

实用积分表

SHIYONG JIFENBIAO

《实用积分表》编委会

$$\int x(a+bx)^n dx = \frac{1}{b^2(n+2)}(a+bx)^{n+2} - \frac{a}{b^2(n+1)}(a+bx)^{n+1}$$

$$\int_a^b (x-a)^m (b-x)^n dx = \frac{\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)}{\Gamma(m+n+2)}(b-a)^{m+n+1}$$

中国科学技术大学出版社

实用积分表

《实用积分表》编委会

中国科学技术大学出版社

2006·合肥

图书在版编目(CIP)数据

实用积分表/《实用积分表》编委会编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2006.1

ISBN 7-312-01755-X

I. 实… II. 实… III. ①积分—公式(数学) ②积分变换—公式(数学) IV. O17-64

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 128320 号

实用积分表

《实用积分表》编委会

责任编辑:李攀峰

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号, 邮编: 230026

编辑部: 0551-3602900 发行部: 0551-3602905

网址: <http://www.press.ustc.edu.cn>

发行 中国科学技术大学出版社

印刷 合肥现代印务有限公司

经销 全国新华书店

开本 880 mm×1230 mm 1/32

印张 17

字数 685 千

版次 2006 年 1 月第 1 版

印次 2006 年 1 月第 1 次印刷

书号 ISBN 7-312-01755-X/O·299

定价 35.00 元

《实用积分表》编辑委员会

顾问：龚 昇 阮图南

主编：金玉明

编委：薛兴恒 顾新身

毛瑞庭 张鹏飞

前 言

自从有了微积分,就有了微分表与积分表. 有了具体的函数来求出其导数往往不是很困难,以致微分表常常不为人们所重视;而有了具体的函数来求其积分就不是这样了,有的也许可以容易地求出来,但大量的积分不是轻易求得出来的,于是积分表就一本一本不断地出版,从简单的到复杂的,在国外尤其是这样. 由于自然科学和工程技术的不断发展,新的问题层出不穷,不断地提出各式各样的求积分的问题,于是过几年就会有新版的积分表出现,以供自然科学、工程技术和社会科学工作者使用.

国内以往虽然出版过几本积分表,但都已是很多年前的事了. 在科教兴国、改革开放方针的指引下,我国的自然科学、工程技术和社会科学都在飞速地发展,编写一本适应这种大好形势的积分表已是迫切需要.

我们参考了国内外尤其是国外一些新版的积分表和数学手册,如 D. Zwillinger 主编的《Standard Mathematical Tables and Formulae》, J·J·图马和 R·A·沃尔什主编的《工程数学手册》, I. S. Gradshteyn 和 I. M. Ryzhik 主编的《Table of Integrals, Series, and Products》等,并广泛地征求了国内自然科学和工程技术领域专家的意见,结合我国目前情况编写

了这本《实用积分表》，其中包括 4800 个积分公式，还有 270 多个积分变换公式。希望这本工具书能够对我国科技事业的发展起到一些微薄的作用。

我们感谢中国科学技术大学国家同步辐射实验室和中国科学技术大学出版社对出版这本工具书的大力支持。

书中缺点与错误还望读者不吝指正。

《实用积分表》编委会

2005 年 6 月

目 录

前言	I
绪论	1
 I 不定积分表	 4
I.1 初等函数的不定积分	4
I.1.1 基本积分公式	4
I.1.2 包含多项式、有理分式和无理分式的不定积分	6
I.1.2.1 含有 $a+bx$ 的积分	6
I.1.2.2 含有 $a+bx$ 和 $c+dx$ 的积分	10
I.1.2.3 含有 $a+bx^n$ 的积分	11
I.1.2.4 含有 $1\pm x^n$ 的积分	14
I.1.2.5 含有 $c^2\pm x^2$ 的积分	17
I.1.2.6 含有 c^2-x^2 的积分	18
I.1.2.7 含有 $c^3\pm x^3$ 的积分	20
I.1.2.8 含有 $c^4\pm x^4$ 的积分	21
I.1.2.9 含有 c^4-x^4 的积分	22
I.1.2.10 含有 $a+bx+cx^2$ 的积分	23
I.1.2.11 含有 $a+bx^k$ 和 $\sqrt{x}$ 的积分	25
I.1.2.12 含有 $\sqrt{a+bx}$ 和 $\alpha+\beta x$ 的积分	27
I.1.2.13 含有 $\sqrt{a+bx}$ 和 $\sqrt{c+dx}$ 的积分	30
I.1.2.14 含有 $\sqrt{a+bx}$ 和 $\sqrt[n]{(a+bx)^n}$ 的积分	32
I.1.2.15 含有 $\sqrt{x^2\pm a^2}$ 的积分	36
I.1.2.16 含有 $\sqrt{a^2-x^2}$ 的积分	41

I. 1. 2. 17	含有 $\sqrt{a+bx+cx^2}$ 的积分	46
I. 1. 2. 18	含有 $\sqrt{bx+cx^2}$ 和 $\sqrt{bx-cx^2}$ 的积分	49
I. 1. 2. 19	含有 $\sqrt{a+cx^2}$ 和 x^n 的积分	50
I. 1. 2. 20	含有 $\sqrt{2ax-x^2}$ 的积分	53
I. 1. 2. 21	其他形式的代数函数的积分	54
I. 1. 3	三角函数和反三角函数的不定积分	59
I. 1. 3. 1	含有 $\sin^n ax, \cos^n ax, \tan^n ax, \cot^n ax, \sec^n ax, \csc^n ax$ 的 积分	59
I. 1. 3. 2	含有 $\sin^m ax \cos^n ax$ 的积分	62
I. 1. 3. 3	含有 $\frac{\sin^m ax}{\cos^n ax}$ 和 $\frac{\cos^m ax}{\sin^n ax}$ 的积分	63
I. 1. 3. 4	含有 $x^m \sin^n ax$ 和 $x^m \cos^n ax$ 的积分	65
I. 1. 3. 5	含有 $\frac{\sin^n ax}{x^m}, \frac{x^m}{\sin^n ax}, \frac{\cos^n ax}{x^m}, \frac{x^m}{\cos^n ax}$ 的积分	67
I. 1. 3. 6	含有 $\frac{1}{\sin^n ax \cos^n ax}$ 的积分	69
I. 1. 3. 7	含有 $\sin ax \sin bx$ 和 $\cos ax \cos bx$ 的积分	70
I. 1. 3. 8	含有 $\sin(ax+b), \cos(cx+d)$ 和 $\sin(\omega t+\varphi), \cos(\omega t+\varphi)$ 的 积分	72
I. 1. 3. 9	含有 $1 \pm \sin ax$ 和 $1 \pm \cos ax$ 的积分	73
I. 1. 3. 10	含有 $1 \pm b \sin ax$ 和 $1 \pm b \cos ax$ 的积分	75
I. 1. 3. 11	含有 $1 \pm b \sin^2 ax$ 和 $1 \pm b \cos^2 ax$ 的积分	77
I. 1. 3. 12	含有 $a \pm b \sin x$ 和 $a \pm b \cos x$ 的积分	79
I. 1. 3. 13	含有 $p \sin ax + q \cos ax$ 的积分	82
I. 1. 3. 14	含有 $p^2 \sin^2 ax \pm q^2 \cos^2 ax$ 的积分	83
I. 1. 3. 15	含有 $\sqrt{p \pm q \sin ax}$ 和 $\sqrt{p \pm q \cos ax}$ 的积分	84
I. 1. 3. 16	含有 $\sqrt{1 \pm b^2 \sin^2 ax}$ 和 $\sqrt{1 \pm b^2 \cos^2 ax}$ 的积分	85
I. 1. 3. 17	含有 $\sin^n x$ 和 $\cos^n x$ 的积分	88
I. 1. 3. 18	含有 $\sin^p x, \cos^p x$ 与 $\sin nx, \cos nx$ 组合的积分	90
I. 1. 3. 19	含有 $\sin^2 x, \cos^2 x$ 和更复杂自变数的三角函数的积分	95
I. 1. 3. 20	含有 $\sin x$ 和 $\cos x$ 的有理分式的积分	96
I. 1. 3. 21	含有 $\sin x$ 和 $\cos x$ 的无理分式的积分	98
I. 1. 3. 22	含有 $\tan ax$ 和 $\cot ax$ 的积分	102

I. 1. 3. 23	三角函数与幂函数组合的积分	103
I. 1. 3. 24	三角函数与指数函数和双曲函数组合的积分	105
I. 1. 3. 25	含有 $\arcsin ax, \arccos ax, \arctan ax, \operatorname{arccot} ax, \operatorname{arcsec} ax,$ $\operatorname{arccsc} ax$ 的积分	107
I. 1. 3. 26	含有 $\arcsin \frac{x}{a}, \arccos \frac{x}{a}, \arctan \frac{x}{a}, \operatorname{arccot} \frac{x}{a}$ 的积分	110
I. 1. 4	对数函数、指数函数和双曲函数的不定积分	113
I. 1. 4. 1	对数函数的积分	113
I. 1. 4. 2	指数函数的积分	117
I. 1. 4. 3	双曲函数的积分	122
I. 1. 4. 4	双曲函数与幂函数和指数函数组合的积分	136
I. 1. 4. 5	反双曲函数的积分	141
I. 2	特殊函数的不定积分	143
I. 2. 1	完全椭圆积分的积分	143
I. 2. 2	勒让德椭圆积分(不完全椭圆积分)的积分	144
I. 2. 3	雅可比椭圆函数的积分	145
I. 2. 4	指数积分函数的积分	148
I. 2. 5	正弦积分和余弦积分函数的积分	148
I. 2. 6	概率积分和菲涅耳函数的积分	149
I. 2. 7	贝塞尔函数的积分	150
II	定积分表	151
II. 1	初等函数的定积分	151
II. 1. 1	幂函数和代数函数的定积分	151
II. 1. 1. 1	含有 x^n 和 $a^b \pm x^b$ 的积分	151
II. 1. 1. 2	含有 $a^n + x^n$ 和 $a + bx^n$ 的积分	156
II. 1. 1. 3	含有 $\sqrt{a^n \pm x^n}$ 的积分	162
II. 1. 2	三角函数和反三角函数的定积分	164
II. 1. 2. 1	含有 $\sin^n ax, \cos^n ax, \tan^n ax$ 的积分, 积分区间 为 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$	164
II. 1. 2. 2	含有 $\sin^n ax, \cos^n ax, \tan^n ax$ 的积分, 积分区间 为 $[0, \pi]$	168

II.1.2.3	含有 $\sin nx$ 和 $\cos nx$ 的积分, 积分区间为 $[0, \pi]$	169
II.1.2.4	含有 $\sin nx$ 和 $\cos nx$ 的积分, 积分区间为 $[-\pi, \pi]$	171
II.1.2.5	正弦和余弦的有理函数与倍角三角函数组合的积分	172
II.1.2.6	三角函数的幂函数的积分	175
II.1.2.7	三角函数的幂函数与线性函数的三角函数组合的积分	176
II.1.2.8	三角函数的幂函数与三角函数的有理函数组合的积分	178
II.1.2.9	含有三角函数的线性函数的幂函数的积分	181
II.1.2.10	其他形式的三角函数的幂函数的积分	182
II.1.2.11	更复杂自变数的三角函数的积分	185
II.1.2.12	三角函数与有理函数组合的积分	189
II.1.2.13	三角函数与无理函数组合的积分	192
II.1.2.14	三角函数与幂函数组合的积分	193
II.1.2.15	三角函数的有理函数与 x 的有理函数组合的积分	194
II.1.2.16	三角函数的幂函数与其他幂函数组合的积分	199
II.1.2.17	含有 $\sin^a x, \cos^a x, \tan^a x$ 和 $\frac{1}{x^m}$ 组合的积分, 积分 区间为 $[0, \infty]$	205
II.1.2.18	含有函数 $\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}$ 和 $\sqrt{1-k^2 \cos^2 x}$ 的积分	207
II.1.2.19	更复杂自变数的三角函数与幂函数组合的积分	209
II.1.2.20	三角函数与指数函数组合的积分	211
II.1.2.21	含有 $e^{-ax}, \sin^m bx, \cos^m bx$ 的积分, 积分区间为 $[0, \infty]$	213
II.1.2.22	三角函数与三角函数的指数函数组合的积分	215
II.1.2.23	三角函数与指数函数和幂函数组合的积分	216
II.1.2.24	三角函数与双曲函数组合的积分	218
II.1.2.25	三角函数、双曲函数和幂函数组合的积分	219
II.1.2.26	三角函数、双曲函数和指数函数组合的积分	219
II.1.2.27	三角函数、双曲函数、指数函数和幂函数组合的积分	220
II.1.2.28	反三角函数与幂函数组合的积分	220
II.1.2.29	反三角函数与三角函数组合的积分	223
II.1.2.30	反三角函数与指数函数组合的积分	224
II.1.2.31	反三角函数与对数函数组合的积分	225
II.1.3	指数函数和对数函数的定积分	225
II.1.3.1	含有 $e^{ax}, e^{-ax}, e^{-ax^2}$ 的积分	225

II.1.3.2	含有更复杂自变数的指数函数的积分	228
II.1.3.3	指数函数与幂函数组合的积分	229
II.1.3.4	指数函数与有理函数组合的积分	234
II.1.3.5	指数函数与无理函数组合的积分	235
II.1.3.6	指数函数的代数函数与幂函数组合的积分	236
II.1.3.7	更复杂自变数的指数函数与幂函数组合的积分	237
II.1.3.8	含有对数函数 $\ln x$ 和 $(\ln x)^n$ 的积分	238
II.1.3.9	含有更复杂自变数的对数函数的积分	241
II.1.3.10	对数函数与有理函数组合的积分	243
II.1.3.11	对数函数与无理函数组合的积分	244
II.1.3.12	对数函数与幂函数组合的积分	244
II.1.3.13	对数函数的幂函数与其他幂函数组合的积分	246
II.1.3.14	更复杂自变数的对数函数与幂函数组合的积分	247
II.1.3.15	对数函数与指数函数组合的积分	252
II.1.3.16	对数函数与三角函数组合的积分	253
II.1.3.17	对数函数与三角函数、指数函数和幂函数组合的积分	256
II.1.3.18	对数函数与双曲函数组合的积分	257
II.1.3.19	含有 $\ln(\sin x)$, $\ln(\cos x)$, $\ln(\tan x)$ 的积分, 积分区间 为 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $[0, \pi]$	258
II.1.4	双曲函数和反双曲函数的定积分	259
II.1.4.1	含有 $\sinh x$ 和 $\cosh x$ 的积分, 积分区间为 $[0, \infty]$	259
II.1.4.2	双曲函数与指数函数组合的积分	265
II.1.4.3	双曲函数与指数函数和幂函数组合的积分	267
II.1.4.4	反双曲函数的积分	268
II.1.5	重积分	270
II.1.5.1	积分次序和积分变量交换的积分	270
II.1.5.2	具有常数积分限的二重积分和三重积分	271
II.1.5.3	多重积分	272
II.2	特殊函数的定积分	275
II.2.1	椭圆函数的定积分	275
II.2.1.1	椭圆积分的积分	275
II.2.1.2	椭圆积分相对于模数的积分	276

II. 2. 1. 3	完全椭圆积分相对于模数的积分	277
II. 2. 2	指数积分、正弦积分等函数的定积分	278
II. 2. 2. 1	指数积分的积分	278
II. 2. 2. 2	对数积分的积分	279
II. 2. 2. 3	正弦积分和余弦积分函数的积分	280
II. 2. 2. 4	双曲正弦积分和双曲余弦积分函数的积分	284
II. 2. 2. 5	概率积分函数的积分	284
II. 2. 2. 6	菲涅耳函数的积分	287
II. 2. 3	伽马(Gamma)函数的定积分	288
II. 2. 3. 1	伽马函数的积分	288
II. 2. 3. 2	伽马函数与三角函数组合的积分	290
II. 2. 3. 3	伽马函数与指数函数和幂函数组合的积分	290
II. 2. 3. 4	伽马函数的对数的积分	292
II. 2. 3. 5	不完全伽马函数的积分	293
II. 2. 3. 6	ψ 函数的积分	294
II. 2. 4	贝塞尔(Bessel)函数的定积分	295
II. 2. 4. 1	贝塞尔函数的积分	295
II. 2. 4. 2	贝塞尔函数与 x 和 x^2 组合的积分	300
II. 2. 4. 3	贝塞尔函数与有理函数组合的积分	302
II. 2. 4. 4	贝塞尔函数与无理函数组合的积分	305
II. 2. 4. 5	贝塞尔函数与幂函数组合的积分	306
II. 2. 4. 6	更复杂自变数的贝塞尔函数与幂函数组合的积分	314
II. 2. 4. 7	贝塞尔函数与三角函数组合的积分	317
II. 2. 4. 8	贝塞尔函数与三角函数和幂函数组合的积分	326
II. 2. 4. 9	贝塞尔函数与三角函数、指数函数和幂函数组合的积分	335
II. 2. 4. 10	贝塞尔函数与三角函数和双曲函数组合的积分	339
II. 2. 4. 11	贝塞尔函数与指数函数组合的积分	339
II. 2. 4. 12	贝塞尔函数与指数函数和幂函数组合的积分	342
II. 2. 4. 13	更复杂自变数的贝塞尔函数与指数函数和幂函数组合的积分	346
II. 2. 4. 14	贝塞尔函数与更复杂自变数的指数函数和幂函数组合的积分	347

II. 2. 4. 15	贝塞尔函数与对数函数或反正切函数组合的积分	348
II. 2. 4. 16	贝塞尔函数与双曲函数和指数函数组合的积分	348
II. 2. 4. 17	贝塞尔函数与其他特殊函数组合的积分	350
II. 2. 5	由贝塞尔函数生成的函数的定积分	352
II. 2. 5. 1	斯特鲁维(Struve)函数的积分	352
II. 2. 5. 2	斯特鲁维(Struve)函数与三角函数组合的积分	353
II. 2. 5. 3	斯特鲁维(Struve)函数与指数函数和幂函数组合的 积分	354
II. 2. 5. 4	斯特鲁维(Struve)函数与贝塞尔函数组合的积分	355
II. 2. 5. 5	汤姆森(Thomson)函数的积分	357
II. 2. 5. 6	洛默尔(Lommel)函数的积分	358
II. 2. 6	勒让德(Legendre)函数和连带勒让德函数的定积分	360
II. 2. 6. 1	勒让德函数和连带勒让德函数的积分	360
II. 2. 6. 2	连带勒让德函数与幂函数组合的积分	362
II. 2. 6. 3	连带勒让德函数与三角函数和幂函数组合的积分	365
II. 2. 6. 4	连带勒让德函数与指数函数和幂函数组合的积分	367
II. 2. 6. 5	连带勒让德函数与双曲函数组合的积分	368
II. 2. 6. 6	连带勒让德函数与概率积分函数组合的积分	368
II. 2. 6. 7	连带勒让德函数与贝塞尔函数组合的积分	369
II. 2. 6. 8	勒让德多项式与幂函数组合的积分	370
II. 2. 6. 9	勒让德多项式与有理函数和无理函数组合的积分	371
II. 2. 6. 10	勒让德多项式与其他初等函数组合的积分	372
II. 2. 6. 11	勒让德多项式与贝塞尔函数组合的积分	373
II. 2. 7	正交多项式的定积分	374
II. 2. 7. 1	埃尔米特(Hermite)多项式的积分	374
II. 2. 7. 2	拉盖尔(Laguerre)多项式的积分	376
II. 2. 7. 3	雅可比(Jacobi)多项式的积分	379
II. 2. 7. 4	切比雪夫(Chebyshev)多项式与幂函数组合的积分	381
II. 2. 7. 5	切比雪夫(Chebyshev)多项式与若干初等函数组合的 积分	382
II. 2. 7. 6	切比雪夫(Chebyshev)多项式与贝塞尔函数组合的 积分	383
II. 2. 7. 7	盖根鲍尔(Gegenbauer)多项式与幂函数组合的积分	384

II. 2. 7. 8 盖根鲍尔(Gegenbauer)多项式与若干初等函数组合的 积分	385
II. 2. 7. 9 盖根鲍尔(Gegenbauer)多项式与贝塞尔函数组合的 积分	386
II. 2. 8 超几何函数和合流超几何函数的定积分	387
II. 2. 8. 1 超几何函数与幂函数组合的积分	387
II. 2. 8. 2 超几何函数与三角函数组合的积分	388
II. 2. 8. 3 超几何函数与指数函数组合的积分	388
II. 2. 8. 4 超几何函数与贝塞尔函数组合的积分	389
II. 2. 8. 5 合流超几何函数与幂函数组合的积分	391
II. 2. 8. 6 合流超几何函数与三角函数组合的积分	393
II. 2. 8. 7 合流超几何函数与指数函数组合的积分	394
II. 2. 8. 8 合流超几何函数与贝塞尔函数和幂函数组合的积分	396
II. 2. 8. 9 合流超几何函数与贝塞尔函数、指数函数和幂函数 组合的积分	398
II. 2. 8. 10 合流超几何函数与拉盖尔多项式、指数函数和幂函数 组合的积分	398
II. 2. 9 马蒂厄(Mathieu)函数的定积分	398
II. 2. 9. 1 马蒂厄(Mathieu)函数的积分	398
II. 2. 9. 2 马蒂厄(Mathieu)函数与双曲函数和三角函数组合的 积分	399
II. 2. 9. 3 马蒂厄(Mathieu)函数与贝塞尔函数组合的积分	401
II. 2. 10 抛物柱面函数的定积分	401
II. 2. 10. 1 抛物柱面函数的积分	401
II. 2. 10. 2 抛物柱面函数与指数函数和幂函数组合的积分	402
II. 2. 10. 3 抛物柱面函数与三角函数组合的积分	403
II. 2. 11 迈耶(Meijer)函数和麦克罗伯特(MacRobert)函数的 定积分	404
II. 2. 11. 1 迈耶(Meijer)函数与初等函数组合的积分	404
II. 2. 11. 2 麦克罗伯特(MacRobert)函数与初等函数组合的 积分	407
II. 2. 12 其他特殊函数的定积分	408
II. 2. 12. 1 δ 函数的积分	408

II.2.12.2 陀螺波函数的积分	409
III 积分变换表	410
III.1 拉普拉斯(Laplace)变换	410
III.2 傅里叶(Fourier)变换	417
III.3 傅里叶(Fourier)正弦变换	422
III.4 傅里叶(Fourier)余弦变换	425
III.5 梅林(Mellin)变换	427
III.6 汉克尔(Hankel)变换	428
III.7 希尔伯特(Hilbert)变换	430
III.8 Z 变换	431
IV 附录	434
IV.1 常用函数的定义和性质	434
IV.1.1 初等函数	434
IV.1.1.1 幂函数和代数函数	434
IV.1.1.2 指数函数和对数函数	435
IV.1.1.3 三角函数和反三角函数	436
IV.1.1.4 双曲函数和反双曲函数	439
IV.1.2 特殊函数	442
IV.1.2.1 Γ 函数(第二类欧拉积分)	442
IV.1.2.2 B 函数(第一类欧拉积分)	445
IV.1.2.3 ψ 函数	446
IV.1.2.4 误差函数 $\operatorname{erf}(x)$ 和补余误差函数 $\operatorname{erfc}(x)$	447
IV.1.2.5 菲涅耳(Fresnel)函数 $S(z)$ 和 $C(z)$	449
IV.1.2.6 正弦积分 $\operatorname{Si}(z)$, $\operatorname{si}(z)$ 和余弦积分 $\operatorname{Ci}(z)$, $\operatorname{ci}(z)$	449
IV.1.2.7 指数积分 $\operatorname{Ei}(z)$ 和对数积分 $\operatorname{li}(z)$	450
IV.1.2.8 勒让德(Legendre)椭圆积分 $F(k, \varphi)$, $E(k, \varphi)$, $\Pi(h, k, \varphi)$	451
IV.1.2.9 完全椭圆积分 $K(k)$, $E(k)$, $\Pi(h, k)$	451
IV.1.2.10 雅可比(Jacobi)椭圆函数 snu , cnu , dnu	452
IV.1.2.11 贝塞尔(Bessel)函数(柱函数) $J_\nu(z)$, $N_\nu(z)$,	

	$H_v^{(1)}(z), H_v^{(2)}(z), I_v(z), K_v(z)$	453
IV. 1. 2. 12	艾里(Airy)函数 $A_v(x), B_v(x)$ 和艾里积分	460
IV. 1. 2. 13	斯特鲁维(Struve)函数 $H_v(z)$ 和 $L_v(z)$	461
IV. 1. 2. 14	汤姆森(Thomson)函数 $ber_v(z), bei_v(z), her_v(z),$ $hei_v(z), ker_v(z), kei_v(z)$	462
IV. 1. 2. 15	洛默尔(Lommel)函数 $s_{\mu, \nu}(z)$ 和 $S_{\mu, \nu}(z)$	464
IV. 1. 2. 16	安格尔(Anger)函数 $J_v(z)$ 和韦伯(Weber)函数 $E_v(z)$	464
IV. 1. 2. 17	诺伊曼(Neumann)多项式 $O_n(z)$	466
IV. 1. 2. 18	施拉夫利(Schläfli)多项式 $S_n(z)$	466
IV. 1. 2. 19	球贝塞尔函数 $j_l(z), n_l(z), h_l^{(1)}(z), h_l^{(2)}(z)$	467
IV. 1. 2. 20	勒让德(Legendre)函数(球函数) $P_n(x)$ 和 $Q_n(x)$	467
IV. 1. 2. 21	连带勒让德函数 $P_n^m(x)$ 和 $Q_n^m(x)$	470
IV. 1. 2. 22	球谐函数 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$	472
IV. 1. 2. 23	埃尔米特(Hermite)多项式 $H_n(x)$	472
IV. 1. 2. 24	拉盖尔(Laguerre)多项式 $L_n(x)$	473
IV. 1. 2. 25	连带拉盖尔多项式 $L_n^{(m)}(x)$	474
IV. 1. 2. 26	雅可比(Jacobi)多项式 $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$	475
IV. 1. 2. 27	切比雪夫(Chebyshev)多项式 $T_n(x)$ 和 $U_n(x)$	476
IV. 1. 2. 28	盖根鲍尔(Gegenbauer)多项式 $C_n^{\lambda}(x)$	477
IV. 1. 2. 29	超几何函数 $F(a, b; c; x)$ 或 ${}_2F_1(a, b; c; x)$	478
IV. 1. 2. 30	双变量超几何函数 $F(a, \beta; \gamma; x, y)$	479
IV. 1. 2. 31	合流超几何函数 $M(a; c; x)$ 或 ${}_1F_1(a; c; x)$	480
IV. 1. 2. 32	惠特克(Whittaker)函数 $M_{\lambda, \mu}(z)$ 和 $W_{\lambda, \mu}(z)$	481
IV. 1. 2. 33	马蒂厄(Mathieu)函数 $ce_{2n}(z, q), ce_{2n+1}(z, q),$ $se_{2n+1}(z, q), se_{2n+2}(z, q)$	481
IV. 1. 2. 34	抛物柱面函数 $D_p(z)$	483
IV. 1. 2. 35	迈耶(Meijer)函数 $G(x)$	484
IV. 1. 2. 36	麦克罗伯特(MacRobert)函数 $E(p; a; q; Q; x)$	485
IV. 1. 2. 37	黎曼(Riemann)Zeta 函数 $\zeta(z, q), \zeta(z)$ 和黎曼函数 $\Phi(z, s, \nu), \xi(s)$	485
IV. 1. 2. 38	函数 $\nu(x), \nu(x, a), \mu(x, \beta), \mu(x, \beta, a), \lambda(x, y)$	486
IV. 1. 2. 39	δ 函数	487
IV. 1. 2. 40	陀螺波函数 $D_{m, k}^*(\alpha, \beta, \gamma)$	488

IV.2 常用导数表	489
IV.3 常用级数展开	493
IV.3.1 二项式函数	493
IV.3.2 指数函数	494
IV.3.3 对数函数	494
IV.3.4 三角函数	495
IV.3.5 反三角函数	496
IV.3.6 双曲函数	497
IV.3.7 反双曲函数	498
IV.3.8 总和 $\sum()$ 与嵌套和 $\wedge[]$	499
IV.4 自然科学基本常数	501
IV.4.1 数学常数	501
IV.4.1.1 常数 π (圆周率)	501
IV.4.1.2 常数 e (自然对数之底)	502
IV.4.1.3 欧拉(Euler)常数 γ	502
IV.4.1.4 黄金分割比例常数 ϕ	502
IV.4.1.5 卡特兰(Catalan)常数 G	503
IV.4.1.6 伯努利(Bernoulli)多项式 $B_n(x)$ 和伯努利数 B_n	503
IV.4.1.7 欧拉(Euler)多项式 $E_n(x)$ 和欧拉数 E_n	504
IV.4.2 物理学常数	504
IV.4.3 化学常数	505
IV.4.4 天文学常数	510
IV.4.5 地学常数	511
IV.5 单位制和单位换算	513
IV.5.1 国际单位制(SI)	513
IV.5.1.1 国际单位制(SI)中十进制倍数和词头表示法	513
IV.5.1.2 国际单位制(SI)的基本单位	514
IV.5.1.3 国际单位制(SI)中具有专门名称的导出单位	515
IV.5.2 美制重量和测量	516
IV.5.2.1 直线测量	516
IV.5.2.2 平面和土地测量	516
IV.5.2.3 常衡制	517