一点到这条直线的垂直线段的长，叫做**点到直线的距离**。

四、线段的垂直平分线

1. 线段的中点：线段上分线段成两条相等线段的点，叫做这条**线段的中点**。

2. 线段的垂直平分线：垂直于一条线段并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的**垂直平分线**。

五、平 行 线

1．定义：在同一平面内的两条不相交的直线叫做平行线。

2．平行线基本性质：经过直线外的一点，有且只有一条直线和这条直线平行。

3．平行线的判定

（1）两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，或者内错角相等，或者同旁内角互补，那么这两条直线平行；

（2）同一平面内，如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行；

（3）在同一平面内，如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。

4．平行线的性质

（1）两条平行线被第三条直线所截，则同位角相等，内错角相等，同旁内角互补。

（2）如果一条直线和两条平行线中的一条垂直，那么这条直线也和另一条垂直。

（3）从两条平行线中一条直线上任意一点到另一条直线的距离，叫做这两条平行线间的距离。

平行线间距离处处相等。

说明：凡是定义，都可以作为性质用，又可以作为判定方法用。

六、基本作图题　利用直尺、圆规作出下列各图

1. 作一条线段等于已知线段（图1-2）

图 1-2

2. 作一个角等于已知角（图1-3）

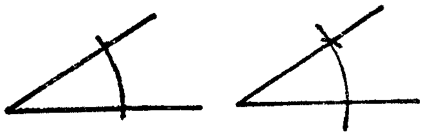


图 1-3

3. 作已知角的平分线（图1-4）

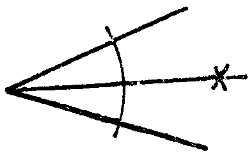


图 1-4

4. 作已知线段的垂直平分线（作线段的中点）(图1-5)

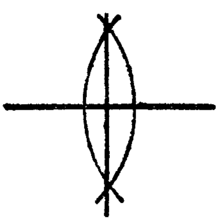


图 1-5

5. 过已知点作已知直线的垂线

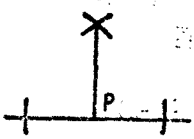


图 1-6

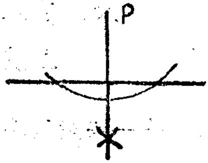


图 1-7

（1） 过直线上一点（图1-6）（2）过直线外一点（图1-7）

6. 过已知直线外一点作一条直线和已知直线平行（图1-8）

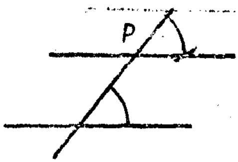


图 1-8

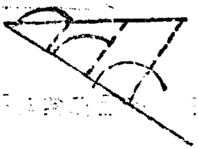


图 1-9

7. n等分已知线段（图1-9）

七、定义、公理、定理

1. 命题：判断一件事情的句子叫做**命题**。每个命题都可分为题设和结论两部分。题设是已知事项，结论是由题设推出的事项。可以把命题写成"如果…，那么…"的形式。

2. 定义：对一个名词或术语的意义的规定就是这个名词或术语的**定义**。

3. 公理：由人类长期的实践所证实，不用推理的方法

加以证明，而作为证明其他命题时推理的根据，这样的命题叫做**公理**。

常用到的等量公理和不等量公理：

等量公理：（1）等量加等量，和相等。（2）等量减等量，差相等。（3）等量的同倍量相等。（4）等量的同分量相等。（5）在等式或不等式中，一个量可以用它的等量来代替（等量代换）。

不等量公理：（1）不等量加上或者减去等量，原来大的仍大。（2）不等量乘以或者除以同一个正数，原来大的仍大。（3）不等量加不等量，大量的和大于小量的和。（4）等量减不等量，减去大的，差反而小。（5）第一量大于第二量，第二量大于第三量，则第一量大于第三量。（6）全量大于它的任一部分。

4. **定理**：用推理的方法证明是正确的命题叫做**定理**。

证明一个定理，就是从定理的题设出发，根据已经学过的定义，公理和定理，推导出定理的结论。

例1. （如图 1-10）已知：A、B、C三点在一条直线上，$AB=16\text{cm}$，$AB:BC=8:3$，E是AC的中点，D是AB的中点。

求：DE。

解：$\because$ $AB=16\text{cm}$，D为AB的中点，

图 1-10

$\therefore$ $AD=\frac{1}{2}AB=8\text{cm}$

$\because$ $AB:BC=8:3$

∴ $BC=16\text{cm}\times\frac{3}{8}=6\text{cm}$。

∴ $AC=AB+BC=16\text{cm}+16\text{cm}=22\text{cm}$。

∵ E为AC的中点，

∴ $AE=\frac{1}{2}AC=11\text{cm}$。

∴ $DE=AE-AD=11\text{cm}-8\text{cm}=3\text{cm}$。

答：DE长3cm。

说明：解题时必须写清已知、求、解、答．计算题可以不注理由，但解的过程要有条理，因果关系要清楚，已知条件不要漏掉。

例2． 如图1-11已知：直线 AB、CD相交于O，$EO\perp AB$，$\angle EOD=115°10'$，$\angle COF=102°35'$。

求证：OF平分$\angle AOD$。

证明：∵ $EO\perp AB$，（已知）

∴ $\angle EOB=90°$。（垂直定义）

∵ $\angle EOD=115°10'$，（已知）

∴ $\angle BOD=\angle EOD-\angle EOB=25°10'$。

∵ 直线AB、CD相交于O，

∴ $\angle AOC=\angle BOD=25°10'$（对顶角相等）。

∵ $\angle COF=102°35'$，

∴ $\angle AOF=\angle COF-\angle AOC=77°25'$。

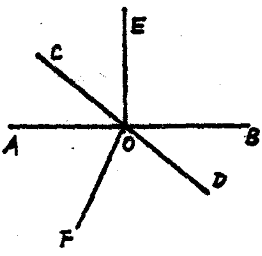


图 1-11

$\because$ AB为直线，

$\therefore$ $\angle DOF=180°-\angle BOD-\angle AOF=77°25'$.

$\therefore$ $\angle AOF=\angle DOF$.

$\therefore$ OF平分$\angle AOD$（角平分线定义）.

说明：证明题必须写清已知、求证、证明。证明过程中要注明主要理由。

证题时首先要弄清已知条件是什么？求证是什么？再结合图形思考，如何使求证的与已知条件联上关系。如此题由已知$EO\perp AB$就可以推出$\angle EOB$或$\angle EOA$为90°；直线AB、CD交于O，即可以得出平角关系，又可推出$\angle AOC=\angle BOD$，$\angle BOC=\angle AOD$；另外要想推证OF平分$\angle AOD$的结论，就必须证出$\angle AOF=\angle FOD$，就必须找出$\angle AOF$和$\angle FOD$与其它角的关系，经过以上的思考就不难找出证题方法。若经常这样反复思考、总结，就会逐渐掌握证题规律。

例3　一个角的补角比这个角的余角的5/2倍少9°，求这个角。

已知：$\angle\beta$是$\angle\alpha$的补角，$\angle\gamma$是$\angle\alpha$的余角，

且 $\angle\beta=\frac{5}{2}\angle\gamma-9°$

求：$\angle\alpha$.

解：$\because$ $\angle\beta$是$\angle\alpha$的补角，

$\therefore$ $\angle\beta=180°-\angle\alpha$.

$\because$ $\angle\gamma$是$\angle\alpha$的余角，

$\therefore$ $\angle\gamma=90°-\angle\alpha$.

又$\because$ $\angle\beta=\frac{5}{2}\angle\gamma-9°$，

$\therefore\quad 180^\circ-\angle\alpha=\frac{5}{2}(90^\circ-\angle\alpha)-9^\circ$.

$\therefore\quad 360^\circ-2\angle\alpha=450^\circ-5\angle\alpha-18^\circ$.

$\therefore\quad \angle\alpha=24^\circ$.

答：$\angle\alpha=24^\circ$.

说明：本题还可以用代数方法解。设这个角为x°，则它的余角为$(90-x)^\circ$，它的补角为$(180-x)^\circ$。依题意：$180^\circ-x=\frac{5}{2}(90-x)^\circ-9^\circ$，解方程得$x=24^\circ$，答：这个角是$24^\circ$。

本题求解过程与图形没关系，可以不画图。但一般情况下无论是证明题或计算题，都应画出整齐的示意图形。

例 4　如图1-12，$\angle1+\angle2=180^\circ$，$\angle3=110^\circ3'$。

求：$\angle4$。

解：$\because \angle1+\angle2=180^\circ$，

又$\because \angle6=\angle1$，

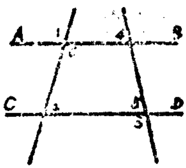


图 1-12

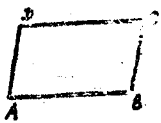


图 1-13

$\therefore\quad \angle6+\angle2=180^\circ$.

$\therefore\quad AB\parallel CD$.

$\therefore\quad \angle4=\angle5$.

$\because\quad \angle5+\angle3=180^\circ$，$\angle3=110^\circ3'$，

$\therefore\quad \angle5=180^\circ-110^\circ3'=69^\circ57'$.