

全国和部分省市高考试题

题解汇编

数 学

高考试题汇编组



中国新闻出版社

全国和部分省市高考试题题解汇编

数 学

高考试题汇编组编

中国新闻出版社

1989年·北京

责任编辑：郑昭红

全国和部分省市高考试题题解汇编
数 学
高考试题汇编组编

中国新闻出版社出版发行
(北京海淀区白石桥路42号)
北京印刷三厂联营厂印刷
新华书店经销

787×1092毫米1/32 印张8.5 字数156千
1989年2月第1版 1989年2月第1次印刷
印数：1—15500册
ISBN 7—80041—091—9/G·83

定价：2.60元

目 录

试题部分	(1)
1982年全国高等学校统一招生数学试题.....	(2)
1983年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(7)
1984年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(12)
1985年全国高等学校招生统一考试数学试题.....	(17)
1986年全国普通高等学校招生统一考试数学试题.....	(23)
1987年全国普通高等学校招生统一考试数学试题.....	(30)
1988年全国普通高等学校招生统一考试数学试题.....	(36)
1988年北京师范院校(班)统一招生考试数学试题	(43)
1985年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题	(48)
1986年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题	(54)
1987年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题	(61)
1988年上海市普通高级中学会考数学试题.....	(68)
1986年广东省普通高等学校招生统一考试数学试题	(74)
1987年广东省普通高等学校招生统一考试数学试题	(84)
参考答案部分	(93)

试 题 部 分

1982年全国高等学校统一招生

数学试题（理工农医类）

一、（本题满分6分）

填表：

	函 数	使函数有意义的x的实数范围
(1)	$y = \sqrt{-x^2}$	$x=0$
(2)	$y = \sqrt{(-x)^2}$	$x \in \mathbb{R}$
(3)	$y = \arcsin(\sin x)$	
(4)	$y = \sin(\arcsin x)$	
(5)	$y = 10^{\lg x}$	$x > 0$
(6)	$y = \lg 10^x$	$x \in \mathbb{R}$

二、（本题满分9分）

(1) 求 $(-1+i)^{20}$ 展开式中第15项的数值；

(2) 求 $y = \cos^2 \frac{x}{3}$ 的导数

[解] (1) $T_{15} = C_{20}^{14} (-1)^6 (i)^4 = -38710$

(2)

三、（本题满分9分）

在平面直角坐标系内，下列方程表示什么曲线？画出它们的图形。

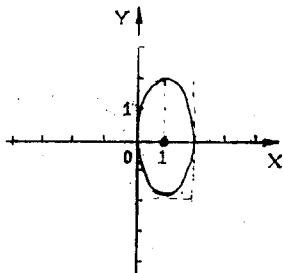
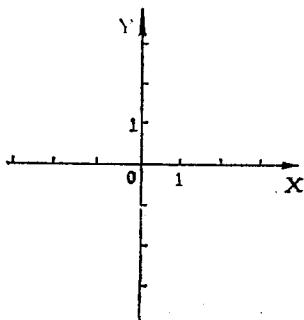
$$(1) \begin{vmatrix} 2x & 1 & 1 \\ -3y & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(2) \begin{cases} x = 1 + \cos \phi, \\ y = 2 \sin \phi. \end{cases}$$

〔解〕(1)

(2)

$$(x-1)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$



$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 = c^2 \\ & 3^2 + 4^2 = 5^2 \\ & 9 + 16 = 25 \\ & 25 = 25 \end{aligned}$$

四、 (本题满分12分)

已知圆锥体的底面半径为 R , 高为 H , 求内接于这个圆锥体并且体积最大的圆柱体的高 h (如图)。

[解]

设圆柱体的底面半径为 r 。

$$\frac{R}{r} = \frac{H}{H-h} \Rightarrow r = \frac{R(H-h)}{H}$$

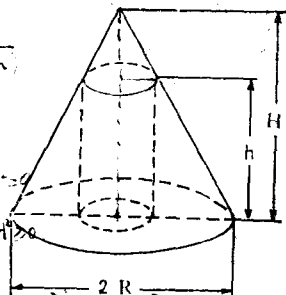
$$\therefore V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi R^2 h}{R^2(H-h)^2}$$

$$\therefore R^2 h^2 - (2VR^2H + \pi H^2 h - 4R^2 h^2) = 0$$

$$2VR^2H + \pi H^2 h - 4R^2 h^2 > 0$$

$$\therefore V = \frac{\pi R^2 h}{4R^2} \Rightarrow \sqrt{h} = \frac{\sqrt{\pi}}{2R}$$

$$\therefore \pi r^2 h = \frac{\pi R^2 h}{4R^2} \Rightarrow r = \frac{R}{2}$$



五、 (本题满分15分)

设 $0 < x < 1, a > 0, a \neq 1$, 比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小 (要写出比较过程)。

[解] $\because 0 < a < 1$ 时, $|\log_a(1-x)| = \log_a(1-x)$

$$|\log_a(1+x)| = -\log_a(1+x)$$

$$\therefore |\log_a(1-x)| - |\log_a(1+x)| = \log_a(1-x) + \log_a(1+x)$$

$$= \log_a(1-x^2) > 0$$

$$\therefore |\log_a(1-x)| > |\log_a(1+x)|$$

$$\text{当 } a > 1 \text{ 时, } |\log_a(1-x)| = -\log_a(1-x) \quad |\log_a(1+x)| = \log_a(1+x)$$

$$\therefore |\log_a(1+x)| - |\log_a(1-x)| = \log_a(1+x) + \log_a(1-x)$$

$$= \log_a(1-x^2) < 0$$

$$\therefore |\log_a(1-x)| > |\log_a(1+x)|$$

六、（本题满分15分）

如图：已知锐角 $\angle AOB=2\alpha$ 内有动点 P ， $PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$ ，且四边形 $PMON$ 的面积等于常数 e^2 。今以 O 为极点， $\angle AOB$ 的角平分线 OX 为极轴，求动点 P 的轨迹的极坐标方程，并说明它表示什么曲线。

〔解〕设 P 的极坐标为 (ρ, θ)

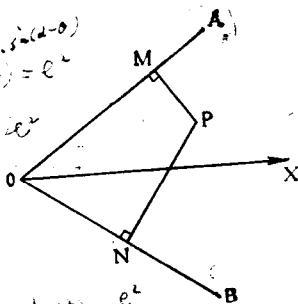
$$\therefore \frac{1}{2} \rho^2 \cdot \cos(\alpha - \theta) + \frac{1}{2} \rho^2 \cdot \cos(\alpha + \theta) = e^2$$

$$\therefore 2\rho^2 \cdot \cos \frac{\alpha - \theta + \alpha + \theta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \theta - \alpha - \theta}{2} = 2e^2$$

$$\therefore \rho^2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta = e^2$$

$$\therefore \rho^2 \cos \theta = \frac{e^2}{\cos \alpha}$$

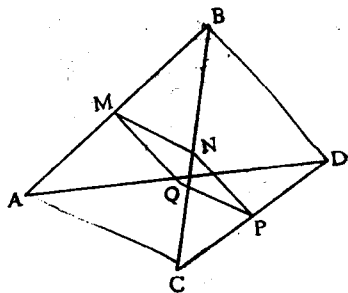
$$x \cdot \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{e^2}{\cos \alpha} \Rightarrow x^2(x^2 + y^2) = \frac{e^4}{\cos^2 \alpha}$$



七、（本题满分16分）

已知空间四边形 $ABCD$ 中 $AB=BC$ ， $CD=DA$ ， M ， N ， P ， Q 分别是边 AB ， BC ， CD ， DA 的中点（如图）。求证 $MNPQ$ 是一个矩形。

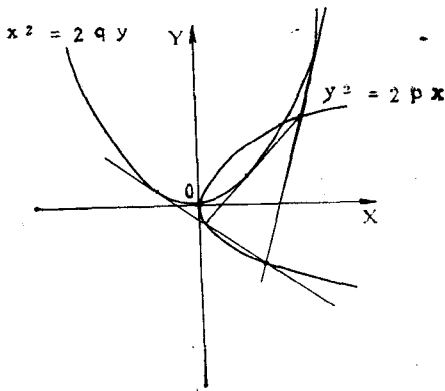
〔证〕



八、（本题满分18分）

抛物线 $y^2 = 2px$ 的内接三角形有两边与抛物线 $x^2 = 2qy$ 相切，证明这个三角形的第三边也与 $x^2 = 2qy$ 相切。

〔证〕



九、（附加题，本题满分20分，计入总分）

已知数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 和数列 $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ ，其中 $a_1 = p, b_1 = q, a_n = pa_{n-1}b_n = qa_{n-1} + rb_{n-1} (n \geq 2)$ ，（ p, q, r 是已知常数，且 $q \neq 0, p > r > 0$ ）。

（1）用 p, q, r, n 表示 b_n ，并用数学归纳法加以证明；

（2）求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$

〔解〕

1983年全国高等学校招生统一考试

数学试题（理工农医类）

一、（本题满分10分）本题共有5个小题，每一个小题都给出代号为A, B, C, D的四个结论，其中只有一个结论是正确的。把正确结论的代号写在题后的圆括号内。每一个小题：选对的得2分；不选、选错或者选出的代号超过一个的（不论是否都写在圆括号内），一律得0分。

(1) 两条异面直线，指的是

- (A) 在空间内不相交的两条直线。
- (B) 分别位于两个不同平面内的两条直线。
- (C) 某一平面内的一条直线和这个平面外的一条直线。
- (D) 不在同一平面内的两条直线。

〔答〕(D)

(2) 方程 $x^2 - y^2 = 0$ 表示的图形是

- (A) 两条相交直线。
- (B) 两条平行直线。
- (C) 两条重合直线。
- (D) 一个点。

〔答〕(A)

(3) 三个数 a, b, c 不全为零的充要条件是

- (A) a, b, c 都不是零。
- (B) a, b, c 中最多有一个是零。

(C) a, b, c 中只有一个为零。

(D) a, b, c 中至少有一个不是零。

[答] (D)

(4) 设 $\alpha = \frac{4\pi}{3}$, 则 $\arccos(\cos \alpha)$ 的值是

(A) $\frac{4\pi}{3}$ 。 (B) $-\frac{2\pi}{3}$ 。

(C) $\frac{2\pi}{3}$ 。 (D) $\frac{\pi}{3}$ 。

[答] (C)

(5) $0.3^2, \log_2 0.3, 2^{0.3}$ 这三个数之间的大小顺序是

(A) $0.3^2 < 2^{0.3} < \log_2 0.3$ 。

(B) $0.3^2 < \log_2 0.3 < 2^{0.3}$ 。

(C) $\log_2 0.3 < 0.3^2 < 2^{0.3}$ 。

(D) $\log_2 0.3 < 2^{0.3} < 0.3^2$ 。

[答] (C)

二、(本题满分12分)

(1) 在同一平面直角坐标系内, 分别画出两个方程 $y = -\sqrt{x}$, $x = \sqrt{-y}$ 的图形, 并写出它们交点的坐标。

(2) 在极坐标系内, 方程 $\rho = 5\cos\theta$ 表示什么曲线? 画出它的图形。

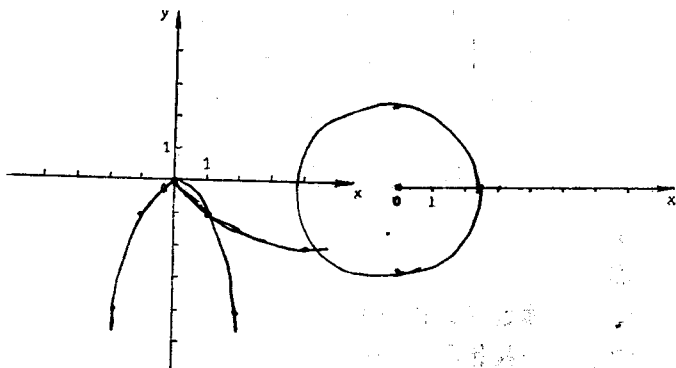
[解] (1) 交点坐标是:

(2) 曲线名称是:

$(0, 0), (1, -1)$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{25}{4}$$

$\therefore \left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 为圆心, $\frac{5}{2}$ 为半径



三、（本题满分12分）

(1) 已知 $y = e^{-x} \sin 2x$, 求微分 dy 。

(2) 一个小组共有10名同学, 其中4名是女同学, 6名是男同学。要从小组内选出3名代表, 其中至少有1名女同学, 求一共有多少种选法。

〔解〕(1)

$$(2) C_4^3 + C_4^2 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_6^2 = 4 + 16 + 15 = 35$$

四、（本题满分12分）

计算行列式（要求结果最简）：

$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos(\alpha + \varphi) & \cos \alpha \\ \cos \beta & \sin(\beta - \varphi) & \sin \beta \\ \sin \varphi & \cos 2\varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}$$

〔解〕

五、（本题满分15分）

(1) 证明：对于任意实数 t ，复数 $z = \sqrt{\cos t} + \sqrt{\sin t} i$ 的模 $r = |z|$ 适合 $r \leq \sqrt{2}$ 。

(2) 当实数 t 取什么值时，复数 $z = \sqrt{\cos t}$

$+ \sqrt{\sin t} i$ 的辐角主值 θ 适合 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ ？

〔证〕

〔解〕

六、（本题满分15分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中， S 在底面上的射影 N 位于底面的高 CD 上； M 是侧棱 SC 上的一点，使截面 MAB 与底面所成的角等于 $\angle NSC$ 。求证 SC 垂直于截面 MAB 。

〔证〕

$\because CN \perp SAB \therefore CN \perp AB$

$CN \perp AB \therefore SC \perp AB$

又 $SD \perp AB$

$\therefore AB \perp \text{平面 } SDC \therefore AB \perp DM$

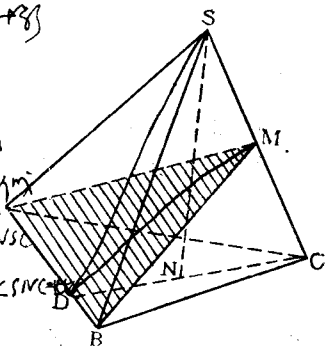
$\angle DMC$ 为截面 MAB 与底面 ABC 所成的二面角

$\therefore \angle DMC = \angle NSC$

$\angle SCD$ 为 $\angle NSC$ 的余角 $\therefore \angle DMC = \angle SMC$

$\therefore DM \perp SC$ 又 $AB \perp SC$

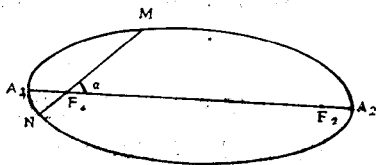
$\therefore SC \perp \text{平面 } MAB$



七、（本题满分16分）

如图,已知椭圆长轴 $|A_1A_2|=6$, 焦距 $|F_1F_2|=4\sqrt{2}$, 过椭圆焦点 F_1 作一直线, 交椭圆于两点 M, N . 设 $\angle F_2F_1M = \alpha$ ($0 \leq \alpha < \pi$). 当 α 取什么值时, $|MN|$ 等于椭圆短轴的长?

〔解〕



八、（本题满分16分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = b$ ($b \neq 0$), 它的前 n 项的和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ($n \geq 1$), 并且 $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ 是一个等比数列, 其公比为 p ($p \neq 0$ 且 $|p| < 1$).

(1) 证明

$$a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

(即 $\{a_n\}$ 从第2项起) 是一个等比数列。

(2) 设 $W_n = a_1 S_1 + a_2 S_2 + a_3 S_3 + \dots + a_n S_n$ ($n \geq 1$), 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} W_n$ (用 b, p 表示)。

(1) 〔证〕

(2) 〔解〕

九、（本题满分12分）

(1) 已知 a, b 为实数, 并且 $e < a < b$, 其中 e 是自然对数的底, 证明 $a^b > b^a$ 。

(2) 如果正实数 a, b 满足 $a^b = b^a$, 且 $a < 1$, 证明 $a = b$ 。

〔证〕 (1) -

(2)

1984年全国高等学校招生统一考试

数学试题(理工农医类)

一、(本题满分15分)本题共有5个小题,每一个小题都给出代号为A, B, C, D的四个结论,其中只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题后的圆括号内,选对得3分,不选得0分,选错或者选出的代号超过一个,(不论是否都写在圆括号内),一律得负1分。

(1) 数集 $X = \{(2n+1)\pi, n \text{ 是整数}\}$ 与数集 $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \text{ 是整数}\}$ 之间的关系是

- (A) $X \subset Y$ (B) $X \supset Y$.
(C) $X = Y$ (D) $X \neq Y$.

[答](C)

(2) 如果圆 $x^2 + y^2 + \underline{G}x + Ey + F = 0$ 与 x 轴相切于原点, 那么

- (A) $F=0, G \neq 0, E \neq 0$.
(B) $E=0, F=0, G \neq 0$.
(C) $G=0, F=0, E \neq 0$.
(D) $G=0, E=0, F \neq 0$.

[答](C)

(3) 如果 n 是正整数, 那么 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] \cdot (n^2 - 1)$

$$= \frac{1}{8} (1 - (-1)^n) \cdot (n^2 - 1)$$

$$= \frac{1}{8} (1 - (-1)^n) \cdot (n-1)(n+1)$$

$$= \frac{1}{8} (1 - (-1)^n) \cdot (n-1)(n+1)$$

的值

- (A) 一定是零。
(B) 一定是偶数。
(C) 是整数但不一定是偶数。
(D) 不一定是整数。

〔答〕()

(4) $\arccos(-x)$ 大于 $\arccos x$ 的充要条件是

- (A) $x \in [0, 1]$ (B) $x \in (-1, 0)$
(C) $x \in [0, 1]$ (D) $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 。

〔答〕()

(5) 如果 θ 是第二象限角, 且满足 $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} =$

$\sqrt{1 - \sin \theta}$, 那么 $\frac{\theta}{2}$

- (A) 是第一象限角。 (B) 是第三象限角。
(C) 可能是第一象限角, 也可能是第三象限角。
(D) 是第二象限角。

〔答〕(B)

二、(本题满分24分) 本题共有6个小题, 每一个小题满分4分, 只要求直接写出结果

(1) 已知圆柱的侧面展开图是边长为2与4的矩形, 求圆柱的体积。

〔答〕 $\pi \cdot \frac{1}{(\pi)^2} \times 4 = \frac{4}{\pi}$ $\pi \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \times 2 = \frac{8}{\pi}$

(2) 函数 $\log_{0.5}(x^2 + 4x + 4)$ 在什么区间上是增函数?

〔答〕 $\begin{cases} x^2 + 4x + 4 > 0 \Rightarrow (x+2)^2 > 0 \Rightarrow x \neq -2 \\ x^2 + 4x + 4 < 1 \Rightarrow (x+2)^2 < 1 \Rightarrow -\frac{5}{2} < x+2 < \frac{5}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow -2 - \frac{\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{5}}{2} - 2$