

石油化工工人技术培训教材

数 学

(中 级 本)

叶 中 献 编



石油工业出版社

石油化工中级工人技术培训教材

数 学

金陵石油化工公司南京炼油厂

叶 中 献 编

烃 加 工 出 版 社

内 容 提 要

本书为石油化工中级工人培训教材。本书包括代数、三角、平面几何、立体几何，共分八章。其内容丰富，重点突出，概念叙述的清楚、严谨，重要的地方都作了直观地说明和分析。全书从实际出发列举了大量的例题，并附有习题、复习题、小结，以便练习巩固。

本书可供具有初中文化程度的工人、干部学习和参考。

石油化工中级工人技术培训教材

数 学

金陵石油化工公司南京炼油厂

叶 中 献 编

经加工出版社出版

北京密云华都印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 32开本 11¹/₂印张 265千字 印1—6000

1989年1月北京第1版 1989年3月北京第1次印刷

ISBN 7-80043-65-0/O·002 定价：3.60元

前 言

本书是根据中国石化总公司人事部1984年9月在辽阳召开的初、中级工人培训教学大纲审定会所确定的教学大纲编写的，并经1986年12月中国石化总公司人事部组织的教材审定会审定。

本书在编写过程中得到了中国石油化工总公司人事部培训处、烃加工出版社石油化工编辑室的具体指导和支持；在完稿之时南京炼油厂技工学校许多教师为书稿的誊写做了大量工作；孙在册、申玉芳等同志对本书的编写提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

本书教学时数约100学时，标有“•”的章节为选读部分，一般情况宜讲授前六章，因工种的需要可选读七、八两章。由于各企业分布地域广、工种多，讲授时可根据具体情况适当取舍。为适应职工教育的特点，书中的论证部分从简或不证，叙述也力求简要。书中的习题和复习题是基本的练习题，讲授时可根据学员的工种补充例题和习题。

由于编者水平有限，不妥之处可能很多，希望读者批评和指教。

编者 1987.11

目 录

前 言

第一章 代数式、方程式、不等式●	(1)
第一节 代数式	(1)
第二节 整式的四则运算	(2)
第三节 分式	(6)
第四节 一元一次方程、一元二次方程和二元一次方程组	(10)
第五节 一元一次不等式、一元二次不等式	(16)
复习题	(22)
第二章 集合与函数	(24)
第一节 集合、子集、交集、并集、补集	(24)
第二节 函数	(30)
第三节 反函数	(35)
第四节 函数图象	(36)
小 结	(38)
复习题	(41)
第三章 幂函数、指数函数、对数函数	(43)
第一节 幂及其运算法则	(43)
第二节 幂函数及其图象	(48)

● “●”表示选读。

第三节	指数函数及其图象	(50)
第四节	对数	(52)
第五节	常用对数、自然对数	(56)
第六节	常用对数表和反对数表	(57)
第七节	对数函数及其图象	(63)
小 结		(66)
复习题		(68)
第四章	三角函数	(71)
第一节	角概念的推广、弧度制	(71)
第二节	任意角的三角函数、单位圆、同角三角 函数的基本关系	(75)
第三节	诱导公式	(87)
第四节	正弦定理、余弦定理、解斜三角形	(95)
第五节	三角函数的图象和性质	(99)
第六节	两角和与两角差的三角函数	(109)
第七节	反三角函数	(122)
小 结		(127)
复习题		(132)
第五章	空间图形	(137)
第一节	平面和平面的基本性质	(137)
第二节	两直线的位置关系	(140)
第三节	直线和平面的位置关系	(143)
第四节	三垂线定理及其逆定理	(151)
第五节	平面与平面的位置关系	(155)
第六节	多面体	(162)
小 结		(176)

复习题	(178)
第六章 直线方程和二次曲线	(180)
第一节 曲线和方程	(180)
第二节 直线方程	(186)
第三节 圆的方程	(196)
第四节 椭圆及其方程	(200)
第五节 双曲线、抛物线及其方程	(204)
小 结	(211)
复习题	(214)
*第七章 复数	(217)
第一节 复数的概念	(217)
第二节 复数和向量	(221)
第三节 复数的四则运算	(224)
第四节 复数的三角形式及其运算	(229)
小 结	(238)
复习题	(240)
*第八章 微积分简介	(242)
第一节 极限的概念	(242)
第二节 极限的运算法则和求函数的极限	(246)
第三节 导数的概念	(252)
第四节 基本函数的求导公式和求导法则	(258)
第五节 微分的概念	(277)
第六节 原函数、不定积分的概念	(284)
第七节 不定积分的基本公式和法则	(287)
第八节 求某些函数的不定积分	(292)
第九节 定积分的概念	(298)

第十节	牛顿-莱不尼兹公式.....	(303)
小 结		(307)
复习题		(310)
附 录	数学用表	(315)

第一章 代数式、方程式、不等式

第一节 代数式

算术运算中只有数字和运算符号 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 。代数运算中除有数字和运算符号外，还有字母 a 、 b 、 c 、 $\dots$ 、 x 、 y ……。代数运算中的字母称为代数符号，它们代表某个数。一个代数符号（如 x ），在不同的问题里可以代表不同的数；在同一个问题里它必须自始至终代表同一个数。

例如，可以以 x 表示某炼油厂的汽油日产量；也可以以 x 表示某班学生的平均成绩。但若计算某炼油厂的汽油日产量、煤油日产量、柴油日产量，则应分别以 x 、 y 、 z 表示，不能都以 x 表示。

用运算符号把数字和代表数的字母连接起来的式子，称为代数式。例如， $3x + \frac{1}{2}y$ 是一个代数式。

如果一个代数式里不含有 $+$ 、 $-$ 运算符号，而且除数不含字母，这样的代数式称为单项式。例如，三角形的面积公式为 $\frac{1}{2}ah$ （ a 为三角形的底边长， h 为三角形的高）；圆的面积公式为 πR^2 （ R 为圆的半径），都是单项式。单项式中字母前的数字称为单项式的系数。单项式中所有字母的指数和，称为单项式的次数。例如，单项式 $\frac{1}{2}ah$ ，系数是 $\frac{1}{2}$ ，

次数是2，它就称为二次单项式。

字母部分完全相同（字母和每个字母的指数都相同）的单项式称为同类项。例如， $\frac{1}{2}ab$ 与 $8ab$ 是同类项； $5ab$ 与 $5ab^2$ 不是同类项。同类项可以合并。

例如： $5a + 11a = 16a$ 。

单项式的代数和称为多项式。例如， $\frac{1}{3}a - 4ab + 5$ 是一个多项式。多项式里每一个单项式称为这个多项式的一个项，不含字母的项称为常数项，常数项的次数规定为零。多项式里次数最高的项的次数称为这个多项式的次数。例如，

$\frac{1}{3}a - 4ab + 5$ ，这个多项式的次数是2。

单项式和多项式统称为整式。

若代数式中除数含有字母，这个代数式称为分式，例如 $\frac{a+b}{c}$ 。

第二节 整式的四则运算

整式相加、相减的法则 先去掉括号，然后合并同类项。

例1 $(6x^2 + x + 3y) + (2x^2 - 3x + 2y)$ 。

解：原式 $= 6x^2 + x + 3y + 2x^2 - 3x + 2y$
 $= 8x^2 - 2x + 5y$ 。

例2 $(6x^2 + x + 3y) - (2x^2 - 3x + 2y)$ 。

解：原式 $= 6x^2 + x + 3y - 2x^2 + 3x - 2y$
 $= 4x^2 + 4x + y$ 。

例3 $(a^2 + ab - b^2) + (-2a^2) - (a^2 - 2ab - b^2)$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= a^2 + ab - b^2 - 2a^2 - a^2 + 2ab + b^2 \\ &= -2a^2 + 2ab.\end{aligned}$$

单项式相乘的法则 系数与系数相乘，得到乘积的系数，乘积的字母是各单项式的字母，每个字母的指数是各单项式里这个字母的指数和。

$$\text{例4 } (x^2y)(-2xy^2).$$

$$\text{解: 原式} = -2x^3y^3.$$

$$\text{例5 } \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)(-4y^2).$$

$$\text{解: 原式} = -2x^2y^3.$$

多项式相乘的法则 将一个多项式的各项分别与另一个多项式的每一项相乘，再将所得的积相加。

$$\text{例6 } (a+b)(a-b).$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2.\end{aligned}$$

$$\text{例7 } (x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1).$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + x^4 - x^3 + x^2 - x + \\ &= x^5 + 1.\end{aligned}$$

某些多项式的相乘积，今后在运算中常用，故作为公式列于下：

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(3) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(4) (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(5) (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$(6) (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3;$$

$$(7) (a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3;$$

上述公式，读者不难用多项式相乘的法则求证。

$$\text{例如 } (a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3.$$

$$\begin{aligned}\text{左式} &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3.\end{aligned}$$

$$\text{例8 } (-1-x^2)^2.$$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= [-(1+x^2)]^2 \\ &= (1+x^2)^2 \\ &= 1+2x^2+x^4.\end{aligned}$$

$$\text{例9 } (a+b+c)^2.$$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= [a+(b+c)]^2 \\ &= a^2 + 2a(b+c) + (b+c)^2 \\ &= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.\end{aligned}$$

多项式除法与算术的除法相似，先确定一个商并与除式相乘，然后从被除式中减去该乘积，所得余式再被除式除，直至余式小于除式。

$$\text{例10 } (6x^2+9xy-6x) \div 3x.$$

$$\begin{array}{r} \text{解：} \quad \begin{array}{r} 2x + 3y - 2 \\ 3x \overline{) 6x^2 + 9xy - 6x} \\ \underline{6x^2} \\ 9xy \\ \underline{9xy} \\ -6x \\ \underline{-6x} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

得商为 $2x+3y-2$.

例11 $(x^3 + x^2 + 4x - 20) \div (x - 2)$.

解:

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 10 \\ x-2 \overline{) x^3 + x^2 + 4x - 20} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 3x^2 + 4x \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ 10x - 20 \\ \underline{10x - 20} \\ 0 \end{array}$$

得商为 $x^2 + 3x + 10$.

例12 $(m^4 + 68) \div (m^2 + 4m + 8)$.

解:

$$\begin{array}{r} m^2 - 4m + 8 \\ m^2 + 4m + 8 \overline{) m^4 } \\ \underline{m^4 + 4m^3 + 8m^2} \\ -4m^3 - 8m^2 \\ \underline{-4m^3 - 16m^2 - 32m} \\ 8m^2 + 32m + 68 \\ \underline{8m^2 + 32m + 64} \\ 4 \end{array}$$

此例不能整除, 其余式为 $\frac{4}{m^2 + 4m + 8}$, 即

$$(m^4 + 68) \div (m^2 + 4m + 8)$$

$$= m^2 - 4m + 8 + \frac{4}{m^2 + 4m + 8}.$$

习 题 1-2

1. $(2a + 3b) + (a - 6b)$.
2. $(3b + 4bc) + (5a + 3bc + 2c) + (6a + 4c)$.
3. $(5x + 3xy + 4y) + (-8x - 2xy) - 3y$.
4. $[9a(b - c) - 8(b + c)] - [6a(b + c) + 4(a + b)]$.
5. $(a - b)(3a + 4b)$.
6. $(3a + 2b)(a^2 + b^2)(a - 3b)$.
7. $(2b + c)(2b - c)$.
8. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$.
9. $(a + b)^3 - (a - b)^3$.
10. $(8a^3 + 4ab) + (-2a)$.
11. $(m^4 + 57m - 70) + (m^2 + 3m - 5)$.
12. $(x^3 + x^2 + 4x - 20) + (x - 2)$.

第三节 分 式

分式的基本性质：在分式中，字母不能取使分母为零的值。

例如， $\frac{x}{x+1}$ 中， x 不能取 -1 。

在分式中，分子和分母同乘或同除一个不等于零的代数式，分式的值不变。例如，当 $x \neq 1$ 时，下面等式成立，

$$\frac{b}{a} = \frac{b(x-1)}{a(x-1)} = \frac{\frac{b}{x-1} \cdot (x-1)}{a} = \frac{b}{a}$$

分式的加减法 同分母的分式相加或相减，分母不变，分子相加或相减；分母不同的分式相加或相减，先化为同分

母的分式，然后按同分母的分式相加或相减。

$$\text{例1} \quad \frac{1}{x+2} - \frac{x}{x+2} + \frac{2x-1}{x+2}.$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{1-x+2x-1}{x+2} \\ &= \frac{x}{x+2}.\end{aligned}$$

$$\text{例2} \quad \frac{x}{x^3-y^3} - \frac{y}{x^3-y^3}.$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{x-y}{x^3-y^3} \\ &= \frac{x-y}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} \\ &= \frac{1}{x^2+xy+y^2}.\end{aligned}$$

$$\text{例3} \quad \frac{1}{xy} + \frac{2}{x^2y} - \frac{4}{xy^2}.$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{xy}{x^2y^2} + \frac{2y}{x^2y^2} - \frac{4x}{x^2y^2} \\ &= \frac{xy+2y-4x}{x^2y^2}.\end{aligned}$$

分式的乘法 分式相乘，分子相乘积作为分式乘积的分子，分母相乘积作为分式乘积的分母。即

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

例4 $\frac{a^2}{b} \times \frac{b^2}{ac}$.

解: 原式 = $\frac{a^2 b^2}{bac} = \frac{ab}{c}$.

例5 $\frac{a-b}{a^2+ab} \times \frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$.

解: 原式 = $\frac{(a-b)(a^2-b^2)}{(a^2+ab)(a^2-ab)}$
 $= \frac{(a-b)(a+b)(a-b)}{a(a+b)a(a-b)}$
 $= \frac{a-b}{a^2}$.

分式的除法 两分式相除, 是将除式的分子和分母调换, 再与被除式相乘。即

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

例6 $\frac{ab}{c} \div \frac{a^2 b}{c^2}$.

解: 原式 = $\frac{ab}{c} \times \frac{c^2}{a^2 b}$
 $= \frac{c}{a}$.

例7 $\frac{a+b}{a} \div (a^2-b^2)$.

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= \frac{a+b}{a} \times \frac{1}{(a^2-b^2)} \\
 &= \frac{a+b}{a} \times \frac{1}{(a+b)(a-b)} \\
 &= \frac{1}{a(a-b)}.
 \end{aligned}$$

习 题 1-3

计算下列各题:

$$1. \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-2x+1}$$

$$2. x + \frac{1}{x}$$

$$3. \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - 1$$

$$4. \frac{8xy}{ab} \times \frac{2a^2bc}{x^2}$$

$$5. \frac{x^2-xy}{x^2+xy} \times \frac{x^2y+xy^2}{xy}$$

$$6. \frac{a^2}{b+c} \div \frac{a}{b^2-c^2}$$

$$7. \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} \div \frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$$

$$8. \frac{x^2+x}{x^2+x-2} \div \frac{x^2+3x+2}{x+2}$$