数理化一题多解丛书

江楚桥　龚霞玲　刘　祥
高友石　　　　　夏汉明　编

高中物理竞赛一题多解

湖北教育出版社

SHLH

封面设计　牛　红

ISBN 7-5351-1647-7

9 787535 116475 >

ISBN 7—5351—1647—7/G·1340　定价：9.30元

数理化一题多解丛书

高中物理竞赛一题多解

江楚桥　龚霞玲　刘　祥
高友石　　　　　夏汉明　编

湖北教育出版社

(鄂)新登字02号

数理化一题多解丛书
高中物理竞赛一题多解
©江楚桥　龚霞玲　刘　祥　高友石　夏汉明　编
*
湖北教育出版社出版、发行
(430022·武汉市解放大道新育村33号)
新华书店经销
仙桃市新华印刷厂印刷
(433000·仙桃市仙下河北路15号)
*
787×1092毫米 32开本　10.5印张　241 000字
1995年4月第1版　　1996年1月第4次印刷
印数:38 201—58 200册
ISBN 7-5351-1647-7/G·1340
定　价:9.30元

说　明

学好中学数理化基础知识，提高分析问题和解决问题的能力，养成探索、思维的习惯，培养富有科学创造性的人才，是中学教学的一项重要任务，而提高数理化解题能力则是实现上述任务的一种必不可少的手段。我们在这种思想的指导下，根据现行中学教学大纲和教材的要求，编写了这套《数理化一题多解丛书》。

本册《高中物理竞赛一题多解》为这套丛书之一种。本册内容按力学、热学、电磁学、光学和原子物理学四部分编写，书中精选了在物理竞赛训练中积累的典型例题，以及部分前苏联和英美等国物理竞赛试题。

全国中学物理竞赛是国内中学物理最高水平的竞赛，也是为国际奥林匹克物理竞赛选拔人才的必由之路。竞赛的知识内容和能力要求都远远超过高考，本书目的在于帮助学生深入理解基本内容，提高应变能力，以适应竞赛的高水平要求。

本书所选例题均给出两种或两种以上解法，并在每种解法前编写了解题思路，以引导学生全方位地观察问题，多角度、多层次地深入理解物理概念，提高灵活地运用物理规律以及数学知识解决物理问题的能力。

限于编者水平，书中难免有错误之处，敬请读者批评指正。

编　者

1994 年 8 月

目　　录

一、力学 …………………………………………………………… 1
二、热学 …………………………………………………………… 183
三、电学 …………………………………………………………… 206
四、光学　原子物理学 …………………………………………… 300

一、力　　学

1－1　如图1－1所示，一物块重力为G，放在倾角为$\alpha(\alpha<45°)$的斜面上，物块与斜面间的静摩擦系数为μ，且$\mathrm{tg}\alpha>\mu$。为了使物块在斜面上保持静止，在物块上作用一水平力F，试求力F的取值范围。

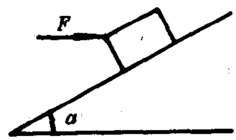


图1－1

〔**思路**〕　物块在外力F的作用下有两种可能的运动趋势：

①如果F较小，物块有向下运动的趋势；

②如果F较大，物块有向上运动的趋势。

根据以上这两种运动趋势和物体平衡条件，对力F进行求解。

〔**解一**〕　①当力F较小时，物块有向下滑动趋势，作出物块的受力图如图1－2所示，由图可知，在平行于斜面方向上和垂直于斜面方向上的合外力均为零时，物块才能平衡。故有

$$G\sin\alpha=f+F\cos\alpha \qquad (1)$$

$$N=G\cos\alpha+F\sin\alpha \qquad (2)$$

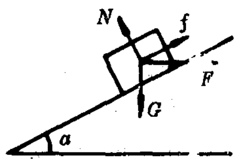


图1－2

由(1)式得

$$f=G\sin\alpha-F\cos\alpha \qquad (3)$$

而　$$f\leqslant\mu N \qquad (4)$$

将(2)、(3)式代入(4)式有

$$G\sin\alpha-F\cos\alpha\leqslant\mu(G\cos\alpha+F\sin\alpha)$$

$$F \geqslant \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}G$$

亦即 $$F \geqslant \frac{\mathrm{tg}\alpha - \mu}{1 + \mu\mathrm{tg}\alpha}G \qquad (5)$$

②当 F 较大时，物块有向上运动的趋势，作出此种情况下物块受力图如图 1－3 所示。当物块沿斜面方向和垂直斜面方向上合外力均为零时，物块才能平衡。有

$$G\sin\alpha + f = F\cos\alpha \qquad (6)$$

$$N = G\cos\alpha + F\sin\alpha \qquad (7)$$

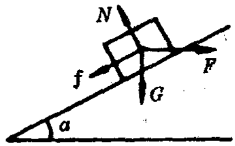


图 1－3

由(6)式得

$$f = F\cos\alpha - G\sin\alpha \qquad (8)$$

且 $$f \leqslant \mu N \qquad (9)$$

将(7)、(8)式代入(9)式有

$$F\cos\alpha - G\sin\alpha \leqslant \mu(G\cos\alpha + F\sin\alpha)$$

$$F \leqslant \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}G$$

亦即 $$F \leqslant \frac{\mathrm{tg}\alpha + \mu}{1 - \mu\mathrm{tg}\alpha}G \qquad (10)$$

综合(5)式和(10)式，可知当

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha - \mu}{1 + \mu\mathrm{tg}\alpha}G \leqslant F \leqslant \frac{\mathrm{tg}\alpha + \mu}{1 - \mu\mathrm{tg}\alpha}G$$

时，物块才能静止在斜面上。由题意 $\mu < \mathrm{tg}\alpha < 1$，故可知上式成立。

〔**思路**〕 物块在斜面上，可以认为物块只受三个力：重力 G，外力 F 和斜面对物块的作用力 Q(Q 是 N 和 f 的合力)。当物块受到的这三个力能组成一个封闭的矢量三角形时，物块就可以在斜面上静止。故利用矢量三角形可以进行求解。此种方法涉及到摩擦角 φ。如图 1－4 所示，Q 是 N 和 f 的合力，

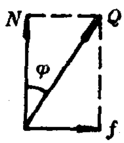
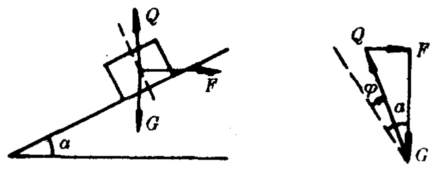


图 1－4

Q 与 N 之间的夹角为 φ，且 $\mathrm{tg}\varphi=\dfrac{f}{N}$，而 $f\leqslant\mu N$，所以 $\mathrm{tg}\varphi\leqslant\mu$。令 $\mu=\mathrm{tg}\varphi_m$，则 $\varphi\leqslant\varphi_m$。也就是说 Q 与 N 之间的夹角只有小于或等于 φ_m 时，物块才能平衡，否则有失去平衡的可能性。

〔**解二**〕 当外力 F 较小时，物块有向下滑动的趋势，作出物块受力图如图 1－5(a)所示，再根据三力的方向，作出三力的矢量三角形如图 1－5(b)所示，由图(b)可知：φ 越大，力 F 越小，当 $\varphi=\varphi_m$ 时，力 F 最小为 F_{min}，且



(a) (b)

图 1－5

$$F_{min}=G\mathrm{tg}(\alpha-\varphi_m)$$

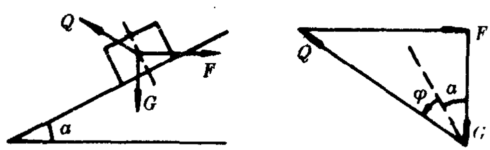
即 $$F_{min}=\frac{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\varphi_m}{1+\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\varphi_m}G$$

而 $$\mathrm{tg}\varphi_m=\mu$$

所以 $$F_{min}=\frac{\mathrm{tg}\alpha-\mu}{1+\mu\mathrm{tg}\alpha}G$$

$$F\geqslant\frac{\mathrm{tg}\alpha-\mu}{1+\mu\mathrm{tg}\alpha}G \tag{1}$$

当外力 F 较大时，物块有向上滑动的趋势，作出物块受力图如图 1－6(a)所示，再根据三力的方向，作出三力的矢量三角形如图 1－6(b)所示。由图(b)可知：φ 越大，力 F 越大，当 $\varphi=\varphi_m$ 时，力 F 最大为



(a) (b)

图 1－6

F_{max}。且

$$F_{max}=G\mathrm{tg}(\alpha+\varphi_m)$$

即 $$F_{max}=\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mu}{1-\mu\mathrm{tg}\alpha}G \qquad (2)$$

由(1)式和(2)式可知，物块静止在斜面上，所加水平外力 F 的范围为

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha-\mu}{1+\mu\mathrm{tg}\alpha}G\leqslant F\leqslant\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mu}{1-\mu\mathrm{tg}\alpha}G$$

由题意 $\mu<\mathrm{tg}\alpha<1$，故可知上式成立。

1－2 重为 G 的物块放在倾角为 α 的斜面上，物块与斜面间的摩擦系数为 μ，今在物块上作用力为 P，P 可与斜面成任意夹角，如图 1－7 所示。求拉动物块沿斜面上升所需力 P 的最小值及对应的 θ 角。

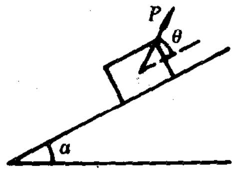


图 1－7

〔**思路**〕 物块在斜面上受到四个力的作用：重力 G，拉力 P，弹力 N 及滑动摩擦力 f，当物块匀速运动时所需的力 P 较小，根据物体平衡条件求得 P 与 θ 的函数关系式可得 P 的极值。

〔**解一**〕 物块受力如图 1－8 所示，物块匀速运动时，沿斜面方向和垂直斜面方向合外力均为零。有

$$P\cos\theta=G\sin\alpha+f \qquad (1)$$

$$N=G\cos\alpha-P\sin\theta \qquad (2)$$

$$f=\mu N \qquad (3)$$

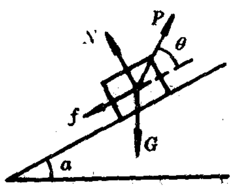


图 1－8

由上面三式可得

$$P=\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\cos\theta+\mu\sin\theta}G$$

引入辅助角 φ，令 $\mathrm{tg}\varphi=\mu$，则

$$P=\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\cos(\theta-\varphi)}G \tag{4}$$

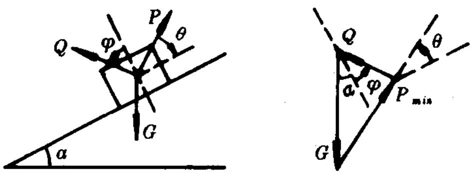
在(4)式中，当 $\theta=\varphi=\mathrm{arctg}\mu$ 时，P 有极小值，且

$$P_{min}=G\sin(\alpha+\varphi)$$

$$\varphi=\mathrm{arctg}\mu$$

此时　　$\theta=\varphi=\mathrm{arctg}\mu$

〔**思路**〕　此题也可以把物块看作只受三个力作用：重力 G，拉力 P 及斜面对物块的作用力 Q，Q 是 N 与 f 的合力。设 Q 与 N 夹角为 φ，则 $\mathrm{tg}\varphi=\frac{f}{N}=\mu$（本题中为定值），再利用矢量三角形求解。



(a)　　(b)

图 1—9

〔**解二**〕　物块受力情况如图 1—9(a)所示。

已知 G 的大小和方向，Q 的方向，显然，要使封闭的矢量三角形中 P 值最小，只有由 G 的端点作 Q 的作用线的垂线时 P 值最小，如图 1—9(b)所示。此时 P 的极小值为

$$P_{min}=G\sin(\alpha+\varphi)$$

其中　　$\varphi=\mathrm{arctg}\mu$

由图(b)可知

此时 $\theta=\varphi=\mathrm{arctg}\mu$

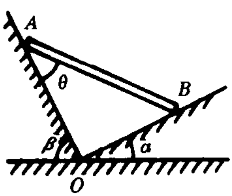


图 1—10

1—3　如图 1—10 所示，在倾角为 α 和 β 的两个斜面之间放有匀质杆 AB。设 α

$\beta=\dfrac{\pi}{2}$，杆与两斜面间的摩擦系数均为 μ，求平衡时杆 AB 与斜面 OA 的夹角 θ。

〔**思路**〕 这是一个典型的一般物体平衡的问题。由于杆 AB 在两斜面上有向右和向左滑动的可能性，故根据一般物体的平衡条件，可以求出 θ 的取值范围。

〔**解一**〕 设杆 AB 有向右滑动的趋势，作出杆 AB 的受力图如图 1－11 所示。由于 $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，$N_A$、$f_A$、$N_B$、$f_B$ 四力分别在两个互相垂直的方向上，故将 G 沿这两个方向分解，可得

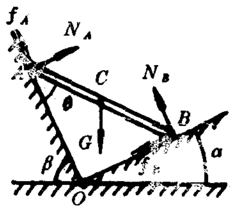


图 1－11

$$N_A-f_B=G\sin\alpha \qquad (1)$$

$$N_B+f_A=G\cos\alpha \qquad (2)$$

$$\Sigma M_C=N_Al\cos\theta+f_Al\sin\theta-N_Bl\sin\theta+f_Bl\cos\theta=0$$

其中 l 是杆 AB 长度的一半，即

$$N_A\cos\theta+f_A\sin\theta=N_B\sin\theta-f_B\cos\theta \qquad (3)$$

由(1)、(2)、(3)是很难求出 θ 角的，但是当 θ 角越大时，杆越易滑动，因此当 θ 角达到最大值 θ_{max} 时，杆 AB 的两个端点的摩擦力达最大值。有

$$f_A=\mu N_A$$

$$f_B=\mu N_B$$

将上两式代入(1)、(2)式，可得

$$N_A=\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{1+\mu^2}G$$

$$N_B=\frac{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}{1+\mu^2}G$$

当 f_A 和 f_B 达最大时(此时 θ 为 θ_{max})，(3)式可变成

$$N_A(\cos\theta_{max}+\mu\sin\theta_{max})=N_B(\sin\theta\, max-\mu\cos\theta_{max})$$

将 N_A、N_B 的值代入上式后，可得

$$(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)(\cos\theta_{max}+\mu\sin\theta_{max})$$
$$=(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)(\sin\theta_{max}-\mu\cos\theta_{max})$$

即 $$\frac{\sin\theta_{max}-\mu\cos\theta_{max}}{\cos\theta_{max}+\mu\sin\theta_{max}}=\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}$$

令 $\mu=\mathrm{tg}\varphi_m$，则上式可变为

$$\mathrm{tg}(\theta_{max}-\varphi_m)=\mathrm{tg}(\alpha+\varphi_m)$$

所以 $$\theta_{max}=\alpha+2\varphi_m$$

又考虑到杆 AB 向左滑动的趋势，作出杆的受力图如图 1－12 所示。当 θ 角为最小角 θ_{min} 时，杆 AB 两端点所受摩擦力均达到最大值，根据平衡条件有

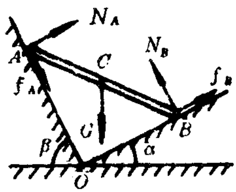


图 1－12

$$N_A+f_B=G\sin\alpha \qquad (1)$$
$$N_B+f_A=G\cos\alpha \qquad (2)$$
$$\Sigma Mc=N_Al\cos\theta_{min}-f_Al\sin\theta_{min}-N_Bl\sin\theta_{min}-f_Bl\cos\theta_{min}=0$$

即 $$N_A(\cos\theta_{min}-\frac{f_A}{N_A}\sin\theta_{min})=N_B(\sin\theta_{min}+\frac{f_B}{N_B}\cos\theta_{min}) \qquad (3)$$

其中 $$f_A=\mu N_A$$
$$f_B=\mu N_B$$

由以上关系式及类似运算，可求得

$$\theta_{min}=\alpha-2\varphi_m$$

综合以上情况，可知杆 AB 平衡时 θ 的取值范围是

$$\alpha-2\varphi_m\leqslant\theta\leqslant\alpha+2\varphi_m$$

其中 $$\varphi_m=\mathrm{arctg}\mu$$

〔**思路**〕 杆 AB 可以认为只受三个力作用：重力 G、两斜面的作用力 F_A 和 F_B，F_A、F_B 分别为 N_A 和 f_A、N_B 和 f_B 的合力。当 F_A、N_A 和 F_B、N_B 间夹角均为 φ_m 时，杆处于临界状态，此时，F_A、F_B 和 G 若能交于一点，则杆 AB 与斜面 OA 夹角即为杆

AB 平衡的临界角。

〔**解二**〕 考虑杆 AB 向右滑动趋势的临界状态，设杆 AB 两端点所受弹力 N_A、N_B 交于点 H，则 F_A、F_B 各转过角度 φ_m ($\mathrm{tg}\varphi_m=\mu$)，交于点 D。易知 AD、BD 互相垂直，故 A、O、B、H、D 共圆，杆处于平衡，则重力 G 的作用线必通过 D 点，如图 1－13 所示。此时杆 AB 与斜面 OA 夹角 θ 为最大值，由数学知识可得

$$\theta_{max}=\alpha+2\varphi_m$$

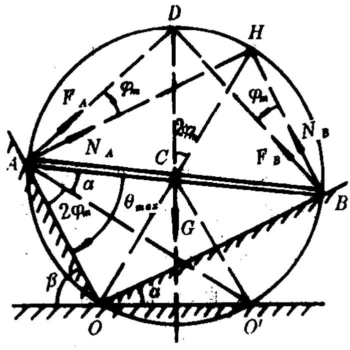


图 1－13

又考虑 AB 具有向左滑动趋势的临界状态，此时 A、B 两处摩擦力均达到最大。

设杆 AB 两端点所受弹力 N_A、N_B 交于点 H，则 F_A、F_B 各转过角度 φ_m($\mathrm{tg}\varphi_m=\mu$)，设交于点 D。同理可证 A、O、B、H、D 共圆，杆处于平衡状态，则重力 G 的作用线必通过 D 点，如图 1－14 所示。此时杆 AB 与斜面 OA 夹角 θ 为最小值，由数学知识可得

$$\theta_{min}+\beta+2\varphi_m$$

$$=\frac{\pi}{2}=\alpha+\beta$$

$$\theta_{min}=\alpha-2\varphi_m$$

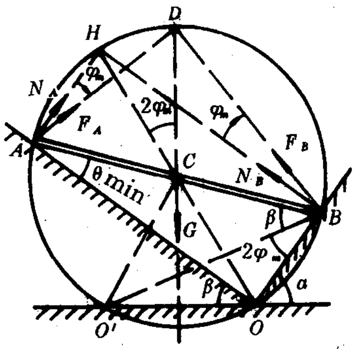


图 1－14

综合以上分析可知：

①当 $\alpha>2\varphi_m$ 时，要使杆 AB 平衡，θ 的取值范围为

$$\alpha+2\varphi_m\geqslant\theta\geqslant\alpha-2\varphi_m$$

②当 $\alpha\leqslant 2\varphi_m$ 时，要使杆 AB 平衡，θ 的取值范围为

$$0\leqslant\theta\leqslant\alpha+2\varphi_m$$

其中 $\quad \varphi_m=\mathrm{arctg}\,\mu$

1－4 如图 1－15 所示，板条 AB 与水平方向成 45°角搁置在支座 C、D 上，在板条的下端加一竖直力 P，已知两支座与板条之间的静摩擦系数均为 μ，$l_{AC}=l_{BD}=a$，$l_{CD}=2a$，板条重力和厚度均不计。试求保证板条平衡的摩擦系数的最小值 μ_{min}。

〔**思路**〕 在图 1－15 中作出板条 AB 的受力图，由图可知板条受到的 N_C、f_c 和 N_D、f_D 均在互相垂直的两个方向上，故将 P 沿这两个方向分解，根据物体平衡条件可求解。

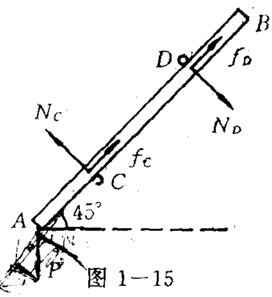


图 1－15

〔**解一**〕 根据一般物体平衡条件可得

$$P\sin45°=f_C+f_D \qquad (1)$$

$$P\cos45°=N_C-N_D \qquad (2)$$

$$\Sigma M_A=N_Ca-N_D3a=0 \qquad (3)$$

由(3)式得

$$N_C=3N_D \qquad (4)$$

当 f_C、f_D 达到最大值而杆 AB 刚好平衡时，对应最小摩擦系数 μ_{min} 为

$$f_C=\mu_{min}N_C=3\mu_{min}N_D \qquad (5)$$

$$f_D=\mu_{min}N_D \qquad (6)$$

将(4)代入(2)式得

$$P\cos45°=2N_D=P\sin45° \qquad (7)$$

将(5)、(6)、(7)式代入(1)式有

$$2N_D = 3\mu_{min}N_D + \mu_{min}N_D$$

即 $$\mu_{min} = 0.5$$

〔**思路**〕 同样可以认为板条只受三个力作用：F_C(N_C、f 合力)、F_D(N_D、f_D 合力)和 P。考虑临界状态，即 f_c、f_D 均达到最大值，所以 F_C、F_D 与板条法线夹角均为 $\varphi = \mathrm{arctg}\mu_{min}$，利用三力共点可求解此题。

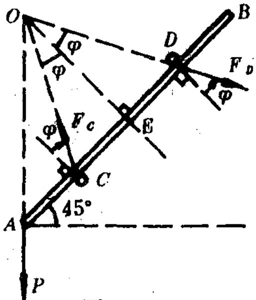


图 1－16

〔**解二**〕 分析板条 AB 受力情况如图 1－16 所示，设 F_C、F_D 作用线交于点 O，由于此时板条刚好平衡，所以 P 的作用线必过点 O，过 O 作 $OE \perp AB$，垂足为 E，则 $CE = ED = a$

又在直角三角形 AOE 中，由于 $\angle OAE = 45°$，所以

$$OE = AE = 2a$$

故 $$\mu_{min} = \mathrm{tg}\varphi = \frac{CE}{OE} = \frac{a}{2a} = 0.5$$

1－5 如图 1－17 所示，一光滑半球形容器直径为 a，边缘恰与一光滑竖直的墙壁相切。现有一均匀直棒 AB，A 端靠在墙上，B 端与容器底相接触，当棒倾斜至与水平面成 60°角时，棒恰好平衡，求棒长。

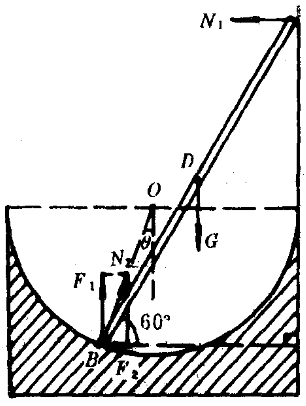


图 1－17

〔**思路**〕 在图 1－17 中画出杆的受力图，由数学知识可得棒长

$$L=2BD$$

$$BC=\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\sin\theta=BD$$

根据棒 AB 的平衡条件可求出 F_1、F_2，故 $\text{tg}\theta=\frac{F_2}{F_1}$，利用数学知识可求得 $\sin\theta$，进而求出 L。

〔**解一**〕 如图 1－17 所示，根据一般物体平衡条件有

$$F_2=N_1 \tag{1}$$

$$F_1=G \tag{2}$$

$$\Sigma M_D=N_1\frac{L}{2}\sin60°+F_2\frac{l}{2}\sin60°-F_1\frac{l}{2}\cos60°=0 \tag{3}$$

由(1)、(2)、(3)式解得

$$F_2=\frac{\sqrt{3}}{6}G$$

故 $$\text{tg}\theta=\frac{F_2}{F_1}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

所以 $$\sin\theta=\frac{\sqrt{13}}{13}$$

$$L=(\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{13}}{13})\times2$$

$$=a(1+\frac{\sqrt{13}}{13})$$

〔**思路**〕 如果一个物体受三力作用而处于平衡状态，且已知其两力的作用线交于一点，那么第三个力的作用线亦必通过该点，否则物体平衡将被破坏。本题即属此种情形。

分析棒受力情况如图 1－18 所示，由于 mg 与 N_A 交于点