



课程学习辅导

初中几何第二册

课程学习辅导

湖南教育出版社



初中几何第二册 课程学习辅导

易松涛编

湖南教育出版社

初中几何第二册

课程学习辅导

易松涛 编

责任编辑：欣 彬

湖南教育出版社出版（长沙市展览馆路14号）
湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷一厂印刷

1983年1月第1版第1次印刷

字数：138,000 印张：6.75 印数：1——460,000

统一书号：7284·125 定价：0.52元

《初中几何课程学习辅导》是供初中同学学习部编几何教材时使用的参考书。本书分“预习与思考”、“词语解释”、“疑难解析”、“学习参考资料”、“复习建议”五个方面逐章（节）进行辅导。“预习与思考”通过典型事例的启发，引入本章（节）的重点和难点，“词语解释”是有选择地对一些容易混淆的词语进行辨析和解释，“疑难解析”是根据教材难点逐条进行分析和解答，“学习参考资料”提供与本章（节）有关的科学知识，供同学们学有余力时参看，“复习建议”着重介绍学好本章（节）的方法和注意事项。

本书亦可供在职青年自学初中几何使用。

目 录

关于几何的知识 (代绪论)	(1)
一 几何发展史简介	(1)
二 为什么要学习几何	(5)
三 怎样学习几何	(6)
第五章 圆	(9)
一 圆的基本知识	(9)
二 直线与圆、圆与圆的位置关系	(39)
三 正多边形与圆	(70)
四 点的轨迹	(101)
第六章 视图	(141)
第七章 直线和圆的方程	(162)
一 直线的方程和两条直线的位置关系	(162)
二 圆的方程	(187)

关于几何的知识

(代绪论)

我们已经学习过算术和代数，现在要开始学习数学中另一门学科——几何。那么，什么是几何，为什么要学习几何，怎样学习几何呢？这些是我们在学习几何之前必须要搞清楚的问题。

一 几何发展史简介

在日常生活里，我们观察周围的物体，首先进入人的眼帘的便是物体的形状和大小，例如，课堂上的黑板和书桌都是长方形的，自行车的车轮和小朋友玩的铁环都是圆形的。一般情况下，黑板比书桌大，车轮比铁环大，这里就涉及了物体的形状和大小的问题。滚铁环时，需用叉棍支持住铁环，铁环和叉棍实质上只有一点相连，这里就涉及到物体的相互位置关系问题。当然，在我们进一步观察物体时，还会发现物体的组成以及颜色、密度、重量、强度等等也是千差万别的。但是，几何完全抛开了物体的物理、化学的性质。因此，几何是研究物体的形状、大小和相互位置关系的科学。

跟其他学科一样，几何来源于人类的实践，它是人类进行生产斗争和科学实验的工具。几何萌芽于远古时代，相传古埃及的尼罗河每年洪水泛滥，水退以后，被淹没过的田地界限消失，必须设法测量、勘定田地的界限，测量土地的方法便由此而产生。与此同时，古代埃及建有很多金字塔，这些工程非常浩大，说明埃及人很早就知道许多关于几何的知识。传说公元前六世纪，被称为古希腊的第一个哲学家泰勒斯到埃及经商，因为喜爱埃及的文化，便留下来学习。不久，他的学识就胜过了当时垄断知识的传教士，后来它将几何学传入希腊。公元前三世纪，古希腊的欧几里得把前人所有关于几何的知识收集起来，并加以系统化，他从少数已被经验证明的公理出发，运用逻辑推理和数学计算的方法，演绎出许多定理，写成了一部十三卷的《几何原本》，这是世界上第一本系统的、完整的叙述几何知识的书。这本书犹如古代一座宏伟的科学宫殿，它推理严密、论断明确。它是古希腊的骄傲，直到今天，我们所学的几何课本中的许多内容还可以看成是《几何原本》的改写。

我国古代对数学的发展作出了卓越的贡献，对几何的研究有着悠久的历史。西方最古老的系统几何学首推《几何原本》，在中国则是《墨经》。《墨经》成书略早于《几何原本》，它包含几何学、力学、光学、逻辑学等方面的论述。在几何部分，它虽没有《几何原本》那样丰富的内容、严密的结构，但其中若干理论，其定义之确切、立论之精辟，并不亚于《几何原本》。书中最早记载了有关点、线、面、方、圆等几何概念。现存最早、最有名的数学著作《周髀算经》和《九章算术》产生在公元纪元前后的汉朝。

《周髀算经》讨论了直角三角形的性质，《九章算术》正确地提出了勾方股方之和等于弦方的重要定理。我国魏晋时期的杰出数学家刘徽曾对《九章算术》作过理论性探讨，于公元263年注《九章算术》九卷，提出了许多超出原著的新理论，其中一个杰出的贡献是他在书中创立的割圆术，即用圆内接正多边形来近似代替圆。这里包含初步的极限概念和直线曲线转化的思想，这在一千七百多年前是非常难能可贵的。刘徽利用割圆术，求出圆内接正3072边形的面积，算出圆周率 $\pi=3.1416$ 。随后，南北朝时代的伟大数学家祖冲之，进一步推算出圆周率 π 的值在3.1415926和3.1415927之间。这是当时世界上最精确的 π 值，直到一千年以后，阿拉伯和法国的数学家才超过了它。祖冲之还提出 π 值的两种分数形式：约率 $\pi=\frac{22}{7}$ ，密率 $\pi=\frac{355}{113}$ ，其中密

率的值要比欧洲早一千多年，为了纪念祖冲之，有人建议把 $\pi=\frac{355}{113}$ 称为“祖率”。唐初数学家王孝通著有《辑古算经》一卷，

其巨大的学术价值在于它是世界上最早提出三次方程代数解法的著作，书中多次用到三次方程来解决体积计算和勾股定理应用的问题，这比西方同类成就至少要早六百年。

数学的发展，从来就是和生产实践、科学技术的水平密切相关的。首先，生产实践和科学技术向数学提出需要解决的问题，刺激数学向前发展。恩格斯说得好：“社会一旦有技术的需要，则这种需要就会比十所大学更能把科学推向前进。”其次，生产实践和科学技术又向数学提供丰富的研究资料 and 物质条

件。十七世纪初，德国科学家开普勒发现行星绕太阳运行的轨道是椭圆的，意大利科学家伽利略发现抛射体是按抛物线运行的，等等。这些问题都需要对曲线进行研究，因此，一门新的数学学科——解析几何就应运而生了。1637年法国数学家笛卡尔发表了著名哲学著作《几何学》，其中第三部分主要讲的是解析几何，它的中心思想是要建立起一种普遍的数学，使算术、代数、几何统一起来。笛卡尔把过去对立着的两个研究对象“形”和“数”统一起来，并在数学上引入“变量”，完成了数学史上一次划时代的变革，笛卡尔所创立的解析几何使几何学向前大大推进了一步。恩格斯在《自然辩证法》里对笛卡尔的革新思想给予极高的评价：“数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，……”

几乎在笛卡尔发表《几何学》的同时，法国数学家笛沙格导入无穷远点、无穷远线等新的概念，奠定了射影几何基础。十八世纪末叶，又发展出微分几何、画法几何等新分支，随后，又发展出以研究一一对应的双方连续交换为中心的另一重要几何分支——拓扑学。十九世纪初，俄国数学家罗巴切夫斯基创立了与欧几里得不同的几何系统——罗氏几何，从而解决了使数学家迷惑了两千年的问题，即欧几里得的平行公设是否是独立的公理问题。1854年德国数学家黎曼推广了空间概念，开创了几何学另一片广阔的领域——黎曼几何学（罗氏几何和黎氏几何又统称非欧几何）。二十世纪以来，随着相对论的建立，黎曼几何得到很大的发展，成为现代微分几何的基础。

二 为什么要学习几何

和算术、代数一样，几何在我们日常生活和生产中经常用到，同时在其他学科，如物理、化学、天文及现代技术中都有广泛的应用。

人们有事赶路，总是尽量走直路，不愿走弯路，这是因为两点之间的距离以直线最短，赶路所花时间最省。汽车、火车的轮子是圆的，这是因为圆周上任一点距圆心的距离都相等，这一性质能使滑动变为滚动，车子行走就不会颠簸，阻力也小多了。大桥的钢梁是由很多横七竖八的三角形构成的，房屋顶上的人字架也是由许多三角形构成的，这是利用三角形稳定性原理。我们常接触的家用器皿，如口杯、水桶，它们的横截面一般都是圆形的，这是因为圆截面的器皿既美观，又容易制作，而且最省材料；这些家用器皿的长宽比常常又是按黄金分割的原则制定的，这种比例给人一种舒适的感觉。凡此种种，都渗透着几何的知识。

学习几何是学习其他学科的工具。很早以前，几何就被认为是训练人们思维能力的最好方法。公元前四世纪，著名的古希腊哲学家柏拉图曾在他所设立的哲学研究院的大门上写着：“不懂几何的人，不准入内”。几何对于哲学是如此，对其他学科的关系也非常密切。天文学家用几何来研究星球的相互位置，物理学家用几何来研究物体的运动，分析各种力之间的关系，……至于数学的各个分支之间，则更是互相渗透，相辅相

成的。

工农业生产和国防建设中无时不用到几何知识。翱翔蓝天的飞机，游弋远洋的巨轮，它们方位的确定实质上是几何原理的应用，机械制造、水利设计、建筑施工、军事测量等图样的绘制是画法几何提供了原理和方法。

在科学技术高度发展的今天，几何——这门具有几千年历史的古老学科也象其他学科一样，还有许多重大的课题和新的领域有待人们去探索和突破。例如，随着计算机的出现，七十年代又发展出一门新学科——计算几何，它在造船、航空、汽车等工业部门的计算机辅助几何外形工作中具有重要的指导作用。几何学必将在人类改造客观世界的进程中，继续发挥它的巨大作用。

由此不难看出，学好几何对我们来说是多么重要的了。

三 怎样学习几何

初中几何的主要内容包括相交线、平行线、三角形、四边形、相似形和圆的基本知识，直线和圆的方程及图象。

学习初中几何的目的与要求在于：

1. 学习几何的基础知识，包括概念、定义、公理、定理、法则等，并能用所学的知识解决简单的实际问题。
2. 发展逻辑思维能力和空间想象能力，提高运算能力和作图能力。
3. 学习辩证唯物主义思想，培养辩证唯物观点。

为达到上述目的,在学习几何时需注意如下几点。

1. 一定要听好课,搞清基本概念。要注意老师是如何引入新概念的,尤其要搞清概念引入的背景,它能解决什么问题。要结合直观解释和理解概念,消除对概念的畏惧心理,避免对概念的死记硬背。正确理解几何中的概念是掌握几何基础知识的前提,对于容易产生混淆的概念,要能够用对比的方法认识它们之间的区别和联系,只有这样,才能做到记忆持久,运用灵活。

2. 不仅要对学生学过的概念与知识经常进行复习、对比,而且要养成看数学课本的良好习惯,重要的概念、公式、法则、定理要记忆,如能用自己的语言准确的表达就更好了。要把学习新知识当作复习旧知识的开始,这样才能学得积极主动、生动活泼。

3. 要认真做好习题,以便巩固、应用和检查所学的知识。习题一般分为两类:一类是基本题,目的在于熟悉巩固所学的基本概念、公式和法则;另一类是综合练习题,目的在于训练解题技巧,综合应用知识。要学好几何,必然要多做习题,但如何避免沉溺于题海,把握住正确的方向,从而收到事半功倍的效果,显然是十分重要的。首先要明确,学几何毕竟不是为了做习题,做习题仅仅是掌握双基的一种手段,若题目只管做,做完了就了事,只图数量,不求质量,则事倍功半,收益不大。在解题之后应回顾一下,解这道题用了哪些概念、定理和公式,采用了哪些方法,解题的关键是什么,还有别的解法没有。再进一步考虑,这道题与过去哪些题有关联或相似之处,然后加以归纳对比、串联沟通、总结方法。经常这样做,就会收到举

一反三，触类旁通的效果。这对于提高观察分析能力，总结概括能力和逻辑推理能力是有帮助的。

总之，重点应放在加强基础知识和基本技能的学习和训练上，对习题不仅要适当的练，更重要的是多想，特别是在遇到困难时，要能够从正面、反面、各个角度去思考，做到真正搞懂。只有这样，才能使所学的知识融会贯通，才能把所学的知识得心应手地运用到实际中去。

第五章 圆

圆与我们生活及四化建设都有密切的联系。日用器皿，汽车、自行车的轮子，机器上的传动轮，……都离不开圆。

从数学教材系统来看，《圆》这一章是平面几何中十分重要的一章。它对于前面几章是一个很好的总结和综合；它实现了从“直”到“曲”的飞跃；它是学习其他数学知识，尤其是学习平面解析几何的准备。

本章教材有两个明显特点，一是例题、习题的综合性强，二是逻辑推理的要求高。可以说，对于初中数学，本章在推理论证方面进入了“高潮”。因此，学好这一章对于系统地掌握平面几何知识是十分重要的。

一 圆的基本知识

本节主要学习圆的基本概念以及与圆有关的角、弧、弦、弦心距之间的关系，这些知识是学好《圆》这一章的基础。

【预习与思考】

如果有一块圆轮残片(图5-1)，为了复制一个同样的、完整



图5-1

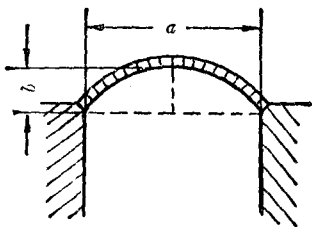


图5-2

的轮子，就要在碎片上找出圆心。我们应当怎样找它的圆心呢？

如果有一个圆弧形拱门（图5-2），已知跨度为 a 米，拱高为 b 米，怎样求拱门圆弧的半径呢？……

要做好上面这些有意义的工作，就必须学习圆的基本知识。比如，要回答第一个问题就要学习“过不在一直线上的三点作圆”的知识；要回答第二个问题就要学习“垂径定理”。

通过本单元学习，要着重弄清以下几个问题：

1. 垂径定理及其推论（这些推论实际上是垂径定理的逆定理，一共有九个逆定理），垂径定理在工程技术中的应用。

2. 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理，以及这些定理的使用方法。

3. 圆心角度数定理，圆周角度数定理及其推论，圆周角定理的推论的应用。

要特别注意，弧与弧相等不同于角与角、或线段与线段的相等，初学者对此容易混淆不清，要从概念上和书写上区分清楚。

4. 反证法是一个新引入的证题方法，这个方法以后用得很多。

多，一定要掌握证题格式与步骤，理解方法的实质，并能熟练地运用它。

5. 四点共圆的知识。一是要掌握好四点共圆的判定方法；二是要掌握好圆内接四边形的性质。四点共圆的知识是解决综合性习题的重要的工具之一。

想一想，任意四边形、任意多边形一定有外接圆吗？

【词语解释】

集合 在初中数学教材中，已经不止一次提到集合这个名词了，但没有介绍集合的系统知识。到高中一年级，我们将进一步学习有关集合的简单知识。

集合（或集）是数学中的一个原始概念。如同学习几何时的“点”、“线”、“平面”一样，开始是用具体例子来说明其意义的。例如，可以说世界上所有国家组成集；太阳系的全部星球组成集；教室里全体同学组成集；学校里的所有房子组成集；全体自然数组成集（数集）；任何一个平面几何图形都可以看成平面上的点的集合（点集）。

圆 在圆的定义中有两个概念，一个是“圆”，它表示一个图形；另一个是“到定点的距离等于定长的点的集合”，也组成一个图形。要使它们表示同一个图形，必须满足两条：①圆上的点都是这个集中的点；②这个集中的点都在这个圆上。因而在给出定义前，要从这两个方面进行说明，二者缺一不可。

“圆”这个名词究竟表示什么图形，一般有两种说法。课本是把“圆”理解为一条曲线（不包括曲线内部的平面部分），而

用“圆面”来表示圆及其内部的平面部分；另一种是把“圆”理解为一个平面部分，而用“圆周”表示围成这个平面部分的曲线。

三点决定一个圆 这种说法本身就不妥当，必须加上“不在同一直线上”这一条件。“决定一个圆”的意思是指“可以作一个圆，并且只可以作一个圆”。前者是说可不可以作圆，即存在性问题；后者是说可以作多少个圆，即唯一性问题。

内接与外接、内切与外切 这几个名词容易混淆。首先要搞清“内”和“外”的含义，“内”和“外”是相对于某个图形说的。例如，“三角形的外接圆”中的“外”是相对于三角形说的，圆在三角形的外面；“圆的内接四边形”中的“内”是相对于圆说的，四边形在圆的里面。其次要搞清“接”和“切”的含义，“接”和“切”分别是指多边形的顶点以及边与圆的关系。多边形的顶点都在圆上叫做“接”；多边形的边都与圆相切的叫做“切”。

圆周角 圆周角的特点是“顶点在圆上”和“两边都与圆相交”，二者缺一不可。下面图5-3中甲、乙两种情形下的 $\angle ABC$ 都不是圆周角，只有丙种情形下的 $\angle ABC$ 才是圆周角。

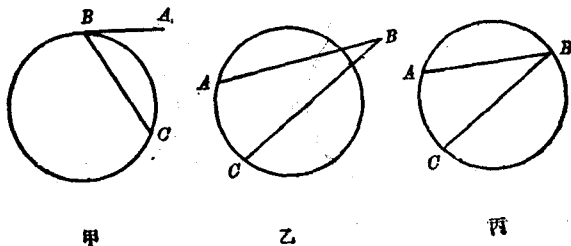


图5-3