初中数学复习

上册

CHUZHONG
SHUXUE
FUXI

安徽教育出版社

初中数学复习

徽州行署教育局教研室编写组

安徽教育出版社

初中数学复习

安徽教育出版社出版

(合肥市跃进路1号)

安徽省新华书店发行　安徽新华印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　印张：7　字数：220,000

1985年4月第1版　1985年4月第1次印刷

印数：187,000

统一书号：7276·250　定价：1.00元

编 者 的 话

为满足在校初中毕业生和具有初中文化程度的社会知识青年升学和招干、招工、转正考试的需要，我们特组织一批富有教学经验的教师编写一套包括语文、数学、物理、化学、英语、政治六门学科的初中复习资料.

这本《初中数学复习》是紧扣部颁《中学数学教学大纲》和现行中学数学教科书编写的. 既注意到重点突出，又注意对初中数学基础知识的系统总结. 在例题选择方面，力求类型多样，具有典型性和启发性. 在习题配置上，既重视了基本训练，又注意灵活运用所学知识进行解题能力的培养，目的是帮助学生通过系统复习弥补知识上的差缺，提高分析、解决问题的能力. 为便于学生复习，书中习题都附有答案或提示.

本书由徽州行署教育局教研室组织谬金生、江泽生、宋诚骥、王明熙等同志执笔编写. 全书由梁红华同志审订原稿，在此表示敬谢.

前　言

为了帮助初中毕业生、社会知识青年和在职职工复习初中数学知识，我们依据全日制六年制中学数学教学大纲和现行教材，吸取省内外多种初中数学复习资料的精华，结合我省的实际，编写了这本复习资料.

本书系统总结了初中数学的基础知识，突出重点，精选例题，加强基础知识练习，注意综合提高. 书中配备了适量的习题，为使读者学习方便，大部分习题附有答案与提示.

本书由谬金生、江泽生、宋诚骥、王明熙编写，并承梁红华同志帮助审订原稿. 由于水平有限，书中肯定有不少问题，祈请读者指正.

编　者

一九八四年十月

目　录

第一章 实 数

初中代数中，数的概念进行了两次扩充，引入了负数，从算术数扩充到了有理数，这时数的运算也随之有了相应的扩展：引进了乘方运算；引入了无理数，从有理数扩充到实数，这时数的运算又有了相应的扩展：引进了开方运算．同时在未扩充以前的数的某一范围内已可以施行的运算法则，在扩充后的数的范围内仍必须保持它的一致性．

数的范围的每次扩大，都是人类实践的需要，又使人们对数的运算的认识逐步加深．

本章的重点是：负数、绝对值、算术根、方根的概念；加、减、乘、除、乘方、开方六种基本运算的掌握与运用．

本章的难点是：对无理数概念的理解，对算术根、绝对值概念的理解．

内 容 提 要

一、整 数

1、2、3、4、…n…都叫做自然数．它有最小数1，但没有最大的数；对于两个自然数a、b，如果存在自然数c，使$a\times c=b$，我们说a整除b．这时b叫做a和c的倍数，a和c叫做b的因数(约数)；只有1和本身两个约数的自然数，叫做质数（素数）．除1和本身外，还有其他约数的自然数，叫做合数．1既不是质数，也不是合数．2是最小的质数；一个自然数的因

数是质数时，叫做这个数的质因数．把一个自然数分解成若干个质因数的连乘积，叫做这个数的质因数分解，一般用短除法来完成；如果两个自然数的最大公约数是1，这两个自然数叫做互质数．

正整数、零、负整数统称为整数．在整数集内，无最大、最小数．加、减、乘、乘方(指数为非负整数)运算总可实施，但除法运算不能完全实施．

二、有理数

整数和分数(正分数、负分数)统称为有理数．

如果把整数看作分母为1的分数，那么有理数就是分数，当分数的分子、分母互质，且分母不为1时，这个分数叫做最简分数(既约分数)．最简分数的分母只含有2和5的因数时，可化为有限小数；若含有2和5以外的质因数时，只能化为无限循环小数，因此如果把整数、有限小数都看成循环节为0的循环小数，那么有理数就是循环小数．

任意两个有理数都能比较大小，任意两个有理数之间仍存在有理数(有理数的稠密性)．在有理数集内，加、减、乘、除(除数不为零)乘方(指数为整数)五种运算永可实施．

三、实　数

无限不循环小数称为无理数．

有理数和无理数统称为实数．

实数就是小数．

实数的分类如下：

$$\text{实　数}\begin{cases}\text{有理数}\left.\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(自然数)}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数(正、负)}\end{cases}\right\}\begin{array}{l}\text{有限小数}\\ \text{或无限循}\\ \text{环小数}\end{array}\\ \text{无理数(正、负)——无限不循环小数}\end{cases}$$

(1)数轴　规定了正方向、原点和长度单位的直线叫做数轴. 实数集合与数轴上点的集合是一一对应的.

(2)相反数　只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

(3)绝对值　正数的绝对值是它本身；负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零. 即：

$$|a|=\begin{cases}a(a\geqslant 0),\\ -a(a<0).\end{cases}$$

$|a|$的几何意义是数a在数轴上的对应点到原点的距离.

(4)实数大小的比较　在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大，由此可知：正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数，两个负数绝对值大的反而小.

(5)近似数和有效数字　一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位. 这时，从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字.

(6)科学记数法　把一个数记成 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 为整数，这种记数法称科学记数法.

四、实数的运算

(1)六种基本运算：关键在于掌握符号法则和绝对值的意义，把运算转化为算术中数的运算.

加、减、乘、除的运算法则如下表：

原数 法则 运算	同号		异号	
	符号	绝对值	符号	绝对值
加法	保持原号	相加	同绝对值较大者	大减小
减法	按“减去一个数等于加上它的相反数”转化为加法			
乘法	+	相乘	-	相乘
除法	+	相除	-	相除

乘方　求n个相同因数的积的运算，叫做乘方. 乘方的结果叫做幂，记作a^n，其中a叫做底数，n叫做指数.

开方　开方是乘方的逆运算.（见根式部分）

(2)实数的运算定律

交换律　$a+b=b+a$　　$a\cdot b=b\cdot a$

结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$

$(ab)c=a(bc)$

分配律　$(a+b)c=ac+bc$

例　　题

例1　计算：$-2^2+(-2)^2-\left|(-1)^3\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\right|\div$

$\frac{1}{6}\times 6$

解 原式$=-4+4-\left|-\left(-\frac{1}{6}\right)\right|\times 6\times 6$

$$=-\frac{1}{6}\times 6\times 6=-6$$

注意 (1)准确理解运算符号的意义，如$-a^2$与$(-a)^2$不恒等

(2)运算顺序不要搞错，如果没有括号，应首先进行第三级运算(乘方、开方)，然后进行第二级运算(乘、除)，最后进行第一级运算(加、减)．如果有括号，一般先进行括号里面的运算．在同一级运算中应先从左到右依次进行．

例 2 计算：$\left(\frac{5}{6}-\frac{5}{9}+\frac{7}{12}\right)\times 36+1.125\div 0.25$

$$+0.47-\left(2\frac{1}{2}-0.53\right)$$

解 原式$=\frac{5}{6}\times 36-\frac{5}{9}\times 36+\frac{7}{12}\times 36+\frac{9}{8}\div\frac{1}{4}+(0.47$

$$+0.53)-2\frac{1}{2}=30-20+21+\frac{9}{2}+1-2\frac{1}{2}$$

$$=34$$

注意 (1)合理地使用交换律、结合律、分配律可以使运算简捷．

(2)算式中既有小数又有分数，一般需将小数化成分数．

例3 求84、126、210的最大公约数和最小公倍数．

解 把各数分解成质因数

$84=2^2\times 3\times 7,$

$126=2\times 3^2\times 7,$

$210=2\times 3\times 5\times 7.$

三个数中公有的质因数为2、3、7，所求的最大公约数是$2\times 3\times 7=42$．最小公倍数是$2^2\times 3^2\times 5\times 7=1260$．

注意 质数(或素数)与合数是自然数范围的概念，偶数和奇数是整数范围的概念，所以0是偶数．$2\sqrt{3}$是无理数，不属于整数，当然更不是自然数．

例4 把下列各数按从小到大的顺序用不等号联结起来，并把各数表示在数轴上：

$$-\frac{1}{2},\ \left|-\frac{3}{2}\right|,\ \pi,\ \lg1,\ (-\sqrt{2})^2,\ -|6\cos120°|$$

解 用A、B、C、D、E、F分别表示下列各数$-\frac{1}{2}$、$\left|-\frac{3}{2}\right|$、$\pi$、$\lg1$、$(-\sqrt{2})^2$、$-|6\cos120°|$

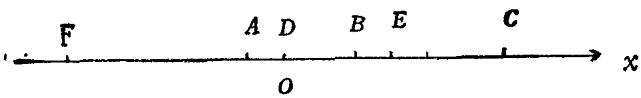

图 1-1

$$-|6\cos120°|<-\frac{1}{2}<\lg1<\left|-\frac{3}{2}\right|<(-\sqrt{2})^2<\pi$$

注意 $\lg2$、$\lg3$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\cos30°$、sim45°等都是无理数，但无理数不是只有这样的形式，如0.1010010001……也是无理数，因此无理数形式多样，但是有理数都可以用$\frac{m}{n}$(n是正整数，m是整数)的形式来表示．

例5 把下列各数分别填在相应的正整数集合、有理数集合、无理数集合的圆圈内．

$$-\frac{1}{2},\ 0,\ 0.16,\ 0.1\dot{2},\ \sqrt{3},\ \cos50°,\ \text{sim}90°$$

解　正整数集　　有理数集　　无理数集

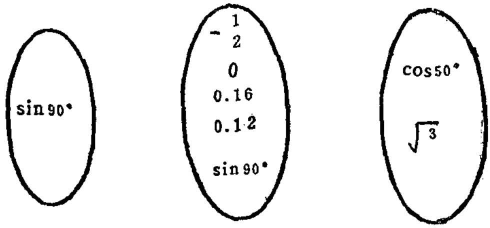

图　1-2

例6　计算：$|1-a|+\sqrt{(2a+1)^2}+|a|\quad(a<-2)$

解　$\because\ a<-2$，

原式$=|1-a|+|2a+1|+|a|$

$=1-a-(2a+1)-a=-4a.$

注意　凡涉及算术平方根就应考虑利用$\sqrt{a^2}=|a|$化为绝对值，凡涉及有关绝对值的计算，应使其值是个非负数.

例7　解方程　$|x-4|=5$

解　当$x-4>0$时，　$|x-4|=x-4$，

原方程化为　$x-4=5$，　$\therefore x=9$；

当$x-4<0$时　$|x-4|=-x+4$，

原方程化为　$-x+4=5$，　$\therefore x=-1.$

所以原方程的解为$x=9$，$x=-1$.

注意　解这种方程，关键在于去掉绝对值符号，化为不带绝对值符号的方程来解.

当使用定义去掉绝对值符号时，需要分段进行讨论，如果是解方程，必须把本段的前提与本段的解结合起来考虑.

例8 已知实数x、y、z，满足

$$\frac{1}{2}|x-y|+\sqrt{2y+z}+z^2-z+\frac{1}{4}=0.$$

求：$(z+y)^x$的值.

解 $\because$ $\frac{1}{2}|x-y|\geqslant 0$，$\sqrt{2y+z}\geqslant 0$，

$z^2-z+\frac{1}{4}=(z-\frac{1}{2})^2\geqslant 0$，且它们的和为0，所以只能有：

$$\begin{cases} x-y=0, \\ 2y+z=0, \\ z-\frac{1}{2}=0. \end{cases}$$

解出 $x=-\frac{1}{4}$，$y=-\frac{1}{4}$，$z=\frac{1}{2}$.

$$\therefore\quad (z+y)^x=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}=\sqrt{2}.$$

注意 实数的绝对值、算术根、平方数均为非负实数，当若干个非负实数的和为零，则每个非负实数均为零.

例9 求$\sqrt{200}$，$\frac{\pi}{100}$，1378215，0.0032721各数的近似值(保留四个有效数字)并把这些近似数用科学记数法表示出来.

解 $\sqrt{200}\approx 14.14=1.414\times 10$；

$\frac{\pi}{100}\approx 0.03142=3.142\times 10^{-2}$；

$1378215\approx 1378000=1.378\times 10^{6}$；

$0.0032721\approx 0.003272=3.272\times 10^{-3}$.

例10 求下列各数的平方根，算术平方根，四次方根，算术四次方根：0.0001，$(-2)^4$，0.0625，$\frac{1}{81}$.

解

原　　数	0.001	$(-2)^4$	0.0625	$\frac{1}{81}$
平 方 根	±0.01	±4	±0.25	$\pm\frac{1}{9}$
算术平方根	0.01	4	0.25	$\frac{1}{9}$
四次方根	±0.1	±2	±0.5	$\pm\frac{1}{3}$
算术四次方根	0.1	2	0.5	$\frac{1}{3}$

注意　一个数的方根，有的必带根号，有的因为可以开尽，即结果为有理数，则可带可不带根号，如$\frac{1}{81}$的四次方根可以是$\pm\frac{1}{3}$，也可以写成$\pm\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$，当写成后者这种形式，我们特别地把它叫做根式.

练　　习

一、填空

①___的相反数是它本身；___的倒数是它本身；___没有倒数；一个数的绝对值是___.

②绝对值是5的数是___；绝对值小于2的整数是___；绝对值大于7而小于10的负数数是___.

③ a 是____时，$\frac{a-1}{2}$是自然数；a 是____时，$\frac{a-1}{2}$是整数；当 a 是____时，$\frac{a-1}{2}$是有理数，当 a 是____时，$\frac{a-1}{2}$是无理数；当 a 是____时，$\frac{a-1}{2}$是实数.

④当 x 是实数，那么 x^2____0；$-x^2$____0；x^2+1____0.

⑤如果 $m+n=m-n$，那么 $n=$____.

⑥如果一个正实数的倒数比它大，那么这个数是____；如果一个负实数的倒数比它大，那么这个数是____.

⑦填表：

数a	$-1\frac{1}{3}$				$\sin 150°$	$m(m<0)$	
a的相反数			0				$\sqrt{2}-1$
a的倒数		$-\sqrt{3}$					
a的绝对值							
a的相反数的倒数				$\lg 0.1$			
a的平方							
a的立方							

二、判断正误(你认为正确的在括号内打√，错误的在括号内打×)

①两个数的和一定大于其中任何一个数.（　　）

②较小的数减去较大的数所得的差一定是负数　(　　)

③一个数的平方一定大于这个数　(　　)

④零是自然数(　　)，零是正数(　　)，零是负数(　)，零是整数(　　)，零是偶数(　　)，零是最小的数(　　)，零是绝对值最小的数

⑤若$x^2=y^2$，那么$x=y$　(　　)

⑥数轴上的点都表示无理数(　　)，都表示实数　(　)

⑦$\frac{|x|}{2x}=\pm\frac{1}{2}$　(　　)

⑧$|\cos\alpha|=\cos30°$　则$\alpha=30°$　(　　)

⑨若$|x-5|=5$　则$x=10$　(　　)

三、选择（下列各题均有 A、B、C、D、E 五个答案，其中只有唯一的一个是正确的，请把表示正确答案的字母写在括号内）

①$3.14159$，$\sqrt[4]{-343}$，0.131131113，$\frac{\pi}{4}$，$\sqrt{28}$，$\lg8$，$-\cos135°$，$\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$，$\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$，$(a^2+0.001)°$这十个数中，无理数的个数是：(　　)

(A)5；(B)3；(C)0；(D)7；(E)4.

②0.25的倒数；$\sqrt{2}-\sqrt{3}$与它的有理化因式的乘积；$5^{\log_{25}9}$；不等式$4x\leqslant5$的正整数解；方程$\sqrt{x-1}=7-x$的根；函数$y=\sqrt{-x^2}$自变量x的取值范围；$0.0001^{-\frac{1}{2}}$，使分式$\frac{x^2-5x+6}{x-3}$的值为零的值，这八个数中是偶数的数的个数