

初中代数教学辅导

第四册

山东教育出版社

初中代数教学辅导

第 四 册

高文秀 编

山 东 教 育 出 版 社

一九八三年·济南

初中代数教学辅导

第四册

高文秀 编

*

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 7213工厂印刷

*

787×1092毫米32开本 8.875 印张 187 千字

1983年11月第1版 1983年11月第1次印刷

印数 1—37,500

书号7275·160 定价 0.72元

前 言

为了帮助初中数学教师更好地理解和掌握教材，研究和改进教学方法，提高教学质量，我们编写了这套教学辅导，以供参考。

这套教学辅导共分六册（包括代数四册，几何两册），每一册都按相适教材的内容和章节顺序进行编写。编写过程中，注意参照中学数学教学大纲的要求，侧重于分析教材，揭示教材的内在联系，剖析教学重点和难点，提供课时教学建议。教师在参考时应注意教材的变动并从学生的实际出发，科学地处理教材，灵活采用适当的教学方法，不可机械套用。

由于编者水平所限和时间仓促，难免有不当之处，恳请批评指正。

编 者

目 录

全册教材说明	1
第一章 直角坐标系	9
【教材内容】	9
【目的要求】	10
【重点难点】	10
【课时分配与教学建议】	10
【参考资料】	43
第二章 解三角形	51
【教材内容】	51
【目的要求】	52
【重点难点】	53
【课时分配与教学建议】	53
【参考资料】	138
第三章 函数及其图象	141
【教材内容】	141
【目的要求】	142
【重点难点】	143
【课时分配与教学建议】	143
【参考资料】	228
第四章 统计初步	246
【教材内容】	246

【目的要求】	247
【重点难点】	247
【课时分配与教学建议】	247
【参考资料】	277

全册教材说明

本册教材是全日制中学初中代数课本的最后一册，内容包括“直角坐标系”、“解三角形”、“函数及其图象”、“统计初步”四章。为了比较系统地复习初中代数的全部内容，课本最后还附有“初中代数总复习参考题”，供教师选用和参考。

鉴于我国目前中等教育尚未普及，大量初中学生在毕业后将直接参加四化建设的情况，在教材中既考虑到部分学生继续升学的需要，又考虑到适应大批初中毕业生直接参加生产的需要。就是说，教材是在学生可以接受的前提下，既要使他们通过初中阶段的学习，扎扎实实地打好数学基础，为进一步学习作好知识上和能力上的准备，又要使他们尽可能地多学到一些参加四化建设所必需具备的数学知识。这是贯穿于本册教材的一个总的思想。

下面对本册教材的各章内容作一些简要地说明：

一、直角坐标系

在中学数学教材中，较早地提出平面直角坐标系这一工具，把形和数的知识联系起来进行教学是有好处的。引进了坐标方法，即解析的方法，并在此基础上建立三角函数、函数及其图象等概念，可以使学生了解数和形的知识之间的密切联系。

在此以前，学生已掌握了数轴的概念，了解数轴上的点与实数之间的一一对应关系。在平面内建立了直角坐标系以后，就可以使学生了解坐标平面内的点和有序实数对之间的一一对应关系。

在平面内建立了直角坐标系，可以把某些几何问题转化为代数问题来解决。在这一章中安排了一些例题和习题，介绍这种用代数知识解决几何问题的方法——解析法，使学生初步了解和认识这种新的研究几何问题的方法的用处和优点。

在两点间的距离公式以及定比分点坐标公式的证明中，必须引用有向线段的数量的概念，即 $AB = OB - OA = X_B - X_A$ 。课本第7页的练习1列举出所有可能出现的六种情况，逐一验证这一公式，然后归纳出所要证明的结论。这种把一个问题的所有可能发生的情形都列举出来，然后对每种情形逐一加以研究，最后做出一个关于所研究过的那些情形的一个概括性的结论的推理方法，叫做“完全归纳法”。可以向学生说明，这种完全归纳法是数学及其它学科中经常运用的一种推理证明的方法。

关于线段的定比分点，课本中的例题只涉及 λ 取正值的情况，即内分的情况。至于外分点的坐标的计算，课本中把它转化为内分的问题，再应用解二元一次方程组的知识加以解决。待学生升入高中以后，按照1982年5月公布的全日制六年制重点中学数学教学大纲（草案）征求意见稿规定，在高中二年级《平面解析几何》课中还将重新学习它。在教学中要防止使学生形成“ λ 永为正数”的错误概念。

二、解三角形

在中学数学教材中，《三角学》未单独设科。在初中阶段，只要求学生初步掌握三角学的一些最基本的知识，并没有以函数的观点研究三角函数的性质，主要着眼于应用三角学的一些基本知识解决有关三角形边角的计算问题。到高中阶段，在代数课中，再以函数观点比较系统地学习三角函数和三角变换的知识。

在这一章中，主要是初步建立三角函数的概念，讨论三角形中边和角之间的度量关系，以及应用这些知识解三角形和有关的应用问题。

关于三角函数的定义，教材中是采用坐标法定义的，这个定义具有一般性，避免了以往教材中，先用直角三角形的边的比定义锐角三角函数，再用坐标法定义任意角的三角函数的重复。教材中，在定义了三角函数之后，先讨论第一象限的角，解决“解直角三角形”的问题；再讨论第二象限的角，解决“解斜三角形”的问题。使学生逐步认识和掌握三角函数值的符号规律和有关的诱导公式，使难点得到了分散，便于初中学生接受。

三角形相似的理论是三角函数定义的基础，由于相似三角形中，对应边成比例，所以当 α 给定时，角 α 终边上任一点P的坐标 x 、 y 及P点到原点的距离 r 这三者当中，任意两个的比值都是唯一的。只有当学生充分地理解了这一事实时，才能明白角 α 和各三角函数的对应关系。对于这种对应关系的比较深入的理解，还须通过特殊角的三角函数值的计算、三角函数表的使用等才能逐渐完成。

在初中阶段，只要求学生明白，当 α 给定时，四种三角函数值分别唯一确定。要求学生能够运用三角函数表查得与

给定的锐角相对应的三角函数值，以及与给定的三角函数值相对应的锐角。到高中阶段，再讨论各个三角函数随角 α 变化而变化的规律。不过，在这里通过正弦和余弦表，或者借助直观图形，说明在单位圆中斜边等于1的直角三角形的对边（正弦线）和邻边（余弦线）的长度的变化情况，都可以使学生看出锐角的正弦值随角的增大而增大，余弦的值随角的增大而减小，以避免学生在处理修正值时可能发生的错误。

三角形的六个基本元素（三条边和三个角）不是相互独立，而是互相依存的。几何课本中通过三角形全等的三条公理的教学，从作图的唯一性揭示了这些依存关系。而三角形的内角和定理、正弦定理及余弦定理（勾股定理可以看做是它的特例）又从量的方面揭示了这种依存关系。

由于正弦定理和余弦定理是等价的，即可以从其中一个成立推知另一个也成立。因此，把哪一个定理安排在前面讲授都可以。教材中考虑到余弦定理是勾股定理的推广，以及它比正弦定理更容易为学生所理解，特别是“已知两边和其中一边的对角，利用正弦定理解三角形”的讨论比较复杂等原因，才把余弦定理安排在前面讲授。

正弦定理、余弦定理有各种不同的证明方法，课本用坐标法来证明，具有一般性，不必再分别就各种情况讨论，这是本教材的优点之一。

三角形的面积的计算，按新大纲草案（征求意见稿）的要求，应在初中阶段讲授。为与高中教材衔接，这部分内容应该加强。在本章教学中，可将几何第二册复习题五（P.89—90）第6、7等题移至本章中讲授，要求学生掌

握其证明方法并记住所得之结论。对于海伦—秦九韶公式，只要求学生记住结论，不必推证。

在“解三角形”的教学中，要注意培养学生的运算能力，有些计算过程比较复杂是难以避免的。要注意指导学生分析已知条件，选择合适的公式来表示边角关系，使运算合理、简便，并使误差尽可能小一些。有关数学用表，教材只对《正弦和余弦表》、《正切和余切表》的使用作了必要的说明，其余各表未作使用说明。在教学中，要有计划、有目的地逐步训练学生正确、迅速地使用它们。各表中查得的数值一般是四位有效数字。而答案中的有效数字的个数，则须按题目的要求进行取舍，但最多也只能保留四位有效数字。

本章中安排了一些解三角形的应用题，其中包括测量问题。在几何课本“相似形”一章中讲过的用交会法测量两点之间的距离，当时还不能进行计算，而现在可以计算了。使学生能够运用所学的知识去解决一些实际问题，也是本章的教学目的之一。

三、函数及其图象

函数是数学中最重要的概念之一，它反映了不断变化的现实世界中量与量之间的相互依存的关系。初步掌握这个概念和一些较简单的基本初等函数的性质，不仅可以使学生学会解决一些有关函数的实际问题，了解函数与已经学过的方程、不等式之间的联系，而且还有利于培养学生的辩证唯物主义的世界观。

在中学数学教材中，有关函数的知识大体是分三次介绍的。除了在初中阶段介绍“函数及其图象”以外，还要在高中代数第一册中，介绍幂函数、指数函数、对数函数和三角

函数等基本初等函数，在高中三年级再用微积分方法进一步研究函数。

为了便于学生接受，对于函数概念的处理，在中学数学教学中，采取了逐步深化的办法。即在初中阶段只是描述性地讲授函数概念，这时，着重说明它的实际意义，而不追求概念的严谨性。到了高中阶段，再给出比较严格的函数的定义。函数概念虽然抽象，但如果紧紧联系图象来讲授，并结合具体问题阐明它的实际意义，学生还是比较容易接受的。

正比例函数和反比例函数，分别是小学中正比例关系和反比例关系的推广。事实上，如果把具有正（反）比例函数关系的两个量限制为正有理数，那么正（反）比例函数与正（反）比例关系是一致的。

二次函数主要讲三个问题：函数 $y = ax^2$ 的图象和性质、函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质，二次函数的最大值与最小值。二次函数比一次函数复杂一些，考虑到是在初中学习，教材中主要不是通过对函数 $y = ax^2$ 的解析式的讨论，而是通过对其图象的观察来得出它的性质。函数 $y = ax^2 + bx + c$ 这节中介绍的图象移动法，是为了将函数 $y = ax^2$ 的图象与函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象联系起来，从而利用函数 $y = ax^2$ 的图象的性质去说明函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的性质，而不是为了用它来画函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象，实际上这样作图并不方便。求二次函数的最大值和最小值问题，有着广泛的实际应用，这类问题学生初次接触，可能稍感困难，在教学中要结合实际例子说明解决这类问题的一般步骤。

函数、方程和不等式这三者之间有着密切的联系。例

如，求自变量的值，使相应的函数值等于某一个常数，就是解方程问题；使函数值大于或小于某一常数，就是解不等式问题；利用二次函数的图象来说明一元二次不等式的解的情况，清晰直观，容易接受。因此教材将一次不等式组和一元二次不等式安排到本章的最后。这样就可以把二次函数、一元二次方程和一元二次不等式有机地联系起来，便于学生融会贯通、加深理解。

四、统计初步

数理统计是数学中一个重要分支，它以概率论为基础，主要研究如何从一个样本的统计性质去推测其总体的统计性质。随着生产和科学技术的飞速发展，数理统计在很多方面都获得了越来越广泛的应用。因此，各国中学数学教材都介绍概率统计的初步知识。从四化建设的需要和学生的知识基础考虑，在初中阶段应该向学生介绍统计的一些基础知识和方法。通过本章教学，使学生初步了解总体、样本、平均数、方差和频率分布等概念，会计算样本平均数和样本方差，并据此估计总体平均数和总体方差，会列频率分布表和频率分布直方图，并据此估计总体的分布情况，从而使学生对用样本估计总体的统计方法有一初步了解。

在现实生活中，我们经常需要了解一个总体的分布情况与反映这个总体的某些特征数字，其中主要是显示总体集中趋势的特征数字（如平均数、中位数等，课本只介绍平均数）与显示总体离散程度的特征数字（如方差、标准差等等）。由于总体中包含的个体数往往很多，即使有时总体中包含的个体数不是很多，但由于考察时带有破坏性，因此我们通常不是直接去考察一个总体，而是用从总体中抽取的一

个样本去估计这个总体，这就是统计的基本方法。用样本估计总体时，样本容量越大，估计就越精确，但相应地计算也就越麻烦。因此实际问题中样本容量的选取，常视问题的需要与可能来定。本章里所介绍的是比较粗略的定性的估计，在高等统计里将介绍更为精确的估计方法。

总体分布反映了总体中各部分个体所占的比例大小。通常是用样本的频率分布去估计总体分布。应该指出，列频率分布表时确定数据分组的组数的法则是一个经验法则，它与有肯定结论的定理与公式不同，运用时需要灵活掌握。这里不是这样分组就对，那样分组就错的问题，而是怎样分组更为合适，从而使频率分布的规律更为清楚的问题，因此，教材中对上述法则的提法较为灵活。在教学中，可以对同一问题中几种不同的分组的结果进行比较，以加深学生对这一问题的认识。

数据较多、计算较繁是本章的一大特点，在学生基本上是靠笔算做题的情况下，为了简化计算，教材在例题、习题的编排上注意到以下两点：①选取的样本容量尽可能“整”一点，如：为便于计算频率分布表中各组的频率，样本容量常取作100、50等；为便于计算方差，样本容量常取作10等。②尽量用简化公式计算平均数和方差，并且计算方差一般按步骤列表进行，这样有条不紊，便于检查核对。

第一章 直角坐标系

【教材内容】

本章教材是在学生学过数轴，并且了解数轴上的点和实数之间存在着——对应关系的基础上，进一步学习平面内的直角坐标系，使学生进一步认识在建立了一直角坐标系的坐标平面内的点与有序实数对之间存在着——对应关系。在此基础上，又利用坐标法解决一些最基本的问题。

本章教材包括直角坐标系、两点间的距离、线段的定比分点三个部分。它们是进一步学习函数、方程、三角和解析几何的基础知识。

在“两点间的距离”一节中，首先介绍了有向线段的概念、直线上点的坐标、计算有向线段的数量的公式和同一数轴上两点之间的距离公式等问题，它们是学好本章中其他部分的基础，也是学好解析几何的最基本的概念和工具。

由于考虑到初中学生的知识基础和接受能力，关于线段的定比分点的教学，在例题中只介绍了 λ 为正值，即内分的情况，而把外分的问题转化为内分来处理，这是本教材的特点之一。但是在教学中，必须强调 λ 是两有向线段的数量之比，且勿形成错误概念。

在本章教材中，还介绍了用解析法解决几何问题的简单

应用，通过以后有关章节的学习，随着学生知识面的不断扩大，要有计划地使学生逐步掌握用解析法解决几何问题的方法。通过本章教学应为此打下一个良好的基础。

【目的要求】

1、使学生理解平面内直角坐标系的意义和坐标平面内的点与有序实数对之间的一一对应关系，并能熟练地写出已知点的坐标和根据已知坐标找点。

2、使学生理解有向线段的概念，掌握有向线段的数量的计算公式、两点间的距离公式以及线段的定比分点和中点公式，并能熟练应用。

3、使学生了解在建立了平面内的直角坐标系之后，就建立了“数”与“形”之间的联系，初步学会用坐标法（解析法）论证简单的平面几何图形的性质。

4、培养学生的描点、绘图技能，提高学生准确、迅速、简捷的计算能力。

5、发展学生的分析、判断、推理等逻辑思维能力。

【重点难点】

本章教材的重点是直角坐标系和有向线段的概念；线段的定比分点是本章的难点。

【课时分配与教学建议】

本章教学约需9课时，具体分配如下（仅供参考）。

1.1 平面直角坐标系	2 课时
1.2 两点间的距离	4 课时
1.3 线段的定比分点	2 课时
小 结	1 课时

第一课时

1.课题 平面直角坐标系的概念

2.目的要求 使学生了解平面直角坐标系的概念，理解坐标平面内的点和有序实数对之间的一一对应关系，能熟练地求已知点的坐标和根据坐标找点。

3.重点难点 本课时的教学重点是坐标平面上的点和有序实数对之间的一一对应关系；难点是名词术语较多，要使学生反复练习，切实掌握。

4.教学建议

(1) 在教学中应首先复习数轴的概念，数轴的三要素（原点、正方向和长度单位），数轴上的点与实数之间的一一对应关系（即在数轴上每一个点都有一个实数和它对应，反过来，对于任一实数，在数轴上都有一个点和它对应）。

(2) 直角坐标系的概念的引入，课本是以“在矩形板上钻一个孔，如何说明孔中心M的位置”为例说明：要用一对实数才可以表示平面内的点M的位置。在此例的讲授中应指出，先以矩形板的左下角（可设为O）为观察的基准点，向右30毫米再向上20毫米，就是M的位置。还可再举下例：如图1—1所示，以本校门口O为观察的基准点，某商店M的位置为向东150米，再向北100米。工厂N的位置为由门口O向西300米，再向北50米。这样讲授更容易向直角坐标系的建立过渡。