

新世纪大学数学立体化系列教材

总主编 于义良

# 运筹学

主 编 吴振奎 王全文  
副主编 刘振航 梁邦助 吴 健

 中国人民大学出版社

新世纪大学数学立体化系列教材

总主编 于义良

# 运 筹 学

主 编 吴振奎 王全文

副主编 刘振航 梁邦助 吴 健

中国人民大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

运筹学/吴振奎,王全文主编.  
北京:中国人民大学出版社,2005  
(新世纪大学数学立体化系列教材)  
ISBN 7-300-06687-9

- I. 运…
- II. ①吴…②王…
- III. 运筹学-高等学校-教材
- IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 076610 号

**新世纪大学数学立体化系列教材**

总主编 于义良

**运筹学**

主 编 吴振奎 王全文

副主编 刘振航 梁邦助 吴 健

---

出版发行	中国人民大学出版社	
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码 100080
电 话	010-62511242(总编室)	010-62511239(出版部)
	010-82501766(邮购部)	010-62514148(门市部)
	010-62515195(发行公司)	010-62515275(盗版举报)
网 址	<a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>	
	<a href="http://www.ttrnet.com">http://www.ttrnet.com</a> (人大教研网)	
经 销	新华书店	
刷 印	北京东方圣雅印刷有限公司	
开 本	720×965 毫米 1/16	版 次 2006 年 2 月第 1 版
印 张	28.75	印 次 2006 年 2 月第 1 次印刷
字 数	497 000	定 价 35.00 元

---

**版权所有 侵权必究**

**印装差错 负责调换**

## “新世纪大学数学立体化系列教材”编委会

主任 于义良

副主任 刘振航 徐金岭 安建业 鄢茵

委员 (按姓氏笔画排序)

王玉津 王全文 王延臣 王莉琴 龙建新

沙荣方 吴振奎 宋香暖 张凤宽 张建新

张银生 李乃华 李天 李秉林 李美凤

杨海宣 杨富贵 罗智明 罗蕴玲 郑昌明

段俊生 赵芬霞 唐洋 梁邦助 程伟

滕树军 魏家林

## 总 序

随着科学技术的迅猛发展,数量分析已渗透到各个领域,数学的重要性已被整个社会所公认;由于计算机技术的广泛普及与提高,许多繁难的计算和抽象的推理已不再是高不可攀,数学的应用越来越深入;随着人类素质的不断提高,数学素质教育已成为全体公民的必修课,数学的普及越来越广泛。为适应新形势的发展和社会的需要,信息技术与学科课程整合已是教育教学改革的“重中之重”,运用信息技术改造和优化传统学科内容是培养新世纪具有创新能力的高素质人才的必然要求。经过多年的教学研究和实践,我们组织了具有丰富教学经验的第一线教师,编写了这套“新世纪大学数学立体化系列教材”,奉献给大家。

这套系列教材是“21世纪初天津市普通高校教学改革项目《信息技术与经济数学课程整合的研究和实践》”成果的延伸,包括《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《数学建模》、《运筹学》五本教材和《微积分名师导学》、《线性代数名师导学》、《概率论与数理统计名师导学》三本教学指导书。这套教材力求体现如下特点:

第一,以实用为原则,“教、学、做”融为一体,内容体系整体优化,使读者实现由知识向能力的转化。

第二,以实际为背景,概念阐述简明、通俗化,举例贴近生活,运用多媒体技术使内容直观化、图形化,使读者消除对

## 运筹学

数学的陌生感、抽象感、恐惧感,激活求知欲,增强学好数学、做好数学的信心。

第三,以计算机为工具,传统内容与信息技术应用融为一体,注重基本知识、基本思想、基本能力的培养,对繁、难、抽象的内容,充分利用当前极为流行的 Mathematica 软件、Excel 软件来实现,比如函数图形描绘、矩阵计算、数据分析等。

第四,每册教材均配有多媒体助学助教光盘,包括课程要求、电子教案、模拟演示、练习详解、单元测试、实例选编、试题分析、名人简介等众多模块,信息量大,使用方便,便于读者更好地理解、掌握、巩固所学知识,并有助于及时检测和提高。

总之,这套系列教材配有光盘,方便教学,信息量大;融入软件,突出技能,实用性强。内容可视化,你不会再为抽象而烦恼;计算软件化,你不会再为繁难而困扰;方法现实化,你不会再因无用而厌学。

2003 年冬季,我有幸到澳大利亚 La Trobe 大学学习考察,亲身经历了国外大学数学教育对学生能力、素质培养的实践,它们特别重视数学思想的熏陶和数学知识的应用,“做中学、学中悟、悟中醒、醒中行”做得非常出色。让我们可喜的是即将出版的这套系列教材恰好在这方面做了有益的尝试。

我们期盼这套系列教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。

“新世纪大学数学立体化系列教材”编委会主任、总主编 于义良

2004 年 3 月

## 前 言

运筹学是 20 世纪 30 年代末期诞生并逐步发展起来的一门应用性学科,它是根据实际问题,利用科学的方法特别是数学的方法,通过建立数学模型以及求解模型,对复杂系统、组织(如企业等)的内部行为结构等进行定量分析,并为系统结构的优化设计或组织行为的管理决策等提供科学依据的科学。作为一门重要的应用性学科,运筹学已广泛地应用于科学技术、政治、经济、军事、国防等诸多领域。运筹学作为高校开设的一门主干课程,所涉及的专业主要有应用数学、工商管理、工程管理、交通管理、物流工程、邮电通信、市场营销、系统工程、微机会计、电子信息、电脑网络、管理信息、工业经济、技术经济以及其他许多工程技术专业。

人类进入 21 世纪后,随着社会经济的迅速发展,科学技术方法的进步,运筹学依然在继续不断地发展,新的分支以及新的方法日益涌现,相信它的应用领域会更深更宽。同时随着高校许多专业增设运筹学课程,社会上出现了自学运筹学热潮,运筹学必将成为各类人才所必需的一门学问。为了适应这一需要,我们编写了本教材。

在编写时,我们注意了以下几点:

1. 选材力求详略得当。从整体上讲,线性规划部分较详,其他内容较略;方法讲述较详,理论证明较略。

2. 知识内容力求新颖。由于本课程系新兴学科,不少内

## 运筹学

容、方法在不断改进和完善,我们力求将其写入,以开阔读者视野。

3. 方法技巧注意多样(意让读者从中比较优劣),且适当介绍了一些重要的数学思想。

4. 科学系统力求严谨,讲解方法由浅入深,注重对读者的启发性。

5. 较为详细地介绍了 Excel 与 Mathematica 计算机软件在运筹学计算中的应用,加强了该课程在解决实际问题中的实用性,有利于培养学生的理论素质和实践能力,真正做到能够运用运筹学的知识解决具体的大型实际问题。

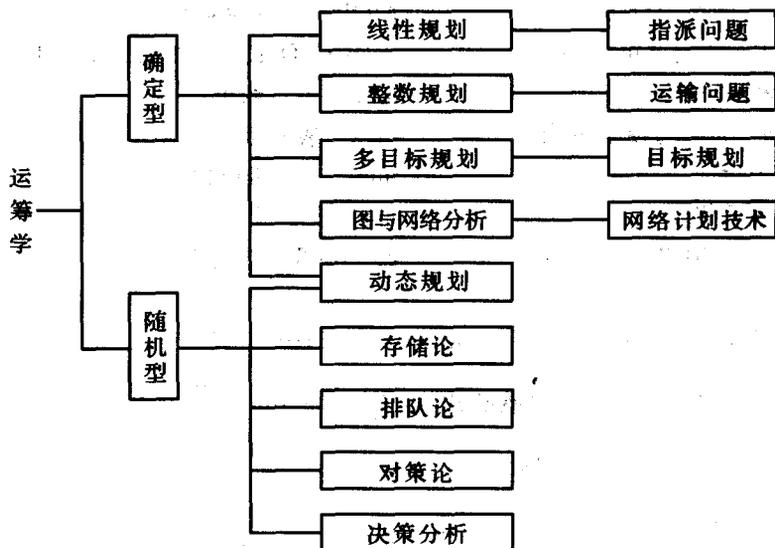
在编写过程中,我们参考了大量的文献,且引用了其中的一些例子和叙述,在此对原作者深表谢意。此外,书稿中融入了我们的解题思想,这也是本书的一个特点。但由于我们水平有限,书中一定会有不尽如人意的地方,殷切期望广大读者及同行专家们批评指正。

最后,我们要感谢我院理学院院长于义良教授的关爱与支持。

编著者

2005年12月于天津商学院

## 本教程内容结构



## 本书常用的数学符号、缩写及某些常数

- $A, B, C, \dots$  表示矩阵, 如  $A = (a_{ij})_{m \times n}$   
 $x, y, z, \dots$  表示向量, 如  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$   
 $x, y, z, \dots$  表示变元  $a, b, \alpha, \beta, \dots$  表示数量  
 $\{x | p(x)\}$  表示具有  $p(x)$  性质的元素  $x$  的集合  
 $I$  表示单位矩阵  $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置  
 $\text{rank} A$  表示矩阵  $A$  的秩  $\text{dim} D$  表示空间  $D$  的维数  
 $e_i$  表示  $(0, 0, \dots, 0, \underset{\text{第 } i \text{ 个}}{1}, 0, \dots, 0)$   
 $\forall$  表示关系  $\geq, \leq, >, <, =$  之一  
 $\gg (\ll)$  表示远大(小)于  
 $\alpha = O(\beta)$  表示  $\alpha$  与  $\beta$  同阶, 即  $|\alpha/\beta| \rightarrow M$  (常数)  
 $\alpha = o(\beta)$  表示  $\alpha/\beta \rightarrow 0$   
 $\alpha \sim \beta$  表示  $\alpha/\beta \rightarrow 1$

LP 线性规划	NLP 非线性规划
ILP 整数线性规划	LGP 多目标线性规划
AHP 层次分析法	MOP 多目标问题
PERT 计划评审方法	A/B/C/D/E/F 排队论 Kendall 记号
V 表示目标	s. t. 表示约束
mod $p$ 表示与模 $p$ 同余	max 表示极(最)大
$\Leftrightarrow$ 表示充分必要	min 表示极(最)小
$>$ 表示优于	opt 表示最优
$d^\pm$ 表示偏差	parero 解 非劣解

$$e \approx 2.718\ 281\ 828\dots$$

$$\pi \approx 3.141\ 592\ 654\dots$$

$$\gamma \approx 0.577\ 215\ 664\ 9\dots \quad (\text{欧拉常数: } \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \gamma)$$

$$\tau = (\sqrt{5}-1)/2 \approx 0.618\ 033\ 988\dots \quad (\text{黄金数})$$

$$n! \approx \sqrt{2n\pi} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \frac{1}{12n}\right)$$

$$\text{Fibonacci 数列通项: } F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi_1^n - \varphi_2^n), \text{ 其中 } \varphi_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \varphi_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

## 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 章 线性规划及单纯形法</b> .....	4
第 1.1 节 线性规划及其几何解法 .....	4
第 1.2 节 LP 问题的几何解法 .....	10
第 1.3 节 LP 问题的单纯形解法 .....	16
第 1.4 节 单纯形法的进一步讨论 .....	37
第 1.5 节 关于解的讨论 .....	47
第 1.6 节 改进(修正)单纯形法 .....	59
第 1.7 节 随机线性规划及模糊线性规划 .....	63
第 1.8 节 单纯形法的几个注记 .....	65
附记 1 线性规划 Khachian 多项式算法 .....	72
附记 2 线性规划 Karmarkar 多项式算法 .....	74
习题 .....	74
<b>第 2 章 线性规划的对偶理论</b> .....	79
第 2.1 节 LP 问题的对偶问题 .....	79
第 2.2 节 对偶问题的基本性质 .....	84
第 2.3 节* 对偶单纯形法 .....	94
第 2.4 节* 灵敏度分析与参数规划 .....	102
第 2.5 节* Kuhn-Tucker 条件 .....	103
习题 .....	104
<b>第 3 章 整数规划及解法</b> .....	110
第 3.1 节 整数规划问题 .....	110

运筹学

第 3.2 节	整数规划问题的解法 .....	112
第 3.3 节	0—1 规划 .....	130
第 3.4 节	指派问题 .....	133
	习题 .....	158
<b>第 4 章</b>	<b>运输问题及表上作业法 .....</b>	<b>162</b>
第 4.1 节	运输问题及其数学模型 .....	162
第 4.2 节	产销平衡问题的表上作业法 .....	164
第 4.3 节	产销不平衡运输问题 .....	175
	习题 .....	179
<b>第 5 章</b>	<b>目标规划 .....</b>	<b>185</b>
第 5.1 节	目标规划模型 .....	186
第 5.2 节	目标规划解法 .....	189
第 5.3 节	目标规划解的讨论 .....	195
第 5.4 节	优先因子和权系数的确定 .....	196
	习题 .....	199
<b>第 6 章</b>	<b>图与网络分析 .....</b>	<b>203</b>
第 6.1 节	图的基本概念 .....	204
第 6.2 节	树图及其性质 .....	206
第 6.3 节	最小部分树(支撑树)及其求法 .....	207
第 6.4 节	网络最短路及其算法 .....	215
第 6.5 节	网络最大流及其算法 .....	224
第 6.6 节	用网络流理论解决城市交通拥堵 问题的讨论 .....	228
第 6.7 节	中国邮递员问题 .....	232
第 6.8 节	最小费用流 .....	237
	习题 .....	241
<b>第 7 章</b>	<b>网络计划技术 .....</b>	<b>245</b>
第 7.1 节	计划网络图 .....	246

运筹学

第 7.2 节	计划网络的计算 .....	247
第 7.3 节	网络优化技术(关键路线法) .....	251
第 7.4 节	计划评审方法 .....	254
习题	.....	257
<b>第 8 章</b>	<b>矩阵对策</b> .....	261
第 8.1 节	对策行为模型与分类 .....	262
第 8.2 节	矩阵对策和纯策略解 .....	263
第 8.3 节	矩阵对策的混合策略和优超 .....	266
第 8.4 节	矩阵对策的基本定理 .....	282
第 8.5 节	矩阵对策的 LP 解法 .....	284
习题	.....	287
<b>第 9 章</b>	<b>决策分析</b> .....	293
第 9.1 节	决策过程和分类 .....	294
第 9.2 节	不确定型决策 .....	295
第 9.3 节	风险决策及信息分析 .....	299
第 9.4 节*	马尔可夫决策 .....	310
第 9.5 节*	连续不确定型及风险型决策 .....	315
第 9.6 节*	模糊决策 .....	318
第 9.7 节	决策树——多级决策 .....	324
第 9.8 节	效用理论在决策分析中的应用 .....	327
第 9.9 节*	多目标决策 .....	332
习题	.....	347
<b>第 10 章</b>	<b>动态规划</b> .....	351
第 10.1 节	多阶段决策问题 .....	351
第 10.2 节	几个可用动态规划方法去解的著名 问题(动态的或静态的) .....	352
第 10.3 节	动态规划的基本概念 .....	355
第 10.4 节*	最优性(Bellman)原理 .....	357

运筹学

第 10.5 节	动态规划的数学模型种类及解法	… 359
第 10.6 节	离散确定型动态规划问题	… 360
第 10.7 节*	离散随机型动态规划	… 368
第 10.8 节*	一般数学规划的动态规划解法	… 370
	习题	… 372
<b>第 11 章</b>	<b>存贮论初步</b>	… 374
第 11.1 节	存贮问题的基本概念	… 375
第 11.2 节	确定型存贮模型	… 375
第 11.3 节	随机型存贮模型	… 383
	习题	… 390
<b>第 12 章</b>	<b>排队论初步</b>	… 393
第 12.1 节	排队系统的基本概念	… 393
第 12.2 节	M/M/1 系统	… 398
第 12.3 节	M/M/c 系统	… 401
第 12.4 节*	M/G/1 系统	… 403
第 12.5 节	排队系统的优化	… 404
	习题	… 408
<b>附录 A</b>	<b>运用 Mathematica 解运筹学问题应用</b>	
	举例	… 409
<b>附录 B</b>	<b>运用 Excel 求解运筹学问题应用举例</b>	… 420
	后记	… 440
	参考文献	… 444

# 绪论

运筹学是一门新兴的应用科学,它是利用科学方法,特别是数学方法,在建立模型的基础上,解决有关人力、物资、货币等复杂系统的运行、组织、管理等方面所出现的问题的学科。

运筹学一词的英文“operations research”(简记 O. R.)原意为“作战研究”,它是 1938 年英国空军为了研究诸如雷达和新型作战飞机等而建立的组织名称。在第二次世界大战期间盟军中同类组织不断增加和扩大,其所建立起来的方法在战后被转移到民用事业中去,从而 O. R. 一词的含义不再局限于军事方面。

“运筹”的中文译名取自《史记·高祖本纪》里“运筹帷幄之中,决胜千里之外”中的两字(运筹系运算算筹之意,算筹是我国古代计算工具,此处意思已引申),它恰当地反映了这门学科的性质和内涵。

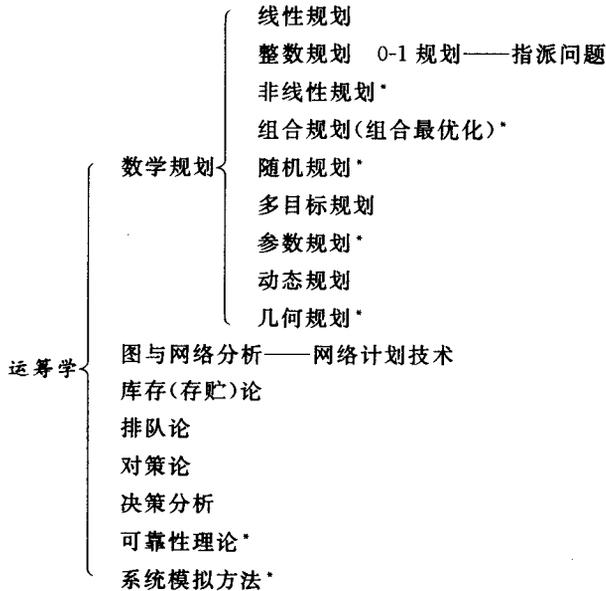
1976 年美国运筹学会定义“运筹学是研究用科学方法来决定在资源不充分的情况下如何最好地设计人一机系统,且使之最好地运行的一门学科”。

1978 年联邦德国科学辞典上定义“运筹学是从事决策模型的数学解法的一门学科。”

英国运筹杂志认为“运筹学是运用科学方法(特别是数学方法)来解决那些在工业、商业、政府部门、国防部门中有关人力、机器、物资、金钱等大型系统的指挥和管理方面出现的问题,其目的是帮助管理者科学地决定其策略和行动”。

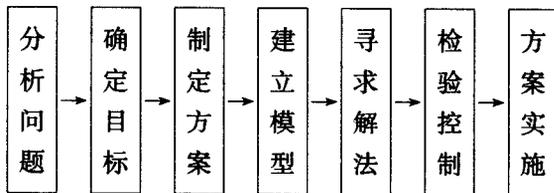
简而言之,运筹学是一门可以使办事情变得多、快、好、省的应用科学。

运筹学是一门内容丰富、应用广泛、发展迅速的新兴(应用数学)学科,它通常包含以下一些分支和内容:



[这里带“\*”号者系本教程未涉及的内容]

运筹学处理各类问题的方法步骤为:



为了运筹学的研究和发展,同其他自然科学一样,各国运筹学工作者相继建立了自己的学会组织。

第一个运筹学会于 1952 年在美国成立,尔后不少国家陆续成立了运筹学会。

1959 年成立国际运筹学会联盟,到 1986 年为止已有 35 个会员国和 6 个兄弟学会。其会刊为《运筹国际文摘》。

第一份运筹学杂志创刊于 1950 年的英国。

1980 年中国数学会运筹学会成立,1982 年我国加入国际运筹学会联盟,同年《运筹学杂志》(如今已改为《运筹学学报》)在我国上海创刊。

此外,1992 年《运筹与管理》杂志在合肥工业大学系统工程研究所问世。

运筹学在 20 世纪 40 年代以后得到迅速发展,其原因:(1)大规模的新兴工业崛起;(2)产品更新换代(特别是高科技产品)加速;(3)大型高速电子计算机的出现及普遍应用。

如今,运筹学已在诸多领域得以广泛应用,且取得了灼人的成果,它有着无限广阔的发展前景和充满希望与机遇的未来,这在我们今后的学习中将会看到。

运筹学必将且已经成为了各类人才需要掌握的一门学问,这一点也已为实践所验证。