翟连林　刘春华　李永和　祁景星　编著

高中数学常见错误剖析

地震出版社

高中数学常见错误剖析

翟连林　刘春华
李永和　祁景星　编著

地震出版社
1988

内 容 提 要

本书作者根据多年教学积累的经验，将代数、三角、立体几何、解析几何、微积分初步中常易做错的题目筛选出350题，对每个题目的误解进行剖析，并给出正确解答。目的是帮助学生在正误对比中认识错误的原因，从而提高解题能力。

本书可供学习高中数学的读者参阅，也可供在校师生参考。

高中数学常见错误剖析

翟连林　刘春华
李永和　祁景星　编著

责任编辑：姚家榴

地震出版社出版
北京复兴路63号
北京朝阳展望印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
全国各地新华书店经售

787×1092　1/32　14.125　印张　317千字
1988年3月第一版1988年3月第一次印刷
印数：00001—26500
ISBN 7-5028-0063-8/O·5
(469)定价：2.65元

前　言

在解数学题的过程中，学生往往由于概念不清，定理、公式、法则记忆不准，忽视前提条件或适用范围，以及对数学思想方法的实质没有真正掌握等原因，出现各种各样的错误。

我们把多年教学中积累的学习高中数学时常易犯的错误整理归类，对误解进行剖析，并给出正确解答，目的是帮助学生从正误对比中认识错误，从剖析中认识产生错误的原因，从而加深对数学概念的理解，准确掌握定理、公式、法则和数学方法，提高解题能力，学好数学。

在本书编写过程中刘尚宽同志帮助核算，刘余、白正红二同志帮助绘图，在此一并致谢。

由于我们水平有限，尽管是纠正错误，但仍难免出现这样或那样的问题，恳请读者指正。

编　者

1987.6

目　录

第一章　代　数

第一节　数、式

1．集合 $A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，集合 $B=\{-4,a+3,a^2-2a+2,a^3+a^2+3a+7\}$，且 $A\cap B=\{2,5\}$，求 a 值.

【误解】$\because A\cap B=\{2,5\}$，在集合 A 中有元素 2，故 A 中另一个元素 $a^3-2a^2-a+7=5$，解得

$(a+1)(a-1)(a-2)=0$，$a=1$，$a=-1$，

$a=2$.

把 $a=1$ 代入 B 中，无元素 2 和 5，故不合.

把 $a=-1$ 代入 B，$a+3=2$；

把 $a=2$ 代入 B，$a+3=5$.

$\therefore$ $a=-1$ 或 $a=2$.

【剖析】依题意求 a 值时，必须使 A、B 中都有元素 2 和 5．误解中把 $a=-1$ 代入 B，求出 $a+3=2$ 就下结论是草率的，因为 $a=-1$ 时，B 中并没有 5 这一元素，因此 $a=-1$ 应该舍去.

【解】依题意，$A\cap B=\{2,5\}$，在集合 A 中有元素 2，故必有 $a^3-2a^2-a+7=5$.

解之，得 $a=1$，$a=-1$，$a=2$.

把 $a=\pm 1$ 代入，不合题意，应舍去.

把 $a=2$ 代入 B 得 $a+3=5$，$a^2-2a+2=2$.

故所求的 a 值为 2.

2．设 $A=\{$有理数$\}$，$B=\{$无理数$\}$，写出 $A\cap B$.

【误解】

误一：$A\cap B=\{0\}$；

误二：$A\cap B=0$；

误三：$A\cap B=\{$空集$\}$；

误四：$A\cap B=R$.

【剖析】以上四个答案都是错误的．其错误的原因是集合的基本概念不清．"集合"和"集合里的元素"是两个不同概念．$\{0\}$表示有一个元素0的集合，ϕ则表示不含任何元素的集合，显然误一、误二是错的，误三中集合的写法不对．误四是把交集和并集混淆了．

另外，0，$\{0\}$，ϕ三者的关系是：$0\in\{0\}$，$\phi\subset\{0\}$，$0\notin\phi$，这些应当分清．

【解】　$A\cap B=\phi$，或者写成$A\cap B=$空集

3．已知$\cos x=\sqrt{b^2-3}$，求b的范围．

【误解】$\because -1\leqslant\cos x\leqslant 1$　则$-1\leqslant\sqrt{b^2-3}\leqslant 1$．

由　　$\sqrt{b^2-3}\leqslant 1\Longrightarrow b^2-4\leqslant 0$，　①

由$-1\leqslant\sqrt{b^2-3}\Longrightarrow b^2-4\geqslant 0$，　②

由①、②可知　$b^2-4=0$，

$\therefore$　$b=\pm 2$

【剖析】误解中忽略了$\sqrt{b^2-3}$是算术根的条件，而且由$-1\leqslant\sqrt{b^2-3}\Longrightarrow b^2-4\geqslant 0$也是错误的．

【解】由$0\leqslant b^2-3\leqslant 1$，即$3\leqslant b^2\leqslant 4$，

开平方取算术根，得

$$\sqrt{3}\leqslant|b|\leqslant 2.$$

$$\therefore\quad \sqrt{3}\leqslant b\leqslant 2\text{，或}-2\leqslant b\leqslant-\sqrt{3}.$$

4．已知$x>0$，$y>0$，且$3^x=4^y$，求使$2x=py$成立的p值，并求与p最接近的整数．

【误解】已知$3^x=4^y$，则$x\lg 3=y\lg 4$，

$\therefore\quad x=\dfrac{y\lg 4}{\lg 3}$.

$\therefore\quad p=\dfrac{2x}{y}=\dfrac{2\cdot\dfrac{y\lg 4}{\lg 3}}{y}=\dfrac{\lg 16}{\lg 3}=\log_3 16$.

$\because\quad 9<16<27$.

则 $2=\log_3 9<\log_3 16<\log_3 27=3$.

但 $16-9=7$，$27-16=11$.

$\therefore$ 与p最接近的整数应为$\log_3 9=2$.

【剖析】误解认为真数值在两个整数之间，离整数近者，对数值也近，这是不对的．比如，$\log_3 3^{\frac{5}{2}}=\dfrac{5}{2}$，而$3^{\frac{5}{2}}=\sqrt{3^5}=\sqrt{243}$，已经小于$\sqrt{256}=16$了．即$\log_3 3^{\frac{5}{2}}<\log_3 16$.

这是因为一次函数$y=kx+b\ (k\neq 0)$的特点是变化的"均匀性"，即函数的改变量与自变量的改变量之比是一个常数，而对数函数的变化却没有这种"均匀性".

【解】已知$3^x=4^y$，

两边取对数，得 $x\lg 3=y\lg 4$.

$\therefore\quad x=\dfrac{y\lg 4}{\lg 3}$，　因此　$p=\dfrac{2x}{y}=\log_3 16$.

$\because\quad \log_3 16=\dfrac{4\lg 2}{0.4771}>2.5$，

$\therefore$ 与p最接近的整数为3

5．当实数t取什么值时，复数$z=\sqrt{|\cos t|}+\sqrt{|\sin t|}\,i$的幅角主值$\theta$适合$0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{4}$.

【误解】由复数$z=\sqrt{|\cos t|}+\sqrt{|\sin t|}\,i$知，

$$\theta = \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{|\sin t|}}{\sqrt{|\cos t|}} = \operatorname{arc\,tg}\sqrt{|\operatorname{tg} t|}\ .$$

根据反正切函数的定义，$\sqrt{|\operatorname{tg} t|} = \operatorname{tg}\theta$.

因为，要求幅角的主值 θ 适合 $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{4}$，

所以，$0 \leqslant \operatorname{tg}\theta \leqslant 1 \Longleftrightarrow 0 \leqslant \sqrt{|\operatorname{tg} t|} \leqslant 1$

$\Longleftrightarrow 0 \leqslant |\operatorname{tg} t| \leqslant 1 \Longleftrightarrow -1 \leqslant \operatorname{tg} t \leqslant 1$，

故 $k\pi - \frac{\pi}{4} \leqslant t \leqslant k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in Z)$.

【剖析】解这个题必须首先弄清什么是复数 $z = a + bi$ 的幅角的主值？中学课本中是这样定义的：“适合于 $0 \leqslant \theta < 2\pi$ 的幅角 θ 的值，叫做幅角的主值.”根据这一定义，检查上述解法，就可以发现用 $\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{|\sin t|}}{\sqrt{|\cos t|}}$ 来表示幅角的主值 θ，显然是错误的. 因为，此时将有 $-\frac{\pi}{2} \leqslant \theta = \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{|\sin t|}}{\sqrt{|\cos t|}} \leqslant \frac{\pi}{2}$，此与复数的幅角的主值的定义相矛盾.

【解】因为复数 $z = \sqrt{|\cos t|} + \sqrt{|\sin t|}i$ 的实部与虚部都是非负数，所以 z 的幅角主值 θ 一定适合 $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}$，从而

$0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{4} \Longleftrightarrow 0 \leqslant \operatorname{tg}\theta \leqslant 1$.

显然，$r = |z| \neq 0$.

因为 $\operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{|\sin t|}}{r}}{\frac{\sqrt{|\cos t|}}{r}} = \frac{\sqrt{|\sin t|}}{\sqrt{|\cos t|}} = \sqrt{|\operatorname{tg} t|}$.

所以，$0\leqslant \operatorname{tg}\theta\leqslant 1 \Longleftrightarrow 0\leqslant\sqrt{|\operatorname{tg} t|}\leqslant 1$

$\Longleftrightarrow 0\leqslant|\operatorname{tg} t|\leqslant 1 \Longleftrightarrow -1\leqslant \operatorname{tg} t\leqslant 1$.

由于 $y=\operatorname{tg} t$ 在 $-\frac{\pi}{2}<t<\frac{\pi}{2}$ 内是增函数，并且它的周期是 π，因此 $-1\leqslant \operatorname{tg} t\leqslant 1$ 的解是

$$k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant t\leqslant k\pi+\frac{\pi}{4}\quad (k\in Z).$$

这就是所求的实数 t 的取值范围.

6. 求 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{\frac{4}{x}}$ 的值，其中 $x=\csc 10^\circ-\sqrt{3}\sec 10^\circ$.

【误解】$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{\frac{4}{x}}=\left[\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4\right]^{\frac{1}{x}}=[(-i)^4]^{\frac{1}{x}}=1^{\frac{1}{x}}=1$.

【剖析】误解中没有用到已知条件：$x=\csc 10^\circ-\sqrt{3}\cdot\sec 10^\circ$.是否已知条件过剩而不需要呢？不是的.

我们知道，幂的运算法则 $(a^m)^n=a^{mn}$ 是在实数集上建立的. 当时曾规定 $a>0$，m，$n\in R$. 当数集扩充到复数后，这个法则已不适用了. 如：$i^2=-1$，若写成 $i^2=(i^4)^{\frac{1}{2}}=1^{\frac{1}{2}}=1$，就错了. 误解错在把实数的运算法则无条件地套用到复数上来（在复数集内，$z\in C$，$m,n\in N$，$(z^m)^n=z^{mn}$ 成立）.

【解】由已知，得

$$\frac{4}{x}=\frac{4}{\csc 10^\circ-\sqrt{3}\sec 10^\circ}=\frac{4}{\frac{1}{\sin 10^\circ}-\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}}$$

$$=\frac{4\sin 10^\circ\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ-\sqrt{3}\sin 10^\circ}=\frac{2\sin 10^\circ\cos 10^\circ}{\frac{1}{2}\cos 10^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ}$$

$$=\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ\cos 10^\circ-\cos 30^\circ\sin 10^\circ}=\frac{\sin 20^\circ}{\sin(30^\circ-10^\circ)}=1.$$

$$\therefore\quad\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{\frac{4}{x}}=(-i)^1=-i.$$

7．计算 $\dfrac{(\cos\theta+i\sin\theta)^6(\cos 3\theta-i\sin 3\theta)^7}{(\sin 5\theta+i\cos 5\theta)^3}$.

【误解】

$$原式=\frac{\cos 6\theta+i\sin 6\theta}{\sin 15\theta+i\cos 15\theta}\cdot(\cos 21\theta-i\sin 21\theta)$$

$$=\frac{(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)[\cos(-21\theta)+i\sin(-21\theta)]}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-15\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-15\theta\right)}$$

$$=\frac{\cos(-15\theta)+i\sin(-15\theta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-15\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-15\theta\right)}$$

$$=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{2}$$

$$=-i.$$

【剖析】误解中对复数的三角形式记忆不准，滥用了棣莫佛定理，错误地得$(\sin 5\theta+i\cos 5\theta)^3=\sin 15\theta+i\cos 15\theta$.

【解】

$$原式=\frac{(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)[\cos(-3\theta)+i\sin(-3\theta)]^7}{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-5\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-5\theta\right)\right]^3}$$

$$=\frac{(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)[\cos(-21\theta)+i\sin(-21\theta)]}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-15\theta\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}-15\theta\right)}$$

$$=\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$=\cos\frac{3\pi}{2}-i\sin\frac{3\pi}{2}=i.$$

8. a^2+ab+b^2能否取正数、负数或零（这里 a，$b\in R$）？为什么？

【误解】当 a 和 b 同号时，a^2+ab+b^2取正数；当 a 和 b 异号时，a^2+ab+b^2取负数；当 a 和 b 都为零时，$a^2+ab+b^2=0$.

【剖析】"当 a 和 b 异号时，a^2+ab+b^2取负数"是错误的。本题的结论，在不等式的求解和讨论函数的增减性时，经常用到. 作为特例：对实数 x，必有 $x^2+x+1>0$ 和$x^2-x+1>0$ 成立，更是常用的结论.

【解】
$$a^2+ab+b^2=a^2+ab+\frac{b^2}{4}+\frac{3}{4}b^2$$
$$=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2.$$

当且仅当 $a=b=0$ 时，有 $a^2+ab+b^2=0$；否则（即 a、b 中至少一个不为零），有$a^2+ab+b^2>0$. 即a^2+ab+b^2必为正数，不可能为负数.

【说明】本题也可以做如下讨论：对实数 a 和 b，如果 $a<b$，则必有$a^3<b^3$. 事实上：

（1）当 $0\leqslant a<b$ 时，由不等式性质得$a^3<b^3$；

（2）当 $a\leqslant 0$，$b>0$ 时，显然有$a^3<b^3$；

（3）当 $a<b\leqslant 0$ 时，有 $0\leqslant -b<-a$，故有

$(-b)^3<(-a)^3$， $-b^3<-a^3$.

∴ $b^3>a^3$，即$a^3<b^3$.

由$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$可知，

当$a\neq b$时，a^3-b^3与$a-b$同号，故必有$a^2+ab+b^2>0$；

当$a=b$时，$a^2+ab+b^2=3a^2$，仅当$a=b=0$时，有$a^2+ab+b^2=0$。

结论仍旧是当a和b之中至少有一个不为零时，必有$a^2+ab+b^2>0$成立.

9. 在复数范围内分解因式$5x^2+2x+1$。

【误解】∵$5x^2+2x+1=0$的解为

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{20-4}\,i}{10}=\frac{-1\pm2i}{5}.$$

$$\therefore\quad 5x^2+2x+1=\left(x-\frac{-1+2i}{5}\right)\left(x-\frac{-1-2i}{5}\right).$$

【剖析】用求根法分解因式时，要注意二次项的系数. 若$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根为x_1、x_2，则$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$. 注意：当$a\neq1$时，$ax^2+bx+c\neq(x-x_1)(x-x_2)$.

【解】$5x^2+2x+1=5\left(x-\frac{-1+2i}{5}\right)\left(x-\frac{-1-2i}{5}\right)$.

10. 如果$x>0$，$y>0$，且$\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=3\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+5\sqrt{y}\right)$，求$\dfrac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}$的值.

【误解】∵$\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$，

$\therefore\quad (\sqrt{x})^2+\sqrt{x}\sqrt{y}-3\sqrt{x}\sqrt{y}-15(\sqrt{y})^2=0.$

即 $\quad (\sqrt{x})^2-2\sqrt{x}\sqrt{y}-15(\sqrt{y})^2=0$

$\Longrightarrow(\sqrt{x}+3\sqrt{y})(\sqrt{x}-5\sqrt{y})=0$

$\Longrightarrow\sqrt{x}+3\sqrt{y}=0$ 或 $\sqrt{x}-5\sqrt{y}=0.$

于是 $\sqrt{x}=-3\sqrt{y}$，即$x=9y$，

或 $\sqrt{x}=5\sqrt{y}$，即$x=25y$.

当$x=9y$时，

$$\frac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}=\frac{18y+\sqrt{9y^2}+3y}{9y+\sqrt{9y^2}-y}=\frac{24y}{11y}=\frac{24}{11}.$$

当$x=25y$时，

$$\frac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}=\frac{50y+\sqrt{25y^2}+3y}{25y+\sqrt{25y^2}-y}=\frac{58y}{29y}=2.$$

故原式的值是$\frac{24}{11}$或2.

【剖析】误解中错在没有注意算术根的概念．我们知道，$\sqrt{x}=-3\sqrt{y}$是不成立的，而误解中竟然把它两边平方得出$x=9y$的结果，这就错上加错了．

【解】$\because\quad \sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$，

则 $\quad (\sqrt{x})^2-2\sqrt{x}\sqrt{y}-15(\sqrt{y})^2=0$

$\Longrightarrow(\sqrt{x}+3\sqrt{y})(\sqrt{x}-5\sqrt{y})=0,$

$\because\quad \sqrt{x}+3\sqrt{y}\neq 0,$

$\therefore\quad \sqrt{x}-5\sqrt{y}=0$，即$\sqrt{x}=5\sqrt{y}$，$x=25y$.

故 $$\frac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}=\frac{50y+\sqrt{25y^2}+3y}{25y+\sqrt{25y^2}-y}=\frac{58y}{29y}=2.$$

11．已知$2\lg(x-2y)=\lg x+\lg y$，求$x:y$.

【误解】$\because 2\lg(x-2y)=\lg x+\lg y$，

$\therefore\quad (x-2y)^2=xy.$

化简，得$x^2-5xy+4y^2=0$，

即 $(x-y)(x-4y)=0$.

由$x-y=0$，得$x:y=1$；

由$x-4y=0$，得$x:y=4$.

【剖析】误解中，忽略了对数函数的定义域．当得出$x:y=1$时，没有代入原式中去验证．事实上，当$x-y=0$时，$\lg(x-2y)$无意义.

【解】由已知$2\lg(x-2y)=\lg x+\lg y$，

则 $(x-2y)^2=xy\Longrightarrow(x-y)(x-4y)=0$.

因此 $x=y$或$x=4y$.

但当$x=y$时，$x-2y<0$，$\lg(x-2y)$无意义.

故只有$x=4y$，于是有$x:y=4$.

12．设 $\dfrac{y+z}{x}=\dfrac{z+x}{y}=\dfrac{x+y}{z}=k$，求$k$.

【误解】利用等比定理，得

$$\frac{(y+z)+(z+x)+(x+y)}{x+y+z}=k,$$

即 $\dfrac{2(x+y+z)}{x+y+z}=k$，$\therefore k=2$.

【剖析】利用比例性质对比例进行变形时，其前提为：变形后的比的后项不能等于零，误解中忽略了$x+y+z=0$这个前提.

【解】利用等比定理，得$\dfrac{2(x+y+z)}{x+y+z}=k$.

当$x+y+z\neq0$时，$k=2$.

当$x+y+z=0$，且$xyz\neq0$时，$y+z=-x$，$z+x=-y$，$x+y=-z$，代入原式，可得$k=-1$.

13. 化简$|7-2x|-\sqrt{9-6x+x^2}-3^{\log_3(x-5)}$.

【误解】原式$=|7-2x|-|3-x|-(x-5)$

$$=\begin{cases}9-2x, & x<3,\\ 15-4x, & 3\leqslant x<3.5,\\ 1, & x\geqslant 3.5.\end{cases}$$

【剖析】对数函数的定义域是真数大于零. 本题只有在$x>5$这个前提下讨论问题才有意义. 尽管误解中详细分了三种情况，但忘了总的前提条件，也只能是“劳而无功”.

【解】原式$=|7-2x|-|3-x|-(x-5)$.

但这里$3^{\log_3(x-5)}=(x-5)$的前提条件是$x-5>0$，即$x>5$

故原式$=(2x-7)-(x-3)-(x-5)=1$.

14. 已知$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{d}{a}$，求$\frac{a+b+c+d}{a+b+c-d}$的值.

【误解】由等比定理，得

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{d}{a}=\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}=1.$$

于是有　$a=b=c=d$,

$$\therefore\quad \frac{a+b+c+d}{a+b+c-d}=\frac{4d}{2d}=2.$$

【剖析】我们知道，等比定理是：若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}$，则$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}$. 该定理成立的条件是$b+d+\cdots+n\neq 0$. 因为$b+d+\cdots+n=0$使分母为零失去意义. 但允许$a+c+\cdots+m=0$，这时整个分式为零. 误解忽略了这点，使解答不全面.

【解】由等比定理，得

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{d}{a}=\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}=1.$$

于是有 $a=b=c=d \Longrightarrow \dfrac{a+b+c+d}{a+b+c-d}$

$$=\frac{4d}{2d}=2.$$

又当 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{d}{a}=-1$.

即 $a=-b=c=-d$ 时，$\dfrac{a+b+c+d}{a+b+c-d}=0$.

故 $\dfrac{a+b+c+d}{a+b+c-d}$的值为 2 或 0.

【说明】本题还可以这样解：

设 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{d}{a}=k$,

则 $a=bk$, $b=ck$, $c=dk$, $d=ak$,

$\therefore$ $a=ak^4$, 即$k^4=1$, $\therefore k=\pm 1$.

当$k=1$时，$a=b=c=d$, 原式$=2$.

当$k=-1$时，$a=-b=c=-d$, 原式$=0$.

15. 已知 $x^2+x+1=0$, 求$x^{14}+x^{-14}$的值.

【误解】$\because$ $x^2+x+1=0$, 则 $x\neq 1$,

$\therefore$ $(x-1)(x^2+x+1)=0 \Longrightarrow x^3=1$,

故 $x^{14}+x^{-14}=x^{\frac{42}{3}}+x^{-\frac{42}{3}}=\sqrt[3]{(x^3)^{14}}+\sqrt[3]{(x^3)^{-14}}$

$=1+1=2$.

【剖析】在分数指数 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$中，规定$m$、$n$为正整