体育运动学校试用教材

数学

第二册

体育运动学校《数学》教材编写组编

体育运动学校试用教材
数　　学
(第二册)
体育运动学校《数学》教材编写组编
人民体育出版社出版
河北新华印刷一厂印刷
新华书店北京发行所发行
*
787×1092毫米 32开本 5 16/32印张 110千字
1987年6月第1版　1987年6月第1次印刷
印数：1—15,500 册
*
统一书号：7015·2445　定价：0.69 元

前　言

为提高体育运动学校的教学质量，加速培养有文化的高水平运动后备人才，遵照 1985 年全国中专教材规划会议精神和体育运动学校办校方案的规定，编写了这套全国体育运动学校文化课教材。本教材是以普通中学课本的乙种本为蓝本，并参考其它中专教材，根据体育运动学校的实际，作了适当的取舍和必要的修改。

这套《数学》教材共分四册，这是第二册，内容包括函数及其图象；幂函数、指数函数和对数函数；任意角三角函数等章节。本书的习题分练习和习题两类，练习供课堂练习用，习题主要供课堂作业用。此教材供从初中三年级办起的四年制体育运动学校使用，其它学制的体育运动学校也可选用。

本教材由国家体委群体司组织体育运动学校《数学》教材编写组集体编写。参加编写的有（按姓氏笔划排列）：武汉市体育运动学校的冯锡慈、天津市体育运动学校的许致中、吉林省体育运动学校的谷玉兰、辽宁省体育运动学校的张道翰、湖北省体育运动学校的曾庆同。最后经国家教委聘任的全国中等专业学校《数学》学科课程成员张齐金审查修改定稿。

本书系试用教材。由于编写的时间紧迫，编者的业务水平所限，不妥之处在所难免，恳请大家在试用中提出批评，予以指正，以便今后作进一步的修订。

体育运动学校《数学》教材编写组

目　录

第五章　函数及其图象

一　直角坐标系

5.1　平面直角坐标系

我们知道，在直线上规定了原点、正方向和单位长度，就构成了数轴。在数轴上，每一个点的位置都能用一个实数来表示，这个实数叫做这个点**在数轴上的坐标**。那么，用什么方法表示平面内点的位置呢？

要在一块矩形板上钻一个孔，只要给出孔的中心到板的左边的距离 30 毫米和到下边的距离 20 毫米（图 5-1），孔心 M 的位置就确定了。可见，用两个实数就可以表示平面内点的位置。

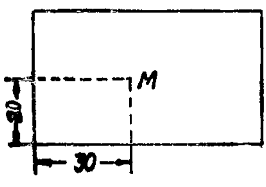


图 5-1

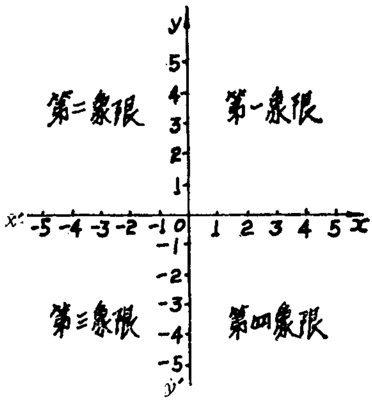


图 5-2

在平面内画两条互相垂直而且有公共原点 O 的数轴 $x'x$

和 $y'y$（图 5-2）.$x'x$ 通常画成水平的，叫做 x **轴**或**横轴**，取向右的方向为正方向；$y'y$ 画成铅直的，叫做 Y **轴**或**纵轴**，取向上的方向为正方向。两条数轴上的单位长度一般取相同的。x 轴和 y 轴统称**坐标轴**，O 叫做**坐标原点**。这样，在平面内有公共原点而且互相垂直的两条数轴，就构成了**平面直角坐标系**，在本书中简称**坐标系**，建立了坐标系的平面，叫做**坐标平面**。

x 轴和 y 轴把坐标平面分成四个部分 xOy, yOx'，$x'Oy'$ 和 $y'Ox$，依次叫做第一象限、第二象限、第三象限和第四象限。象限以两轴为界限，x 轴、y 轴上的点不在任一象限内。

在平面内建立了直角坐标系以后，对于平面内的任意一点，都有一对有序实数和它对应。例如，对于点 M（图 5-3），经过点 M 画 x 轴的垂线，垂足为 M_1，点 M_1 在 x 轴上的坐标是 3；再经过点 M 画 y 轴的垂线，垂足为 M_2，点 M_2 在 y 轴上的坐标是 2。这样，点 M 就有一对坐标 3，2 和它对应。我们把 3 叫做点 M 的**横坐标**，2 叫做点 M 的**纵坐标**，合起来叫做点 M **在平面内的坐标**，记作 $M(3, 2)$，其中横坐标规定写在纵坐标的前面，中间用逗号隔开。这就是说，点 M 在平面内的坐标是一对有序实数（叫做一个**有序实数对**）。在图 5-3 中，点 N 的坐标是 $(2, 3)$，记作 $N(2, 3)$.从图中我以可以看到，M 与 N 是坐标平面内不同的两个点，和它们对应的 $(3, 2)$ 与 $(2, 3)$ 是两对不同的有序实数，因此它们具有不同的坐标。

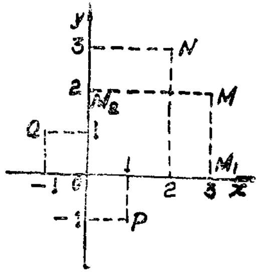


图 5-3

想一想，图 5-3 中点 P 和点 Q 的坐标各是什么。

反过来，对于任意一对有序实数，在坐标平面内都有一个确定的点和它对应，这个点在平面内的坐标就是这一对有序实数。例如，给出有序实数对 $(-3, -2)$，我们就可以经过 x 轴上坐标为 -3 的点画 x 轴的垂线，经过 y 轴上坐标为 -2 的点画 y 轴的垂线，这两条线的交点 A 就是和有序实数对 $(-3, -2)$ 对应的点（图 5-4）。同样，和有序实数对 $(3, 2)$，$(2.5, -1)$，$(-2, 0)$，$(0, 0)$ 对应的点分别是 B，C，D，Q。

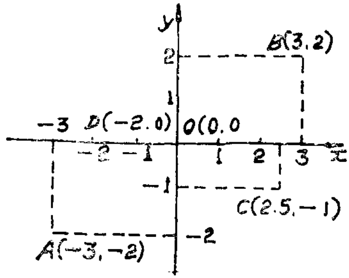
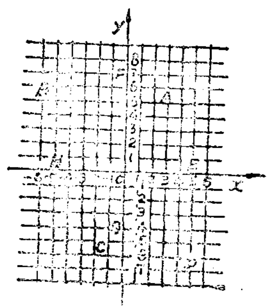


图 5-4

从上面我们看到：对于坐标平面内任意一点 M，都有一对有序实数 (x, y) 和它对应；反过来，对于任意一对有序实数 (x, y)，在坐标平面内都有一点 M 和它对应。因此，坐标平面内所有的点与所有有序实数对之间是一一对应的。

练　习

1．写出图中 A，B，C，D，E，F，G，H，O 各点的坐标。



（第 1 题）

2．在直角坐标系中描出下列各点：

$A(3,\ 6)$，$B(-1.5,\ 3.5)$，$C(-4,-1)$，$D(2,-3)$，

$E(3,\ 0)$，$F(-2,\ 0)$，$G(0,\ 5)$，$H(0,-4)$。

例1　在坐标平面内，

（1）x 轴上的点的纵坐标有什么特点？

（2）y 轴上的点的横坐标有什么特点？

解：（1）如图 5-5，在 x 轴上任取一点 P。经过点 P 画 y 轴的垂线，垂足是原点 $O(0,\ 0)$。点 O 在 y 轴上的坐标是 0，所以点 P 的纵坐标是 0。这就是说，x 轴上的点的纵坐标都是 0。

（2）同理可知，y 轴上的点的横坐标都是 0。

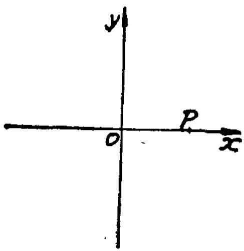


图 5-5

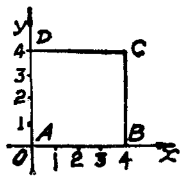


图 5-6

例2　如图 5-6 已知正方形 $ABCD$ 的边长等于 4，求四个顶点的坐标。

解：四个顶点的坐标分别为

$A(0,\ 0)$，$B(4,\ 0)$，$C(4,4)$，$D(0,4)$。

练　习

1．写出例 2 中正方形的各边中点的坐标。

2．已知正方形的边长等于 4，对角线的交点在原点，边与

坐标轴平行，求它的各顶点的坐标。

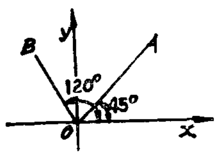
3．已知点 P 的坐标是 $(5, -3)$，分别写出点 P 关于 x 轴、y 轴和原点对称的点的坐标。

4．以点 $(3, 0)$ 为圆心，以 5 为半径画一圆，写出圆与坐标轴交点的坐标。

习 题 一

1．描出横坐标 x 分别等于 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$，纵坐标 y 由方程 $y=x^2$ 决定的各点，并用光滑曲线把各点依次连结起来。

2．如图，$OA=8$，$OB=6$，求点 A，B 的坐标。



（第 2 题）

3．(1) 点 $P(x, y)$ 在第一象限内，x，y 应取什么符号？

(2) 点 $Q(x, y)$ 在第三象限内，x，y 应取什么符号？

4．在第一象限内两条坐标轴夹角平分线上的点，它们的横坐标与纵坐标之间有什么关系？在第二象限内呢？

5．一个菱形每边的长是 5，一条对角线的长是 6，取两条对角线所在的直线作为坐标轴，求四个顶点的坐标（有两种情况）.

6．写出点 $P(a, b)$ 关于坐标轴及原点的对称点的坐标。

7．在坐标平面内，

(1) 位于第一象限的点的横坐标是什么符号？纵坐标是

什么符号?

(2) 位于第四象限的点的横坐标是什么符号?纵坐标是什么符号?

(3) 横坐标为负数、纵坐标为正数的点位于哪一象限?

(4) 横坐标、纵坐标都是负数的点位于哪一象限?

二 函 数

5.2 函数

1. 常量和变量

看下面的例子:

(1) 火车以 60 公里/小时的速度行驶, 它走过的路程 s (公里)与时间 t (小时)之间的关系是 $s=60t$。

(2) 一个圆的面积 A (厘米^2)与它的半径 r (厘米)之间的关系是 $A=\pi r^2$。

可以看出: 在例(1)中, 利用公式 $s=60t$ 计算火车在不同的时间内所走过的路程时, t, s 可以取不同的数值, 而速度的数值保持不变; 在例(2)中, 利用公式 $A=\pi r^2$ 计算不同半径的圆的面积时, r, A 可以取不同的数值, 而 π 的数值保持不变。

在某一过程中可以取不同数值的量, 叫做**变量**, 如上面例子中的 t 小时、s 公里、r 厘米、A 厘米^2。在过程中保持同一数值的量或数, 叫做**常量**或**常数**, 如上面例子中的 60 公里/小时是常量, π 是常数。常量和变量是对某一过程来说的, 是相对的。在例(1)中速度是常量, 路程和时间是变量; 如果在同一时间内, 研究路程与速度之间的对应关系, 那么时间是常量, 路程和速度是变量。

2. 函数

在上面的例（1）中，时间 t 的值可以在非负实数（即正实数与零）的范围内任意选取，对于 t 的每一个确定的值，路程 s 都有唯一确定的值与它对应，如：

t(小时)	1	1.5	2	2.5	3	…
s(公里)	60	90	120	150	180	…

同样，在例（2）中，半径 r 的值可以在正实数的范围内任意选取，对于半径 r 的每一个确定的值，圆面积 A 都有唯一确定的值与它对应。

这种变量之间的对应关系，在工农业生产和科学实验中大量存在。除了例(1)、例（2）外，又如：

（3）某足球队参加甲级联赛的积分 S（分）与比赛场数 G（场）之间的对应关系，经过记录前八场比赛如下表所示：

场数 G	0	1	2	3	4	5	6	7	8
积分 S	0	2	4	5	5	7	8	10	12

注：按规则规定胜一场得二分，平一场得一分，负一场得 0 分。

从这张表上看出，所踢场数 G 的值，可在表内第一行各值中任意选取。对于 G 的每一个确定的值，积分 S 都有唯一的值与它对应，例如：$G=4$ 时，$S=5$。

（4）图 5-7 是某气象站用自动温度记录仪描下的表示某一天气温变化情况的曲线。

图 5-7 形象地反映了变量 T 与 t 之间的对应关系。有了这幅图后，时间 t 的值可以在 0 到 24 的范围内任意选取，

对于时间 t 的每一个确定的值，气温 T 都有唯一确定的值与它对应。如 $t=4$（时）时，$T=1.8$(℃)；$t=14$(时)时，$T=11.8$(℃)。

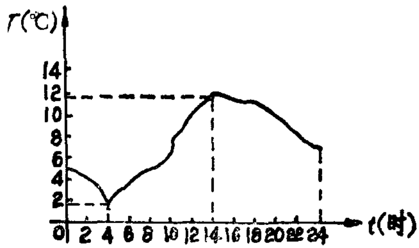


图 5-7

设在某变化过程中有两个变量 x，y，如果对于 x 在某一范围内的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与它对应，那么就说 y 是 x 的**函数**，x 叫做**自变量**。例如，路程 s 是时间 t 的函数，圆面积 A 是半径 r 的函数，积分 S 是场数 G 的函数，气温 T 是时间 t 的函数。

我们看到，$60t$ 和 πr^2 都是含一个字母的代数式。一般地说，含一个字母的代数式的值，是由这个字母所取的值确定的；这个字母的值，只要不使代数式和实际问题失去意义，可以任意选取。对于这个字母的每一个确定的值，代数式都有唯一确定的值与它对应。因此，每一个含一个字母的代数式都是这个字母的函数。例如，$x-2$ 是 x 的函数，$\frac{1}{1-u^2}$ 是 u 的函数，$\frac{1}{\sqrt{t^2-5}}$ 是 t 的函数，等等。

例1 求下列函数中自变量 x 的取值范围：

（1）$y=2x+3$；（2）$y=-3x^2$；

（3）$y=\frac{1}{x-1}$；（4）$y=\sqrt{x-2}$。

解：（1）x 取任意实数，$2x+3$ 都有意义。因此 x 的取值范围是全体实数。

（2）x 取任意实数，$-3x^2$ 都有意义。因此 x 的取值范

围是全体实数。

(3) $x=1$ 时，$\frac{1}{x-1}$没有意义；$x\neq1$ 时，$\frac{1}{x-1}$都有意义。因此 x 的取值范围是所有不等于 1 的实数。

(4) $x<2$ 时，$\sqrt{x-2}$没有意义；$x\geqslant2$ 时，$\sqrt{x-2}$都有意义。因此 x 的取值范围是所有大于或等于 2 的实数，即 $x\geqslant2$。

注意 在函数 $A=\pi r^2$ 中，如果仅从代数式考虑，πr^2 中字母 r 的取值范围可以是全体实数，但从实际问题考虑，πr^2 中的 r 表示圆的半径，那么它的取值范围就只能是大于零的实数，即 $r>0$。所以遇到实际问题时，确定函数的自变量取值范围，必须使实际问题也有意义。

例 2 在例 1 中，求当 $x=2$ 时函数 y 的对应值。

分析：例 1 中的函数当 $x=2$ 时都有意义，只要用 2 代替式中的 x，就可得到 y 的对应值。

解：(1) $y=2\times2+3=7$；

(2) $y=-3\times2^2=-12$；

(3) $y=\frac{1}{2-1}=1$；

(4) $y=\sqrt{2-2}=0$。

对于自变量在取值范围内的一个确定的值，例如 $x=a$，函数有唯一确定的对应值。这个对应值，我们叫做当 $x=a$ 时的函数的值，简称**函数值**。如例 2，就是求当 $x=2$ 时的函数值。

练　习

1. （口答）在下面的等式里，有哪些变量、常量或常数？

(1) 等速运动公式 $s=vt$，这里 v 表示速度，t 表示时间，s 表示在时间 t 内所走的路程；

(2) 球体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，这里 r 表示球的半径，V 表示半径是 r 的球的体积；

(3) 正 n 边形的内角 α 与边数 n 之间的对应关系

$$\alpha=\frac{(n-2)180^\circ}{n}.$$

2. 求下列函数中自变量 x 的取值范围：

(1) $y=\frac{x-1}{2}$；　　(2) $y=\frac{3}{x-4}$；

(3) $y=-\sqrt{x-5}$；　　(4) $y=\frac{1}{x^2-x-2}$。

3. 在第 2 题中求当 $x=9$，$x=30$ 时的函数值。

5.3　函数的表示法

表示函数的方法，最常用的有以下三种。

1. **解析法**　就是用等式来表示一个变量是另一个变量的函数。这个等式叫做函数的**解析表达式**（或**函数关系式**），简称**解析式**，例如 $s=60t$，$A=\pi r^2$，$y=\sqrt{x-2}$，$V=\frac{4}{3}\pi t^3$，$s=\frac{1}{1-u^2}$，$z=\frac{1}{\sqrt{t^2-5}}$，等等。

2. **列表法**　就是列出表格来表示一个变量是另一个变量的函数。如平方表、平方根表、对数表等数学用表，都是用列表法来表示函数的。

3. **图象法**　把自变量 x 的一个值和函数 y 的对应值分别作为点的横坐标和纵坐标，可以在直角坐标系内描出一个

点，所有这些点的集合，叫做这个函数的**图象**。图象法就是用图象来表示一个变量是另一个变量的函数。如第 5.2 节例（4）中的气温随时间的变化图。

知道函数的解析式，要画函数的图象，一般分为**列表**、**描点**、**连线**三个步骤，即先列出自变量和函数的一些对应值，用这些对应值为坐标，描出图象上的一些点，然后用一条或几条平滑曲线（包括直线），按照自变量由小到大的顺序，把所描的点连结起来。这种画函数图象的方法叫做**描点法**。显然，用描点法所画的图象一般是近似的、部分的，要使画出的图象更精确，需要描出图象上的更多的点。

例 画出函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象。

解：1. 列表。在 x 的取值范围内取一些值，算出 y 的对应值，列成下表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y=\frac{1}{8}x^3$	…	-8	-3.38	-1	-0.13	0	0.13	1	3.38	8	…

2. 描点。根据表里这些对应值，在坐标系内描点。

3. 连线。用平滑曲线，按自变量由小到大的顺序，把所描的点连结起来，就是函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象（图 5-8）。

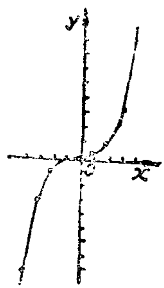


图 5-8

练 习

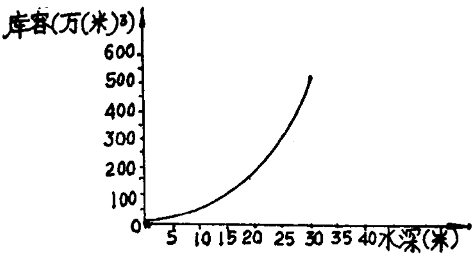
1. 用解析式表示下列函数：

(1) 如果每升高 1 千米，气温就下降 6℃，求气温降低数 T(℃) 与高度增加数 h(千米)之间的函数关系式；

(2) 某工厂现有煤 1500 吨，求这些煤能用的天数 y 与这家工厂每天平均用煤的吨数 x 之间的函数关系式。

2. 根据某水库的水深-库容曲线图，填写下表：

水深(米)	5	10	15	20	25
库容(万(米)^3)					



(第 2 题)

3. 画出下列函数的图象：

(1) $y=x$；　　　　(2) $y=x+1$。

习 题 二

1. 按照下列程序写出 y 与 x 之间的函数关系式：

(1) $\boxed{\text{输入 } x} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{-1} \longrightarrow \boxed{\text{输出 } y}$

(2) $\boxed{\text{输入 } x} \longrightarrow \boxed{-2} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{+1} \longrightarrow \boxed{\text{输出 } y}$

2. 求下列函数中自变量 x 的取值范围：

(1) $y=3x^2-5x+\sqrt{3}$；　　(2) $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$；

(3) $y=\dfrac{x+1}{x^2-x-6}$；　　(4) $y=\dfrac{3x}{4x^2-9}$；

(5) $y=\sqrt{2x-5}$；　　(6) $y=x+\sqrt{x+2}$；

(7) $y=\dfrac{x+2}{x^2+5x+6}$.

3. 已知函数 $y=x^2-3x+4$，填表：

x	-2	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
y								

4. 已知函数 $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$，求当 $x=3,-4,0,-\dfrac{1}{2},\sqrt{2}$ 时的函数值。当 $x=a^2+3$ 时，y 等于多少？

5. 已知函数 $y=2x^2-5x+3$，求当 $x=0$，2 时的函数值。x 取什么值时函数值为 0？

6. 一个铜球在 0℃ 时的体积是 1000 厘米^3，加热后温度每