

中山大學

第十一屆科學報告討論會 自然科學論文摘要汇编

中山大學科研處

一九八一年六月

数学力学系

抛物型方程Cauchy问题的Fourier 积分算子方法

马汝念

60年代, 拟微分算子理论 (Pseudo-differential operators) 作为研究椭圆型微分方程的有力工具且得到迅速发展, 再而适当推广这种理论亦可应用解决超椭圆型方程。(Hypoelliptic)。

70年代, 由L. Hörmander发展起来Fourier积分算子理论和拟微分算子理论一样对解决变系数偏微分算子问题恰拟用Fourier变换解决常系数偏分算子问题那样利落快捷。Fourier积分算子理论对变系数双曲型方程确是一种很有成效的解题工具。抛物型方程则正在探索阶段。

本文应用Fourier积分算子的基本性质, 试图来考虑解决变系数抛物型方程的Cauchy问题:

$$\begin{cases} u_t - \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) u_{x_i x_j} = 0 \\ u(x, 0) = u_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases}$$

本文考虑以 $\phi(x, y, \xi, \eta, \bar{x}, t)$ 为位相函数, $\sigma(x, y, \xi)$ 为象征(Symbol)的Fourier积分算子:

$$u(x, t) = A_\phi u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\phi(x, y, \xi, \eta, \bar{x}, t)} \sigma(x, y, \xi) u_1(\bar{x}) \, d\bar{x} dy d\xi d\eta$$

应用Fourier积分算子理论把Cauchy问题转化为Himiton-Jacobi理论, 由此可唯一确定了位相函数 $\phi(x, y, \xi, \eta, \bar{x}, t)$ 及Symbol $\sigma(x, y, \xi)$ 的具体表达式, 从而求出抛物型方程Cauchy问题的拟基本解。

再由拟基本解立即推出对应的全连续核的积分方程, 解之便可以证明解的存在性。

会话型数控切割机自动编程系统

朱思铭 伍泳棠 叶思源

数字程序控制线切割机在国内外已相当普遍。关于数控切割机自动编程系统在国内也已有好几种语言系统在运行。但都是在大、中型或小型电子计算机上实现的非会话型系统,使用、修改不便,费用较高。

本系统是在微型计算机TRS—80上实现的会话型自动编程系统。在荧光屏幕上人机会话式进行自动编程。能即时执行正确的图形及切割语句。并指出不合乎格式的语句,要求使用者立即改正。而对使用时遗漏或错误输入的位置参数能要求修正直至输入正确参数为止。同时对切割路线包括过渡圆只要求输入最基本的参数,其具体位置可由计算机自动判别确定。本系统具有符号简单明确,使用方便快捷的特点。

本系统的图形语句中具有点语句11种、线语句10种、园语句12种,切割语句中除点、线、园及过渡园语句外尚有对称、旋转语句,能对部分或整个园形进行对称、旋转及放大缩小和间隙补偿。可输出绝对坐标结果或国内通用的三B格式程序。本系统类似于国外日本三菱公司的会话型自动编程系统MEDI—APT及富士通公司的会话型自动编程系统FAPT。但功能较它们为强。例如MEDI—APT系统图形语句中点、线、园语句仅各有7、6、8种,远较本系统为少。

本系统是在广州无线电专用设备厂的支持下研制成功的。除单独使用外并将在广州无线电专用设备厂所研制的用TRS—80微型计算机控制线切割机的系统中配套使用。

关于构造Ляпунов函数的微分矩方法

王寿松 徐远通

构造Ляпунов函数是稳定性理论的一个主要问题。本文综合了P. J. Ponzo及

T. Nagoraja、V. V. Chalam等用微分矩构造Ляпунов函数的方法,并作了改进和推广,提出一些应用法则。

对非驻定系统

$$\dot{x}_i = X_i(t, x_1, \dots, x_n) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1.1)$$

引入了(关于 x_e 的)微分矩函数概念,即适合以下两个条件的函数 $F(u, x_1, \dots, x_m)$:

i) F/x_e 是 $x_1, \dots, x_m$ 的定正函数; ii) $\int_0^{x_e} \frac{\partial F}{\partial t} dx_e + \sum_{s=1}^m \left(\int_0^{x_e} \frac{\partial F}{\partial x_s} dx_e \right) X_s \leq 0 \quad (m \leq n, 1 \leq e \leq m)$ 。

由此出发阐明运用微分矩方法的主要步骤是(1)建立微分矩方程组;(2)确定组合系数或组合函数;(3)算出Ляпунов函数及其导数。

以下三个定理给出了具体应用法则:

定理2.1 如果有正实数 $p_{jj}(j=1, 2, \dots, n)$ 及实数 $p_{lj}(j=1, 2, \dots, n, j \neq l)$,使得

$$\sum_{j=1}^n p_{jj} x_j X_j + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n p_{lj} (x_j X_l + x_l X_j) = W(t, x_1, \dots, x_n)$$

其中 $W(t, x_1, \dots, x_n)$ 是常负函数,而 $p_{ll} > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n \frac{p_{lj}^2}{p_{jj}}$

则可作出如下形式的Ляпунов函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n p_{jj} \left(x_j + \frac{p_{lj}}{p_{jj}} x_l \right)^2 + \frac{1}{2} \left(p_{ll} - \sum_{j=1}^n \frac{p_{lj}^2}{p_{jj}} \right) x_l^2$$

定理2.2 如果有正实数 $p_{jj}(j=1, 2, \dots, n)$ 及实数 $p_{lj}(j=1, 2, \dots, u, j \neq l)$,使得

$$\sum_{j=1}^n p_{jj} x_j X_j + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^n p_{lj} (x_j X_l + x_l X_j) = W(t, x_1, \dots, x_n) - F(x_l) X_l$$

其中 $W(t, x_1, \dots, x_n)$ 是常负函数,而 $\left(P_{ee} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq e}}^n \frac{P_{ej}^2}{P_{jj}} \right) + \frac{F(x_e)}{x_e} > 0 \quad (x_e \neq 0)$

则可作出如下形式的Ляпунов函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq e}}^n P_{jj} \left(x_j + \frac{P_{ej}}{P_{jj}} x_e \right)^2 + \int_0^{x_e} \left[P_{ee} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq e}}^n \frac{P_{ej}^2}{P_{jj}} + \frac{F(\xi)}{\xi} \right] \xi d\xi$$

定理2.3 如果对方程组(1.1)存在函数 $\bar{U}(x_1, \dots, x_m)$ ($1 \leq m \leq n$), 使得: $r) \bar{U}(0, \dots, 0) = 0$, 但对某个整数 e ($1 \leq e \leq n$), 当 $x_e = 0$ (或 $\bar{U}$ 不含有 x_e) 时, 只要有一个 $x_j \neq 0$ ($j = 1, 2, \dots, m, j \neq e$), 便有 $\bar{U}(x_1, \dots, x_m) \neq 0$; 而且:

ii) $F = \sum_{j=1}^m \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_j} X_j - x_e$ 是 x_e 的微分矩函数; iii) 有正数 P_j 及 q_j ($j = m+1, \dots$,

n) 使 $\sum_{\substack{j=m+1 \\ j \neq e}}^n [q_j(x_j X_e + x_e X_j) - p_j x_j X_j] \geq k(\bar{U} + X_e) \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_i} X_i$, 其中 k

$$= \sum_{j=m+1}^n \frac{q_j^2}{P_j} \neq 0.$$

则可作出如下形式的Пяпунов函数:

$$V = \frac{k}{2} \bar{U}^2 + \sum_{\substack{j=m+1 \\ j \neq e}}^n \frac{P_j}{2} (x_j - \frac{q_j}{p_j} x_e)^2 + k \int_0^{x_e} F(t, x_1, \dots, x_n) dx_e.$$

本文还以方程 $x^{2a} + ax^a + bx + cx^2 = 0$ 为典型例子, 说明利用微分矩方法 便于寻求更佳的Пяпунов函数。具体计算表明所得出的渐近稳定域比Lasalle著名结果要好得多。

线段到自身连续映射非游荡集有限的一个充要条件

数学系 周作领

本文讨论 $I = [0, 1]$ 上动身系统问题。记 $\mathcal{C}(I, I)$ 为 I 到自身全体连续映射的集合。设 $f \in \mathcal{C}(I, I)$, 用 f° 表 I 上恒同映射。

$f^1 = f$, $f^2 = f \cdot f$, 归纳地, $f^n = f \cdot f^{n-1}$, n 为正整数。 f 的不动点集, 周期点集和非游荡集分别用 $F(f)$, $P(f)$ 和 $\Omega(f)$ 表示。Beock证明了下述结果。

定理A. 若 $\Omega(f)$ 有限, 则 $\Omega(f) = P(f)$

定理B. 若 $P(f)$ 有限且 $P(f) = F(f)$, 则 $\Omega(f) = F(f)$.

一个自然的问题是：当 $P(f)$ 有限时， $\Omega(f) = P(f)$ 吗？这是Beock提出的一个未解决的问题(open question)。他本人只解决了这问题的特款，即上述定理B。本文的目的是证明下述：

主要定理。 设 $f \in C(I, I)$ ，则 $\Omega(f)$ 有限的一个充要条件是 $P(f)$ 有限。

这样，结合上述定理A我们就完全回答了Beock的问题。

我们证明主要定理的方式如下。设 $O \in I$ 是 f 的周期点， $W^u(p, f)$ 表 p 点的非稳定流形。

定理1 设 $f \in C(I, I)$ 和 $P(f)$ 有限，则

$$W = \bigcup_{p \in P(f)} W^u(p, f)$$

是 I 的连通闭子集且对 f 不变。

定理2 设 $f \in C(I, I)$ 和 $P(f)$ 有限，则

$$\Omega(f) \cap (I - W)$$

是有限集合。

定理3 设 $f \in C(I, I)$ 和 $P(f)$ 有限，则

$$\Omega(f) \cap W \subset \Omega(f^2)$$

定理4 设 $f \in C(I, I)$ 和 $P(f)$ 有限，则

$$\Omega(f^2) \text{有限} \Rightarrow \Omega(f) \text{有限}.$$

主要定理的证明。**必要性。** 明显，因 $P(f) \subset \Omega(f)$ 。

充分性。 设 $P(f)$ 有限。据Block的一个定理， f 的所有周期点的周期都具有 2^e 的形式， $e \geq 0$ 。记 f 的最大周期为 2^n 。易于证明 $P(f^{2^n}) = F(f^{2^n}) = P(f)$ 。据定理B， $\Omega(f^{2^n})$ 有限。由定理+，有

$$\Omega(f^{2^n}) \text{有限} \Rightarrow \Omega(f^{2^{n-1}}) \text{有限} \Rightarrow \cdots \Rightarrow \Omega(f^2) \text{有限} \Rightarrow \Omega(f) \text{有限}.$$

主要定理证毕。

推论 设 $f \in C(I, I)$ 和 $P(f)$ 有限，则 f 的拓扑熵 $h(f) = 0$ ，注。本文全文已投稿《数学年刊》。

综合离散法

蔡承武 罗 恩 郑永华

本文所提出的综合离散法，是近代有限元法与经典Ritz法相结合而产生的一种

新的方法。它是属于通过力学途径来有效地减少求解的未知数，能用小计算机解大问题的方法。这个方法的基本思想是：对未知函数及其导数在节点处的值规定一个模式，我们称之为节点位移模式，它是用一组满足边界条件的网格函数的线性组合来表示的。在具体做法上，除了像有限元法一样，将整个区域划分为有限个单元，并进行分片插值外，要规定域内节点的位移模式。此外，它也可以像差分法那样，先将区域划分为网格，然后规定网格点的位移模式，通过能量法来导出代数方程组。应用综合离散法，可以将很广泛的一类数学物理问题，综合成阶数很低的代数方程组。

文中就薄板弯曲问题指出建立节点位移模式的途径：

1. 一维综合 给出每条节线上的节点位移模式：

$$w_i = \sum_{m=1}^r a_m X_m(\xi_i)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)_i = \sum_{m=1}^r a_m X'_m(\xi_i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)_i = \sum_{n=1}^p b_n \Phi_n(\xi_i)$$

其中 w_i 为节线上第 i 个节点的挠度， N 为节线上的节点数， ξ, η 为节线的切向与法向坐标， $X_m(\xi)$ 、 $\Phi_n(\xi)$ 分别为在对应边界条件下杆的 m 阶弯曲振型与 n 阶扭转振型， a_m, b_n 为广义位移。

2. 二维综合。平面区域内节点位移模式为：

$$w_i = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^p a_{mn} X_m(x_i) Y_n(y_i)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^p a_{mn} X'_m(x_i) Y_n(y_i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^p a_{mn} X_m(x_i) Y'_n(y_i)$$

其中 N 为域内节点总数， $X_m(x), Y_n(y)$ 为各自对应边界条件上杆的弯曲振型 a_{mn} 为广义位移。通过变换(2)，全部独立未知量的数目为 rXP ，它与节点数无关。

我们已将此法用于薄板弯曲的静力、振动及稳定问题中，数值计算结果是令人满意的。

自伴微分方程特征值问题的 子空间迭代法

蔡承武 陈树辉

考虑特征值问题

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}\varphi &= \lambda \rho \varphi && \text{在 } [a, b] \text{ 上} \\ \Gamma \varphi &= 0 && \text{在边界上} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 λ 为参数, ρ 为闭区间 $[a, b]$ 上的连续数, 并且 $\rho > 0$, $\mathbf{L}$ 为 n 阶自伴微分算子, 并且是正算子, $\Gamma \varphi = 0$ 代表 φ 必须满足的 n 个齐次边界条件。

文中提出了空间迭代法求(1)的最小的若干个特征值及相应的特征函数。其迭代步骤为:

1. 选 $\mathbf{U}_{(0)} = [u_1, u_2, \dots, u_r], u_1, u_2, \dots, u_r$ 线性无关, 并满足

$$\Gamma u_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

2. 从 $\mathbf{L}\mathbf{V}_{(1)} = \rho \mathbf{U}_{(1)}, \Gamma \mathbf{V}_{(1)} = 0$, 求 $\mathbf{V}_{(1)}$

3. 计算关矩阵 $\mathbf{K}_{(1)} = \int_a^b \mathbf{V}_{(1)}^T \rho \mathbf{U}_{(0)} dx, \mathbf{M}_{(1)} = \int_a^b \mathbf{V}_{(1)}^T \rho \mathbf{V}_{(1)} dx, \mathbf{K}_{(1)}, \mathbf{M}_{(1)}$

为 $r \times r$ 对称、正定矩阵。

4. 解代数特征值问题 $\mathbf{K}_{(1)} = \mathbf{Q}_{(1)} \mathbf{M}_{(1)} \mathbf{Q}_{(1)} \mathbf{A}_{(1)}$, 求 $\mathbf{Q}_{(1)}, \mathbf{A}_{(1)}$

其中 $\mathbf{Q}_{(1)}^T \mathbf{M}_{(1)} \mathbf{Q}_{(1)} = \mathbf{E}$ (单位矩阵)。

5. 计算矩阵乘积 $\mathbf{U}_{(1)} = \mathbf{V}_{(1)} \mathbf{Q}_{(1)}$

本文证明了当 N (迭代次数) 趋于无穷时, $\mathbf{A}_{(N)}$ 的对角元趋于(1)的前 r 个特征值, $\mathbf{U}_{(N)}$ 的元素趋于(1)的前 r 个特征函数。

文中还讨论了在力学的应用。

三维滑行问题

陈啟强

本文研究三维楔形板在静水中的滑行。考虑了飞溅的影响。初步计算表明，升力值比前人结果有较大改进，比较接近试验值。

轴对称汇流的周向不稳定性

张涤明

文〔1〕研究了汇流旋涡（俗称浴盆涡——Bathtub Vortex），这实质是一个汇流的周向不稳定性问题。文〔1〕研究的理论模型比较简单，只讨论了均匀流的不稳定性，但实际粘性流体的流动并非均匀。两平板间，或一平板上（不考虑自由边界上的波动）的轴对称汇流流动，如果不计惯性平方项，流动速度剖面是抛物型的。本文首先建立了轴对称汇流周向不稳定性问题的基本方程，然后对不均匀速度剖面的流动求解了基本方程。方程求解，是大雷诺数的情况下，用通常的渐近方法进行的。最后，初步讨论了轴对称汇流的不稳定。本研究章克本、蔡崇喜、黄木辉等同志参加了讨论。

参 考 文 献

- 〔1〕 杨文熊：汇流旋涡发生的基本方程，上海交通大学学报，1979，第1期。
- 〔2〕 W. H. Reid: The stability of Parallel Flows, Basic Development in Fluid Dynamics, Volume 1, 1965.

分布参数系统的一种新理论 ——分布方块结构理论简介

林 伟 陈云烽

苏联学者A.Г.Бутковский在前人工作的基础上,于1975年首次提出分布参数方块的概念和分布参数系统的方块结构理论。随后,1977年又发表了专著。发展和丰富了这个理论。在国外的文献中也出现了一批有关的文章。本文拟对这个理论作个简单的介绍。

一. 分布参数方块

称标量函数 $f(x, t), x = (x_1, x_2, \dots, x_r) \in M \subset E^r, t \in \Omega = [t_0, t_1]$, 为定义于 $M \times \Omega$ 上的一个 r_1 维分布信号, 这里 $r_1 (0 \leq r_1 \leq r)$ 是集合 M 的维数。

一个具有 r 维分布信号 $w(x, t)$ 的输入和 s 维分布信号 $Q(x, t)$ 的输出的装置称为一个 (r, s) 型分布方块。如果一线性分布方块的单位脉冲过渡函数为 $G(x^2, t, \xi, \tau)$, 则其输出为

$$Q(x^2, t) = \int_{t_0}^t \int_{D_1} G(x^2, t, \xi, \tau) w(\xi, \tau) d\xi d\tau$$

其系统是定常的, 则有

$$Q(x^2, t) = \int_{t_0}^t \int_{D_1} G(x^2, \xi, t - \tau) w(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

作Laplace变换(关于 t), 可得

$$\widetilde{Q}(x^2, p) = \int_{D_1} \widetilde{G}(x^2, \xi, p) \widetilde{w}(\xi, p) d\xi$$

$$\text{记作 } \widetilde{\widetilde{G}}(x^2, \xi, p) \otimes \widetilde{w}(x^1, p), \quad x^1 \in D_1, x^2 \in D_2$$

称 $\widetilde{W}(x, \xi, p) = \widetilde{G}(x, \xi, p)$ 为分布方块的传递函数。

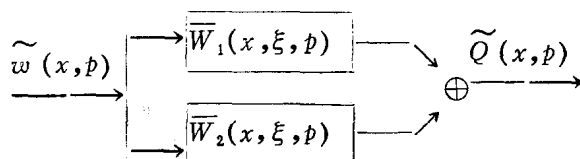
这时分布方块

可用右图表示

$$\widetilde{w}(x, p) \longrightarrow \boxed{\widetilde{W}(x, \xi, p)} \longrightarrow \widetilde{Q}(x, p)$$

二、分布方块的联接

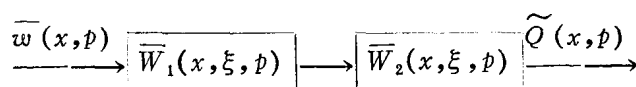
1. 并联:



等价于

$$\tilde{w}(x, p) \xrightarrow{\quad} \overline{W}(x, \xi, p) = \overline{W}_1(x, \xi, p) + \overline{W}_2(x, \xi, p) \xrightarrow{\quad} \tilde{Q}(x, p)$$

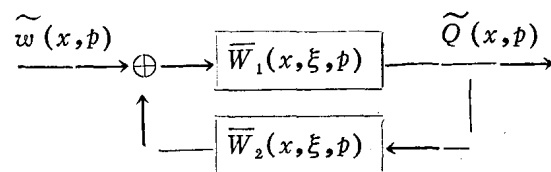
2. 串联:



等价于

$$\tilde{w}(x, p) \xrightarrow{\quad} \overline{W}(x, \xi, p) = \overline{W}_2(x, \xi, p) \otimes \overline{W}_1(x, \xi, p) \xrightarrow{\quad} \tilde{Q}(x, p)$$

3. 反馈



记 $\overline{W}_{21}(x, \xi, p)$ 是 $\overline{W}_1$ 与 $\overline{W}_2$ 串联的等效传递函数, 则 $\tilde{w}(x, p)$ 与 $\tilde{Q}(x, p)$ 满足下式:

$$\overline{W}_1(x, \xi, p) \otimes \tilde{w}(x, p) + \overline{W}_{21}(x, \xi, p) \otimes \tilde{Q}(x, p) = \tilde{Q}(x, p)$$

三、线性积分—微分方程所描述的分布方块, 标准式与标准化函数
设 L 是 $Q(x, t)$ 的积分—微分线性算子, 我们讨论线性分布参数系统

$$L[x, t, Q(x, t)] = f(x, t), \quad x \in D, t > t_0 \quad (3.1)$$

其初始条件和边界条件分别为

$$Q(x, t_0) = Q_0(x), \dots, \frac{\partial^{m-1} Q(x, t)}{\partial t^{m-1}} \Big|_{t=t_0} = Q_{m-1}(x), x \in \overline{D}, \quad (3.2)$$

$$\Gamma(x, t, Q(x, t)) \Big|_{x \in \Sigma} = g(x, t) \Big|_{x \in \Sigma}, \quad t \geq t_0 \quad (3.3)$$

式中 Γ 是 $Q(x, t)$ 的线性算子; 此外可能还有极限条件: x 趋于某些点时, $Q(x, t)$ 受到某些限制。

可以证明存在线性算子

$$L[Q_0(x), \dots, Q_{m-1}(x), g(y, t) \Big|_{y \in \Sigma}]$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^{m-1} l_i[Q_i(x)] + l_m[g(y, t) \mid_{y \in \Sigma}] \\
&= f_1(x, t), \quad \overline{x \in D}, t \geq t_0
\end{aligned} \tag{3.4}$$

使系统(4.1)~(4.3)等价于

$$\begin{cases} L[x, t, Q(x, t)] = f(x, t) + f_1(x, t), x \in D, t \geq t_0 \\ Q(x, t_0) = 0, \dots, \frac{\partial^{m-1} Q(x, t)}{\partial t^{m-1}} \Big|_{t=t_0} = 0, \quad x \in \overline{D} \\ \Gamma(x, t, Q(x, t)) \Big|_{x \in \Sigma} = 0, \quad t \geq 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

称具有齐次初始条件和齐次边界条件的(3.5)为系统的标准式,称为 l 标准化 l 算子, $f_1(x, t)$ 为标准化函数。

对定常系统,我们给出求 $f_1(x, t)$ 和化标准式的方法,从而可求出系统的传递函数和脉冲过渡函数。

五、应用举例

我们讨论了一个点测点控的分布参数系统——气体传输系统。应用上述理论,证明了采用比例调节器无法使系统消除振荡,为了使振荡消除,必须选用参数合适的微分调节器。

《无穷可分再生现象与无穷可分点过程》 ——关于点过程族为Delphi半 群的一些结果

梁之舜

D.G.Kendall最先引进Delphi半群的概念,研究更新序列和无穷可分再生现象得到了重要的结果。本文是把他的理论应用于研究随机点过程族,为进一步研究无穷可分点过程打下基础。主要结果如下:

[点过程全体因子的引理]在可分完备度量空间 (X, ρ_X) 上任意点过程 $(N, \mathbf{N}, P)$

对应的概率测度 $P \in \mathbf{P}$, 它按卷积意义定义一半群, 每一 P 的全体因子是一紧集。

〔命题1〕全体一阶矩测度有穷的点过程族 $\mathbf{P}_1 \subset \mathbf{P}$, 按同态变换 $\Delta_1 = \log G_P(\tilde{\xi})$ 为一 *Delphi* 半群。这里 $G_P(\xi)$ 是特征母泛函 $G_P(\xi) = \int_N \exp \left\{ \int_X \log \xi(x) N(dx) \right\} P(dN)$, $\tilde{\xi}(x) = \sum_{R=1}^{\infty} a_R x_{B_R}$, $\{a_R\}$ 是一组概率分布, $\{B_R\}$ 是 X 的一组有界破分集。

〔命题2〕满足 $P\{N; N(X)=0\} > 0$ 的全体点过程族 $\mathbf{P}_2 \subset \mathbf{P}$ 按同态变换 $\Delta_2 P = -\log P\{N(X)=0\}$ 为一 *Delphi* 半群。

〔命题3〕 $\{B_R\}, \{a_R\}$ 意义同前, 一切满足 $\inf_n P\{N(B_n)=0\} > 0$ 的点过程族 $\mathbf{P}_3 \subset \mathbf{P}$, 按同态变换 $\Delta_3 P = -\sum_{R=1}^{\infty} a_R \log P\{N(B_R)=0\}$ 是一 *Delphi* 半群。

〔命题4〕设 A 为有界可测集, 称 $P \in \mathbf{P}$ 满足 $P\{N(A)=0\} > 0$ 的全体为 $\mathbf{P}_A$, 按同态变换 $\Delta_A P = -\log P\{N(A)=0\}$ 为 *Delphi* 半群。有穷个 $\mathbf{P}_A$ 之交仍为一卷积半群, 中性元为 δ_0 。取 Δ 为各 Δ_A 的线性组合, 则 $(\cap_A \mathbf{P}, \Delta)$ 仍为一 *Delphi* 半群。

〔命题5〕设 $G = \{N \in \mathbf{N}; N(X) < \infty\}$ 满足 $P(G) = 1$ 的随机点过程称有限点过程, 其全体记为 $\mathbf{P}_5$ 按命题1所定义的函数 $\tilde{\xi}$ 及特征母泛函 $G_P(\tilde{\xi})$ 和取 $\Delta_5 = -\log G_P(\tilde{\xi})$ 则 $(\mathbf{P}_5, \Delta_5)$ 为一 *Delphi* 半群。

〔命题6〕设 $\bar{G}$ 表 G 的闭包一切满足 $P(\bar{G}) = 1, P(G) > 0$ 的全体点过程记为 $\mathbf{P}_6$, 仍取 $\Delta_6 = -\log G_P(\tilde{\xi})$ 则 $(\mathbf{P}_6, \Delta_6)$ 为一 *Delphi* 半群。

主要参考文献

- 〔1〕 D. G. Kendall, Delphiu Semi-group, Infinituy divisible regeneuative phenornenn arnel thl auithmetil of p-funltions, Zeit uorhr. 9—10 (1967—68)。
- 〔2〕 Kensta J. Matthlsk, & Mecke J, (1972) gnfinltely Divioible PointProcesseo.
- 〔3〕 戴永隆编《随机点过程引论》讲义(一)(二) 1979—1980 中山大学。

局部弱收敛

戴永隆

设 (X, d) 是距离空间, 以 F_B 记 (X, d) 上全体有界连续且有有界支承的函数类。以 A 记 X 上全体Borel集类。以 B 记 A 中全体有界集类。 (X, A) 上的测度 $\mu(\cdot)$ 称为局部有限的, 如果对一切 $B \in \beta$ 有 $\mu(B) < \infty$ 。 (X, A) 上全部局部有限测度记作 M 。

若 $\mu_n \in M$, $\mu \in M$, 称 μ_n 局部弱收敛于 μ , 如果对一切 $f \in F_B$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f \mu_n(dx) = \int f \mu(dx)$$

若 μ_n 局部弱收敛于 μ , 记作 $\mu_n \xrightarrow{l} \mu$ 。

本文在一般距离空间中得到了: 局部弱收敛的几个等价条件; 局部弱收敛与局部弱紧性的关系; 局部弱收敛与弱收敛之间的关系。

局部弱收敛是研究随机测度的弱收敛的重要工具, 也许还有别的用途。

李(Lie)氏园列的微分性质

黄树棠

本文内容属于三维明可夫斯基空间的伪欧几里得几何学。在拉(Laguerre)氏园素几何学中, 单参数族的园 $X(t)$ 组成一个一般的园列, 称为李氏园列。按导数方阵的行列式 $\delta(X) > 0$, < 0 或 $= 0$, 李氏园列区分为椭圆式的, 双曲式的或抛物式的。1959年何少辉用加当(E. Cartan)的伪循环标架和活动标架法, 得到抛物式李氏园列的微分方程和Frenet公式, 以及抛物式李氏园列的一系列几何性质。这是

创造性地应用加当方法于园素几何学的新成果。本文改用伪正交标架和活 动 标 架法, 得出了椭圆式和双曲式的李氏园列的相应的结果, 从而对李氏园列的微分性质获得了比较全面而系统的了解。所有这些, 都能与欧氏点素微分几何学作饶有兴趣的类比, 而内容却比点素几何丰富得多。

非线性入射波通过垂直园柱的散射

周清甫

本文研究了二阶stokes波入射到垂直园柱上的散射问题。对于第二阶非齐次自由表面条件的边值问题, 找到了一个求特解的方法。

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi_2 = 0 \\ g\phi_{2,y} - \sigma_0^2 \phi_2 = f \end{cases}$$

还要满足底部条件和辐射条件。求得特解为

$$\phi_2 = \frac{1}{2\pi} \iint_{r \geq a} G(x, y, z, \xi, \sigma, \rho) f(\xi, \rho) d\xi d\rho$$

$$G(x, y, z, \xi, \sigma, \rho) = \frac{1}{r} + k \int_0^\infty \frac{e^{kg}}{K - k} J_0(KR) dK + \pi k y_0(kR) e^{ky}$$

$$\text{其中 } r = \left\{ (x - \xi)^2 + y^2 + (z - \sigma)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad R = \left\{ (x - \xi)^2 + (z - \rho)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$k = \sigma_0^2/g$, J_0, Y_0 为特殊函数, a 为园柱直径。

证明了 ϕ_2 在 $R_0 \rightarrow \infty$ 的特性:

$$\phi_2 = o\left(\frac{1}{(kR_0)^2}\right), \quad \alpha > \frac{1}{2} \quad \text{当 } R_0 + x^2 + z^2 \rightarrow \infty$$

所以 ϕ_2 是有效的。文中给出了 ϕ_2 的计算方法。从而得到二级近似的完整解答。

所有可能回归的计算

滕成业

在1965年Garside^[1]提出关于 n 个自变量的所有 $2^n - 1$ 个可能回归的有效计算方法。在1968年Schatzoff^[2]得到相同结果,并给出计算程序。后来在1974年Furnival and Wilson^[4]给出更优美的计算方案。前两篇文章的基本结果就是Garside定理:在 n 个变量集上,变量的所有可能的 $2^n - 1$ 个回归,可以通过对 $(n+1) \times (n+1)$ 阶协方差矩阵 Σ 的 $2^n - 1$ 次变换(Gauss变换的一种变式)得到。这个定理的证明本身给出了变换序列 S_n 的循环算法,那就是 $S_n = (S_{n-1}, n, S_{n-1}^u)$ 。

我们在DJS-21机上实施Schatzoff的方案。当 $n = 18$ 时大约要40分钟计算时间。但在实际问题中常会遇到超过20个变量的问题,又另一方面实际上不必考虑包含较多变量的子集回归。假如 $n = 22$,要计算 $2^{22} - 1 = 33554431$ 个方程,而实际只需 $k = 6$ 个以下变量的方程,共有 $\sum_{i=1}^6 C_{22}^i = 246505$ 。两者相差一百卅倍。

为此我们给出了所有变量数不超过 $k (\leq n)$ 的子集回归计算方案。同样证明了所有变量数不超过 $k (\leq n)$ 的 $\sum_{i=1}^k C_n^i$ 个方程,可以通过对 $(n+1) \times (n+1)$ 协方差矩阵 Σ 的 $\sum_{i=1}^k C_n^i$ 次变换(修改的Gauss变换)得到。

此外,我们还免除变换算中大量不必要的计算,使得计算压缩到尽可能低的限度。

- [1] Garside M. J. (1965) Applied Statist. J. R. Statist. Sec. Series C Vol 14 196—200.
- [2] Schatzoff M. Fienbeag S. and Tsao R. (1968) Technometries Vol 10 768—779.
- [3] Furnival G. M. (1971) Technometries Vol 13 403—4
- [4] Furnival G. M. and Wilsen R. W. Technometrien (1974) Vol 16 499—512.

两种流体间界面波的非线性调制

邹启苏

本文用渐近方法中的多重尺度法，研究两种流体间界面波的非线性调制。得到弱非线性调制波具有和线性波一样的频散关系，弱非线性调制的传播速度为群速度 $v = \frac{d\omega}{dk}$ ，渐近级数中一个基本的量 A 满足非线性Schrödinger方程。

$$iA_\tau + \mu A \xi \xi + \nu |A|^2 A = 0$$

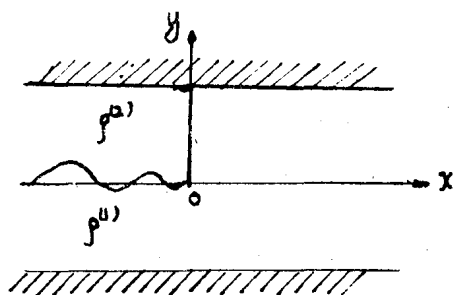


图 (一)

此方程的一个特解 Stokes 表面张力—重力界面波中的稳定性条件为 $\mu\nu < 0$ 。据此条件，在深水波的情形下找出了稳定区域与不稳定区域。（在 T, ρ 平面上，其中

$$\tilde{T} = \frac{\sigma k^2}{g(\rho^{(1)} + \rho^{(2)})},$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho^{(1)} - \rho^{(2)}}{\rho^{(1)} + \rho^{(2)}} \quad \sigma \text{ 为表}$$

面张力系数。)稳定与不稳区域图

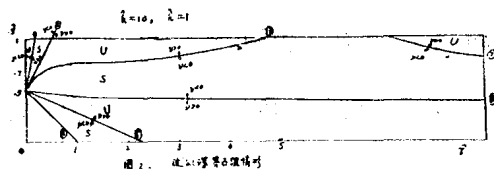


图 (二)

参 考 文 献

- [1] H. Hassnioto & H. Oso. 'Nonlinear Modulation of Gravity Waves' J. phys. Soc. Japan 33 805—811, 1972,
- [2] A. Davey & K. Stewartson. 'On three-dimensional Packets of Surface Waves.' Proc. R. Soc. Lond. A338. 101—110 1977
- [3] V. D. Djordjevic & L. G. Redekopp. 'On Two-dimensional packets of Capillary-gravity Waves' J. Fluid. Mech. (1977) Vol. 79 part 4, pp703—714.
- [4] 谢足格: '流体力学中的渐近方法讲义, 中国科学院力学所印, pp86—90.