

SHUXUE

数 学

几 何 · 第一册

青年自学丛书

四川人民出版社

青年自学丛书

数 学

几何·第一册

主 编 成 都 市 教 育 局

编写单位 成 都 市 锦 江 中 学

成 都 市 第 十 六 中 学

成 都 市 第 三 十 一 中 学

执 笔 钟 策 安 朱 文 虎

黄 元 正

四 川 人 民 教 育 出 版 社

一 九 七 八 年 · 成 都

青、年 自 学 丛 书
数 学

几何·第一册

四川人民出版社出版

(成都盐道街三号)

四川省新华书店重庆发行所发行

重庆新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张10 字数220

1978年6月第一版 1978年12月第二次印刷

印数：55,201—183,500册

书号：13118·8 定价：0.63元

前 言

“一定要极大地提高整个中华民族的科学文化水平”。这是英明领袖华主席、党中央高瞻远瞩地向全党、全军、全国各族人民发出的庄严号召。这是激动人心的动员令，这是气吞山河的宣言书，这同样是对广大青年亲切的召唤。

青年是我们的希望，是我们的未来。为了适应广大青年向科学进军的需要，我们组织编写了一套“青年自学丛书”，供广大青年自学、在校中学生课外阅读和中学教师参考。

这套“青年自学丛书”的数理化部分，共十七册，即《数学》八册（《代数》三册、《几何》三册、《三角》二册）、《物理》四册、《化学》五册。考虑到这套丛书具有自学的特点，编写时注意了基本理论、基本概念、基本规律和学习难点的讲述，例题较详，习题较多，循序渐进，由浅入深；文字上努力做到生动活泼，明白易懂。同时，参照全国中小学通用教材教学大纲精神，还介绍了一些先进知识。要求通过对丛书的自学，使读者能达到高中或略高于高中的程度。

这是“青年自学丛书”《数学》的《几何》读本，按照平面几何、解析几何、立体几何等方面的内容，编成三册。

这套丛书的编写出版，得到中共成都市委宣传部的亲切关怀和有关学校的支持。四川师范学院数学系协助了丛书《数学》读本的审稿工作。在此，我们谨致谢意。

由于时间仓促和编者水平所限，本书内容可能有缺点或错误。鉴于当前需要迫切，先以“试用本”出版，广泛听取意见。我们热忱欢迎广大读者批评指正，以便再版时修订。

编 者

一九七八年三月

目 录

引言	(1)
第一章 相交线与平行线	(3)
一 直线 射线 线段	(3)
1.1 直线的性质 1.2 射线 1.3 线段 1.4 延长线 1.5 线段的相等和不等 1.6 线段的和、差作图 1.7 线段的度量 1.8 两点间的距离	
习 题 一	(16)
二 角	(17)
1.9 角、周角、平角、直角 1.10 角的相等与不等 1.11 元心角 1.12 画一个角等于已知角 1.14 角的度量——角度制与弧度制 1.15 和角与差角 1.16 作已知角的平分线 1.17 余角 补角	
习 题 二	(34)
三 相交直线	(36)
1.18 对顶角 1.19 垂线 1.20 画已知线段的垂直平分线 1.21 点到直线的距离	
习 题 三	(42)
四 平行线	(43)
1.22 平行线 1.23 一条直线截两条直线所成的角 1.24 平行线的判定和画法 1.25 画平行线	
习 题 四	(56)
1.26 平行线的性质	
习 题 五	(62)

五 定理 定理的组成和证明 (64)

1·27 几何命题 1·28 定理的组成 1·29 定理的证明

复 习 题 (74)

第二章 三角形 (78)

一 三角形的分类 (78)

2·1 三角形的结构的稳定性 2·2 三角形的元素和分类

2·3 三角形的角平分线、中线和高三

二 三角形的内角和 (82)

2·4 三角形的内角和定理 2·5 多边形的内角和与外角和

2·6 测倾仪原理

三 全等三角形 (88)

2·7 画三角形与决定三角形的条件 2·8 全等三角形的判定

2·9 直角三角形全等的判定定理

四 等腰三角形 (99)

2·10 等腰三角形的性质 2·11 等腰三角形的判定定理

2·12 轴对称图形

五 逆命题 逆定理 (105)

2·13 逆命题 2·14 逆定理

六 垂直平分线与角平分线 (106)

2·15 线段的垂直平分线的性质 2·16 角的平分线的性质

复 习 题 (112)

第三章 四边形 (122)

一 平行四边形 (122)

3·1 平行四边形 3·2 平行四边形的性质 3·3 平行四边形

的判定定理 3·4 中心对称图形

习 题 一 (133)

二 矩形 菱形 正方形 (133)

3·5 矩形 3·6 菱形 3·7 正方形

习 题 二 (144)

三 梯形	(145)
3·8 梯形 3·9 等腰梯形 3·10 平行线等分线段定理	
习 题 三	(160)
复 习 题	(162)
第四章 勾股定理	(165)
一 多边形的面积	(165)
4·1 面积和面积的单位 4·2 多边形的面积定理	
习 题 一	(175)
二 勾股定理	(177)
4·3 勾股定理 4·4 勾股定理的逆定理	
习 题 二	(191)
复 习 题	(192)
第五章 直角坐标系	(196)
一 轴和有向线段	(197)
5·1 轴和有向线段 5·2 直线坐标系	
习 题 一	(203)
二 平面直角坐标系	(204)
5·3 平面直角坐标系	
习 题 二	(210)
三 两点间的距离公式	(211)
5·4 两点间的距离 5·5 中点公式	
习 题 三	(219)
复 习 题	(220)
第六章 向量	(222)
一 向量概念	(222)
6·1 向量与数量 6·2 向量的表示法 6·3 向量的相等	
二 向量的运算	(226)
6·4 向量的加法 6·5 向量的减法 6·6 数与向量相乘	

6·7 三角形中位线的性质	
三 向径与向量坐标	(237)
6·8 点的向径 6·9 平面向量的坐标	
复 习 题	(245)
第七章 相似形	(248)
一 线段的比与比例的线段	(248)
7·1 两条线段的比 7·2 成比例的线段 7·3 平行线截取比 例线段 7·4 定比分点的坐标和向径 7·5 三角形的内、外 角平分线的性质定理	
习 题 一	(270)
二 相似多边形	(272)
7·6 相似多边形 7·7 三角形相似的判定 7·8 相似三角形 的性质 7·9 相似多边形的性质	
习 题 二	(294)
三 图形的位似变换	(298)
7·10 位似形 7·11 放缩尺 7·12 位似变换式	
复 习 题	(309)

引 言

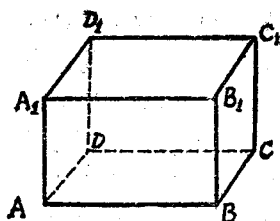
为了满足人类社会日益增长的物质要求,多、快、好、省地生产各种各样的现代化新产品,如电视机、电子计算机、火箭、卫星以及各种工具、用具等,就必须事先对各种物体的形状,如方、圆、长、短、粗、细、大、小等等进行研究。研究物体的形状、大小以及它们间的位置关系的科学就是几何学。

几何学研究的物体的形状是一切同形物体所公有的,而不是某一个物体所独有的。例如:铅球、木球、皮球、玻璃球等,它们都是球形,这是它们的共性。几何学中讲的球是一个圆面绕它的一条直径旋转一周得到的图形。那么它是木球呢?还是皮球呢?当然都不是。它不是任何物质的,而是一切物质的球,被抽去了实质之后留下来的一种形状。几何学中把这种抽去了物体的实质后留下的形状叫做几何图形。如球、长方体、圆柱体等等都是几何图形。所以几何图形是抽象的,不是物质的,是一切同形物体具有的共性,而不是某一物体的独有特性。因此,它的应用是广泛的。

我们要参加四个现代化的伟大的社会主义建设,攀登科学技术高峰,都必须掌握一定的几何图形的知识以及运用这些知识解决实际问题的技能和技巧。

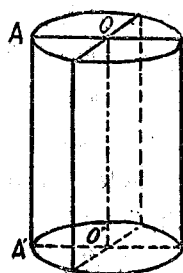
由于一切物体都占有部分空间,所以它们的形状都是空间几何图形,或者叫做立体图形。例如,粉笔盒,软木塞,汽油桶,皮球等的形状都是立体图形。几何中分别把粉笔盒的形状叫做长方体。软木塞的形状叫做圆台、汽油桶的形状叫做圆柱体、皮球的形状叫做球。

由于物体都是由它们各自的表面包围起来的，所以立体图形都是由各种面组成。例如长方体就是由上、下、左、右、前、后共六个矩形平面(注1)围成。(如图1)元柱体由上下两个相等的元平面和一个作为侧面的元柱面围成(如图2)。在图2中



长方体

图 1



元柱体

图 2

的元柱面可以看成：由矩形 $AOO'A'$ 绕边 OO' 旋转一周时，边 AA' 运动产生的轨迹图形。

由此可见：研究立体图形，要以平面图形(注2)作基础。而平面图形中直线形和元又是基础。

本书第一册、第二册都研究平面图形，第三册研究立体图形。

注1. 平面，如像平静的水面，磨平的镜面等，都是平面的形状。

2. 平面图形与空间图形。整个图形上的所有点都在同一个平面内的这种图形叫做平面图形；否则就叫空间图形或立体图形。

第一章 相交线与平行线

本章是几何学的开端,是学习以后各章的预备知识,包含一些简单的图形性质和一些常用的基本概念和基本方法。

一 直线 射线 线段

1.1 直线的性质

大家都知道:像拉紧的细线就是直线的形状(图1-1),如果把它放松,就变成曲线的形状(图1-1)。



图 1-1

画直线可以用直尺,把直尺放在纸上,将笔尖沿着直尺的边画去就得一条直线。

经验证明:过一点可以画无数条不同的直线。但是,经过两点就只能画一条直线(如图1-2),这说明直线有下面的一条基本性质:

经过两个点,可以画一条直线,并且只能画一条直线。

这条直线的基本性质,是经过劳动人民亿万次的实践检验公认为是正确的真理,几何上把它叫做公理。这条公理是几何公理中的关联公理之一。

用直线的这条基本性质可以判断:(1)如果两条直线有两

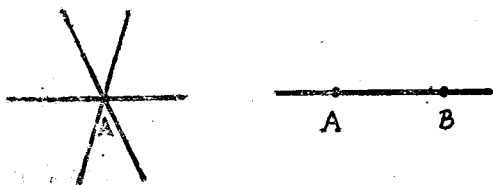


图 1-2

个公共点，那么这两条直线就互相重合，变成一条直线。(2)如果两条直线是不同的，那么它们最多只能有一个交点(这是因为如果有两个交点，那么这两条直线就要重合)。

只有一个公共点的两条直线叫做相交线。这个公共点叫做交点。直线的基本性质，还可以用来检查一根普通的尺子是不是直的。方法是：在纸上任意画出两个点，用这一根尺子的边紧靠这两点，经过这两点沿尺边画一条线，再把尺调转过来，放在所画的线的另一侧，并靠紧这两点，再经过这两点沿尺边画一条线。如果两次画出的线全相重合，就可以断定尺边是直的(图1-3)，否则就不直(图1-4)。

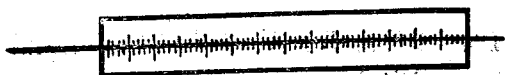


图 1-3

当我们在纸上画直线时，画出的只是它的一部分，它是可以向两方无限伸长的，我们在图1-5中，用虚线表示直线的这一性质。

直线的符号表示法：习惯上用大写字母($A, B, C, \dots$)表示点，用表示直线上任意两点的大写字母 A 和 B 来表示这条直线，如“直线 AB ”(图1-5)。有时我们也用一个小写字母($a, b, c, \dots, l, \dots$)来表示直线，如“直线 l ”(图1-6)。

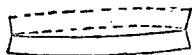


图 1-4

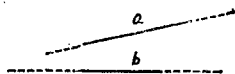


图 1-5

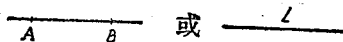


图 1-6

1.2 射线

探照灯、手电筒发出的光线，同直线的区别在于它是由一点出发向一定方向无限伸长的。把在直线上某一点一旁的部分叫做射线。这一点叫做射线的端点。例如：直线 AB 上的一点 O ，把这直线分为两部分，就得到两条射线（图1-7）。射线是向一方无限伸长的，它有一个端点。

射线的表示法：射线用表示它的端点和射线上另外任意一点的大写字母来表示，并把表示端点的字母写在前面。图1-7中的两条射线可记为“射线 OA ”和“射线 OB ”。

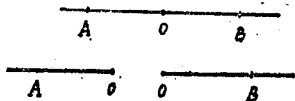


图 1-7

射线的性质：射线是直线的一部分，有一个端点为界，可以向一个方向无限伸长，所以射线也是无限长。

1.3 线段

直线上任意两点间的部分叫做线段（图1-8(1)）这两点叫做线段的端点（图1-8(2)）

线段的性质：线段是直线的一部分，有两个端点为界，所以线段是不能无限伸长而是有限长。

线段的表示法：如果 A 、 B

两点是一条线段的两个端点，那么就用 AB 表示这条线段，如

“线段 AB ” (图1-9)。有时叙述

中用不到线段的端点时，也可

以只用一个小写字母来表示它，例如“线段 a ” (图1-8)。

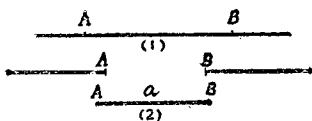


图 1-8

小结 直线、射线、线段三者的性质比较：

直线的基本性质：过两点只能作一条直线。

线段和射线都是直线的一部分，当然都具有直线的基本性质。

直线没有端点，可以往两个互相相反的方向无限伸长，所以是无限长。

射线有一个端点为界，所以只能往一个方向无限伸长，而也是无限长。

线段有两个端点为界，因而是有限长。

例 一直线上的四点能组成多少条线段？把它们用字母表示出来。



图 1-9

解 设直线 l 上有4点 A 、 B 、 C 、 D 。从图中可以看出它们只能组成六条线段。它们是 AB 、 BC 、 CD 、 AC 、 BD 、 AD 。

1.4 延长线

如图1-10所示，直线 $x'x$ 被两点 A 和 B 分为三个部分，我们把射线 Bx 叫做线段 AB 的沿 B 端的延长线，射线 Ax' 叫做线段 AB 的沿 A 端的延长线，或者叫做线段 AB 的反向延长线。

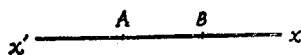


图 1-10

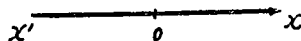


图 1-11

因此线段可以往两端任意延长。

如图1-11所示,直线 $x'x$ 被一点 O 分为两部分,我们把射线 Ox' 叫做射线 Ox 的反向延长线。

1.5 线段的相等和不等

把直尺从一个地方移到另一个地方,其形状大小都不会发生变化。所以,几何图形具有这样的性质:移动几何图形是不会改变它的形状和大小的。这也是一条几何公理叫做移形公理。

在几何中考察两个图形是否相等,用的基本方法是:根据移形公理把一个图形移放到另一个图形上去,如果两个图形上的所有点都互相一一重合,那么这两个图形就叫做全等,有时也说它们相等。

我们现在用这个基本的方法来考查两条线 AB 和 CD 是否相等。把 AB 放置在 CD 上,使 A 与 C 重合,并且使 AB 顺着 CD 落下。

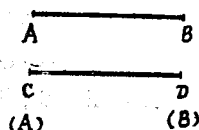


图 1-12

(1) 如果 B 与 D 重合(图1-12),根据直线的基本性质,这时,线段 AB 上所有的点都必与线段 CD 上所有的点互相一一重合,因此,线段 AB 和线段 CD 相等。(图1-12).用数学式子表示,可写成,

$$AB = CD, \quad \text{或者} \quad CD = AB.$$

(2) 如果 B 落在 CD 之内(图1-13),这时,我们说: AB 小

于 CD ，写为 $AB < CD$ ；或者说： CD 大于 AB ，写为 $CD > AB$ 。

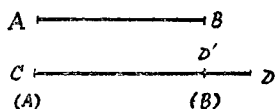


图 1-13

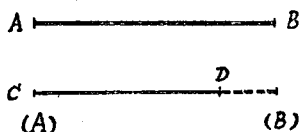


图 1-14

(3) 如果 B 落在 CD 的延长线上(图1-14)，这时，我们说： AB 大于 CD ，写为 $AB > CD$ ；或者说： CD 小于 AB ，写为 $CD < AB$ 。

关于情况(2)，我们知道，实际上， AB 只与 CD 的一部份 CD' 相等(图1-13)，根据一般的公理(普通公理)：“全量大于部分”，所以 $CD > CD'$ 。

但 $CD' = AB$ ，根据又一普通公理：“等量可以代换。”所以得到 $CD > AB$ 。

另一方面：“全量大于部分”，和“部分小于全量”，完全是同一事实的两种说法。所以上面的关系又可以看成： $CD' < CD$ ，但 $CD' = AB$ (图1-13)，故 $AB < CD$ 。

对于情况(3)也是一样地去推理。

我们在学几何时必须弄清、掌握和运用这些几何公理和普通公理，才便于深入到事物本质，提高我们解决实际问题的能力。以后还会迁到一些这类的公理，请注意。

1.6 线段的和、差作图

在作图之前，先应明确什么叫做两条线段的和和差，以及如何画与已知线段等长的线段。

如图1-15所示，如果点 C 在线段 AB 上，那么线段 AB 叫做

两条线段 AC 和 BC 的和, 线段 AC (或 BC)叫做线段 AB 与线段 BC (或 AC)的差。

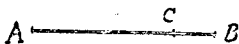


图 1-15



图 1-16

(1) 作已知线段的相等线段。

已知: 线段 AB 为已知线段(图1-16),

求作: 线段 CD , 使 $CD = AB$ 。

作法: 1) 任意画一条直线 l (用直尺),

2) 将两脚规的两腿张开, 使两脚尖对准 A 和 B , 不变更两脚规的张口, 把两脚尖齐放在 l 上, 于是设两脚尖在 l 上对准的点为 C 和 D , 那么线段 CD 就是所要作的线段(这个步骤以后叫做在 l 上截取 $CD = AB$)。

这是因为过两脚尖画的线段与线段 AB 和 CD 都是相等的, 所以 $CD = AB$ 。这个论断是根据普通公理。“等于同量的量相等。”作出的。

(2) 作线段等于已知二线段的和。

已知: 如图1-17, a, b 为二已知线段。

求作: 作线段 c , 使 $c = a + b$

作法: 1) 作线段 $AB = a$,

2) 在 AB 的延长线上截取 $BC = b$, 线段 AC 就是所求的线段 c 。

这是因为从作法知 B 在线段 AC 上, 故 $AC = AB + BC$, 又

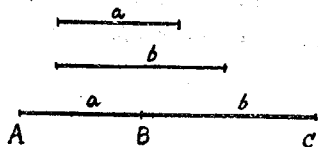


图 1-17