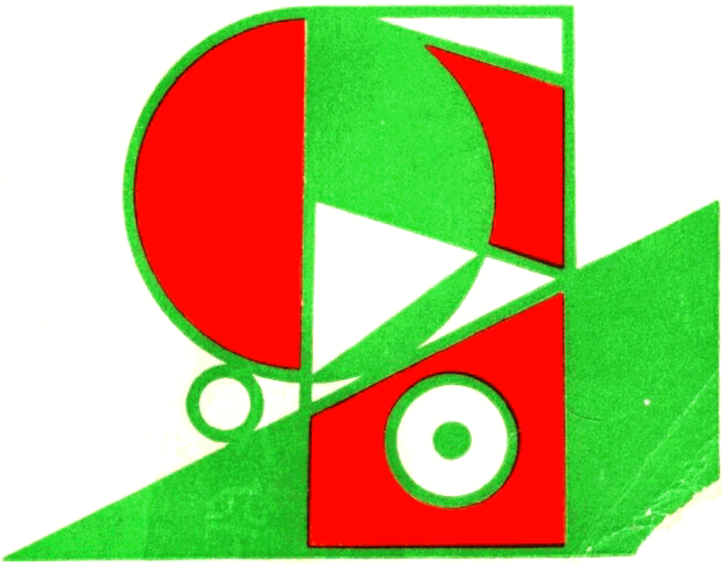
# 中等数学分析与研究

## 几　　何

主编：张中西　任景业

主审：张道俭



石油大学出版社

# 前　言

经过多位具有丰富教研、教改经验教师两年多的辛勤劳动,《中等数学分析与研究》(几何)终于和大家见面了。这对于深化中等数学教学改革,方便教师备课,减轻教学负担,促进数学教学质量的稳步提高将是大有裨益的。

本书紧紧围绕新的教学大纲和新的教材,紧跟数学教学改革的步伐,以布鲁姆掌握学习的理论为指针,在系统分析与研究近年来各省市教研与教改专家创造的新题型的基础上,结合自身的教研、教改经验编著而成。全书按教材顺序分为七章共十五个单元,每单元内容包括教学目标分析与研究,解、证题方法分析与研究,标准化训练题型分析与研究,标准化形成性检测题型分析与研究四部分;同时恰当配置标准化终结性检测题型分析与研究,标准化综合训练题型分析与研究及标准化综合检测题型分析与研究。

本书结构合理,独具匠心,形式独特,题型新颖,题量丰富,重点突出,难点明晰,熔系统性、知识性、实用性、科学性于一炉。这不仅能帮助教师正确领会新大纲与新教材,掌握教材的重点与难点,而且能使教师开阔视野,熟悉各种新题型与解、证题方法,进而提高其命题水平及学生解、证题的应变能力。

本书的编著工作由编委会承担。张中西、任
武青山、宫绍俭、谢可水、齐有臣任副主编,其

存、孙玉玲、桑学海、孙登华、乙士平、隋新江、刘涛、王永智、贾涛、杨玉岫、韩玉海、吴广军、吴远征、张秀莹、徐京富、姬传启、路传武、王新国、牛加金、鸿志向。张道俭任主审，李琴堂、徐长林任副主审，对三位在百忙之中付出的劳动，表示衷心的感谢。

在编著过程中，虽各位编委多次研讨，并数易其稿，但由于水平、经验所限，缺点、不足在所难免，敬请同行们指正。

《中等数学分析与研究》

编 委 会

一九九六年五月

# 目　　录

# 第一章 线段与角

## (一)教学目标分析与研究

1. 识记:(1)通过具体模型(如长方体),从物体外形抽象出来的几何体、平面和点等;(2)几何图形的有关概念及几何的研究对象;(3)两条直线相交确定一个交点,直线、线段和射线等概念的区别;(4)几何知识来源于实践及学习几何的必要性、重要性.

2. 领会:(1)两点确定一条直线的性质;(2)线段的和与差以及线段的中点等概念,比较线段大小的方法;(3)两点间的距离的概念,度量两点间的距离的方法;(4)角的概念及比较角大小的方法,角平分线的概念及画角平分线的方法;(5)周角、平角、直角、锐角、钝角的概念;(6)度、分、秒的换算.

3. 应用:(1)能根据线段中点的概念进行有关的计算;(2)会用量角器画一个角等于已知角;(3)会计算角度的和、差、倍、分;(4)运用周角、平角、直角等概念进行有关的计算;(5)会把几何图形用恰当的符号表示出来;(6)会根据几何语句准确、整洁地画出相应的图形,会用几何语句描述简单的几何图形.

4. 综合:能够灵活地运用线段与角的有关概念解较复杂的题目.

## (二)解、证题方法分析与研究

**例1** 判断下列说法是否正确:

(1)两点之间直线最短;(2)平角是一条直线.

**分析**:本例主要考查对概念的理解.

(1)“如果一条线段向它的两个方向无限地延长下去,便得到直线了”(见课本),这表明“直线是无限的”,不能说“两点之间,无限长的一条直线最短”,这是将“直线”与“线段”混淆了,因此,“两点之间直线最短”这种说法是错误的.

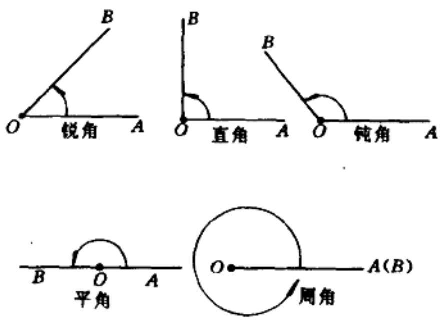



图 1-1

(2)“重合的两条射线 $OA$ 和 $OB$ 中的一条 $OB$,绕着公共端点旋转,旋转到一定位置后,与射线 $OA$ 组成的图形,叫做角”;“当角的终边 $OB$ 旋转到与角的射线 $OA$ 组成一条直线时,这样的角叫做平角”(见课本),如图 1-1 箭头弧线表示 $OB$ 的旋转方向.在现阶段已学的角可分为锐角、直角、钝角、平角、周角,平角是有一个公共端点的两条方向相反的射线所组成的图形,而直线没有端点,故“平角是一条直线”这种说法是

错误的.

**研究**：解这类题须准确理解概念，这是学好几何的一个最重要的环节，从学几何开始就要养成认真领会概念的良好学习习惯. 有三个问题留作读者思考：(1)日常生活中见到的"直的线"与几何上"直线的概念"的区别是什么？(2)"平角的两条边构成一条直线"，这种说法正确吗？为什么？(3)"两条边构成一条直线的角是平角"，这种说法对不对？为什么？

**例** 2　已知线段 $a$、$b$($a<b<c$)，用直尺和圆规求作一条线段，使它等于 $2a-b+c$.

**分析**：虽然已知 $a<b$，但 $2a$ 是否小于 $b$，并不清楚，$2a$ 可能大于 $b$，$2a$ 也可能小于 $b$，因此不能直接去作线段 $2a-b$；由于已知 $b<c$，很明显 $2a+c>b$，故可以改变顺序，按照 $2a+c-b$ 去做，不妨设线段 $a$、$b$、$c$ 的长度，如图 1-2 所示. 如图 1-3，线段 $AE$ 即为所求.

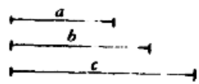


图 1-2

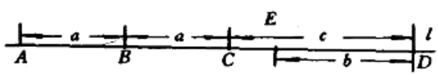


图 1-3

**研究**：本例还有两作法：其一是，按顺序$(c-b)+2a$ 作；其二是，按顺序 $2a+(c-b)$作. 这两种方法留作读者完成.

**例** 3　延长线段 $GH$ 至 $M$，使 $HM=2GH$，延长线段 $HG$

至 $N$，使 $GN=\frac{1}{2}GM$，$P$ 为 $GM$ 的中点，且 $HP=4\text{cm}$，试画出草图，并求线段 $GH$ 的长及线段 $MN$ 的长.

**分析**：首先根据题意画出示意图 1-4，由于题目中很难看出计算目标 $GH$ 与已知线段 $HP$ 之间的关系，故可考虑 $HM=2GH$、$GN=\frac{1}{2}GM$ 及 $GP=PM=\frac{1}{2}GM$ 三个等量关系，应用布列方程的方法求线段 $GH$ 的长，进而求出线段 $MN$ 的长.

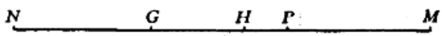



图 1-4

**解**：设 $GH=x\text{cm}$，则 $HM=2x\text{cm}$，

$$GM=GH+HM=3x\text{cm},$$

$$GP=\frac{3}{2}x\text{cm}.$$

又因 $GP=GH+HP=(x+4)\text{cm}$，

故得方程 $\frac{3}{2}x=x+4$，

解这个方程，得 $x=8$，即 $GH=8\text{cm}$.

易知 $GM=24\text{cm}$，$GN=\frac{1}{2}GM=12\text{cm}$，

$$MN=MG+GN=36\text{cm}.$$

**研究**：对于计算线段的长度或角的大小的题目，当已知条件中涉及到较多的等量关系时，可考虑用布列方程或方程组的方法求解，此法是解几何计算题的一种重要方法，读者应在学习几何的过程中逐步掌握它.

**例 4**　如图 1-5，在$\angle MON$ 内，过顶点 $O$ 作不同的两条

射线 $OP$、$OQ$，问这个图形中的角共有多少个？

**分析**：欲求图形中所有角的个数，只须掌握一个计算角的个数的方法．先以某条射线为角的一边，如射线 $OM$，角的另一边只有 $OQ$、$OP$、$ON$，即写出三个角 $\angle MOQ$、$\angle MOP$、$\angle MON$；再以与射线 $OM$ 相邻的射线 $OQ$ 作为角的一边，由于 $OM$ 这条射线已考虑过，故角的另一边只有射线 $OP$、$ON$，即可写出 $\angle QOP$、$\angle QON$；再以射线 $OP$ 为角的一边，由于射线 $OM$、$OQ$ 都考虑过了，角的另一边只有射线 $ON$，即可写出 $\angle PON$；最后只剩下射线 $ON$，以它为一边的角前面均考虑过了，故不必再考虑，由分析知，不同的角共 6 个．

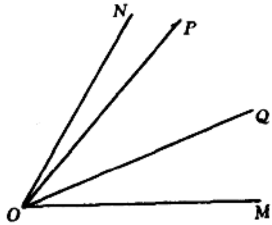


图 1-5

**研究**：计算角的个数的这种方法，也同样适用于计算线段的条数、射线的条数及直线的条数，必须以线段的端点、射线的端点、直线上的点为基础，逐个地计算出个数，最后再算和，读者在解题中应逐步掌握这种计算方法．

**（三）标准化训练题型分析与研究**

**1. 判断题：**

（1）画出直线 $AB$ 的延长线（　　）；

（2）延长射线 $OA$（　　）；

（3）射线只有一个端点（　　）；

（4）两条线相交，只有一个交点（　　）；

(5)两条射线组成的图形叫做角(　　)；

(6)小于平角的角叫做钝角(　　)；

(7)一个钝角与一个锐角之和一定是平角(　　)；

(8)四个锐角的和一定大于直角(　　)；

(9)$19.3^\circ=19^\circ3'$(　　)；

(10)$26^\circ23'6''+53^\circ18'7''=79^\circ42'3''$(　　)；

(11)$18^\circ3'\div5=3^\circ36'36''$(　　)；

(12)$10^\circ6'42''\times9=90^\circ0'18''$(　　).

**2. 填空题：**

(1)根据图 1-6 填.

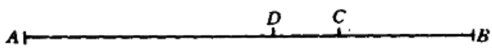


图 1-6

$AB=$______$+$\_\_\_\_\_\_$=$\_\_\_\_\_\_$+$______,

$DC=AC-$______$=$\_\_\_\_\_\_$-BC-$______,

$AD+DC=$______$-BC=$______；

(2)直线 $l$ 上有不同的三点 $A$、$B$、$C$，$P$ 为直线 $l$ 外的任意一点，$A$、$B$、$C$、$P$ 四点共可确定______条直线；

(3)锐角$\angle FOE$ 的边 $OE$、$OF$ 与直线 $l$ 分别相交于点 $A$、$B$，所构图形中射线的条数是______；

(4)$21^\circ15'20''+57^\circ24'12''=$______；

(5)$16^\circ3'-10^\circ35'18''=$______°______′______″；

(6)$87^\circ31'12''\div6=$______°______′______″；

(7)$(108^\circ18'-54^\circ30'')\div3=$______；

(8)时钟指示 6 点 45 分，它的时针和分针所成的锐角为______；

(9)1 分钟内，时钟的分针转动了______度，时针转动了______度；

(10)延长线段 $BA$ 至 $C$，使 $AC=2AB$，如果 $AB=6\text{cm}$，那么 $AB=$

______ $BC$，$BC$= ______；

(11)如果 $D$ 是 $AB$ 的中点，$C$ 是 $DB$ 的中点，那么 $AD=\frac{1}{2}$______，$DC$= ____ $DB$，$AB$= ____ $BC$，$AC$= ____ $AB$；

(12)若线段 $AB$=18cm，延长 $AB$ 至 $C$，使 $BC$=12cm，$M$、$N$ 分别为 $AB$、$BC$ 的中点，那么 $MN$= ______ cm；

(13)在锐角$\angle AOB$ 内，过顶点 $O$ 作不同的两条射线 $OC$、$OD$，所构图形中锐角共有______个；

(14)如图 1-7，若$\angle DOB=\angle AOC=90°$，$\angle DOC=53°$，则$\angle AOB$= ______.

**3. 选择题：**

(1)图 1-8 中，共有线段的条数是(　　).

(A)6；(B)7；

(C)9；(D)10.

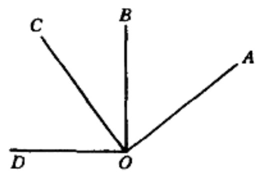



图 1-7

(2)过平面上的三点可确定直线的条数是(　　).

(A)1；(B)3；

(C)0；(D)1 或 3.

(3)直线 $l$ 上有不同的两点 $E$、$F$，下列说法中正确的是(　　).

(A)$E$、$F$ 两点将直线 $l$ 分成四条射线；

(B)射线 $EF$ 和射线 $FE$ 实质上是同一条射线；

(C)$E$、$F$ 两点将直线 $l$ 分成两条射线和一条线段；

(D)以上答案全错.

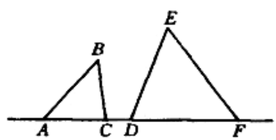



图 1-8

(4)以线段 $a$ 为单位度量线段 $AB$ 所得量数为 5，以线段 $b$ 为单位度量线段 $CD$ 所得量数也为 5，线段 $AB$ 与 $CD$ 的关系为(　　).

(A)$AB>CD$；(B)$AB<CD$；(C)$AB=CD$；(D)不能确定.

(5)直线 $l$ 上有不同的四点，顺次为点 $A$、$B$、$C$、$D$，下列语句中，正确的是(　　).

(A)直线 $AB$ 与直线 $CD$ 表示不同的直线；

(B)射线 $AB$ 与射线 $BA$ 表示同一条射线；

(C)射线 $AB$ 与射线 $AC$ 表示同一条射线；

(D)射线 $AB$ 与射线 $BC$ 表示同一条射线.

(6)平面上至少有(　　)条直线相交，可得到六个交点.

(A)3；(B)4；(C)2；(D)5.

(7)点 $C$ 在线段 $AB$ 上，现有五等式：①$AC=BC$；②$BC=\frac{1}{2}AB$；③$AB=AC$；④$AB=2AC$；⑤$AB=\frac{1}{2}BC$. 其中能表示 $C$ 是线段 $AB$ 中点的有(　　)个.

(A)2；(B)3；(C)4；(D)5.

(8)如果 $\angle\alpha=28°33'45''$，$\angle\beta$ 比 $\angle\alpha$ 大 $21°48'22''$，那么 $\angle\beta$ 等于(　　).

(A)$50°22'7''$；(B)$49°31'67''$；(C)$6°45'23''$；(D)$7°45'23''$.

(9)如果 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 之比、之差分别为 $7:3$、$72°$，那么($\angle\alpha+\angle\beta$)是(　　).

(A)钝角；(B)平角；(C)锐角；(D)周角.

(10)下面说法中，错误的是(　　).

(A)$135°$是$\frac{3}{4}$平角；(B)$45°$是$\frac{1}{8}$周角；

(C)在$\angle ABC$ 的一边的延长线上取一点 $D$；

(D)钝角就是大于直角而小于平角的角.

(11)下面说法中，正确的是(　　).

(A)连结两点的线的长度叫做两点间的距离；

(B)$\frac{1}{6}$周角与$\frac{1}{4}$平角之和是一个直角；

(C)57.32°可化为 57°19′14″；

(D)若 $OA$ 是$\angle BOC$ 的平分线，则$\angle AOB=\angle AOC=\frac{1}{2}\angle BOC$.

(12)如果三个角的和为 180°，那么这三个角(　　).

(A)必有一个角是钝角；(B)一定都是锐角；

(C)至少有两个锐角；　(D)有两个锐角与一个钝角.

**4. 作图题(若没有特殊说明，必须用尺规作图)：**

(1)利用一副三角板的 30°角和 45°角，分别画出 150°的角、90°的角及 105°的角.

(2)过不在同一条直线上的三点 $A$、$B$、$C$，作线段 $AB$、直线 $BC$、射线 $CA$.

(3)已知 $A$、$B$、$C$、$D$ 是平面上的四点，且任意三点不在同一条直线上，试画：①线段 $BD$；②射线 $CB$；③直线 $AC$ 交 $BD$ 于 $E$ 点；④连结 $AB$ 并反向延长到 $F$，使 $BF=BC$.

(4)已知线段 $a$、$b$、$c(2b<c)$，求作一条线段使它等于 $a-2b+c$.

(5)已知线段 $a$、$b$、$c(a<b)$，求作一线段使其为$\frac{1}{2}(2a-b)+3c$.

(6)已知锐角$\angle\alpha$，求作一个角$\angle\beta$，使$\angle\beta=\frac{1}{2}(90°-\angle\alpha)$.

(7)已知三个锐角$\angle\alpha$、$\angle\beta$ 和$\angle\gamma(\angle\beta>\angle\gamma)$，求作一个角，使它等于：①$\angle\alpha+\angle\beta-\angle\gamma$；②$\frac{1}{2}(\angle\beta-\angle\gamma)+\angle\alpha$.

(8)已知钝角$\angle\alpha$、锐角$\angle\beta$、$\angle\gamma(\angle\gamma<45°)$，求作一个角，使它等于$\frac{1}{2}\angle\alpha+\angle\beta-\angle\gamma$.

(9)已知$\angle\alpha$、$\angle\beta(\angle\alpha>\angle\beta)$，用量角器画一个角$\angle AOC$，使$\angle AOC=2\angle\alpha-\angle\beta$，并画出$\angle AOC$ 的平分线 $OD$.

**5. 计算题：**

(1)延长线段 $AB$ 到 $C$，点 $E$ 在 $AB$ 上，$AE=\frac{1}{2}BE$，$F$ 是 $BC$ 的中点. ① 当 $AB=3\text{cm}$，$BC=5\text{cm}$ 时，求 $EF$ 的长；② 当 $BC=2AB$，$FC=$

6cm 时，求 $CE$ 的长.

(2)直线 $l$ 上依次有 $A$、$C$、$D$、$E$ 四点，$A$、$E$ 两点之间的距离为 14，$C$、$A$ 两点间的距离与 $C$、$D$ 两点间的距离相等，$CD=3DE$，试求点 $A$ 与点 $C$ 的距离.

(3)已知线段 $AB=3.6\text{cm}$，延长 $AB$ 到 $C$，使 $BC=1\text{cm}$，再反向延长 $AB$ 到 $D$，使 $AD=3\text{cm}$，$E$ 是 $AD$ 的中点，$F$ 是 $DC$ 的中点，试求 $EF$ 的长.

(4)已知线段 $AB=15\text{mm}$，延长 $BA$ 到 $C$，使 $AB:AC=3:2$，$BC$ 的中点为 $M$，试确定 $A$、$M$ 两点间的距离.

(5)已知$\angle AOD$ 是平角，$OC$ 是$\angle AOB$ 的平分线，$\angle DOB=30°$，试求$\angle BOC$.

(6)已知$\angle AOB=150°$，$\angle AOC=\angle BOD=90°$，如图 1-9，试求$\angle COD$ 的大小.

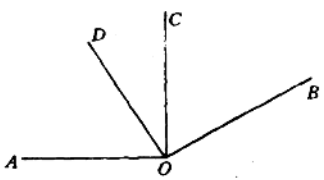



图 1-9

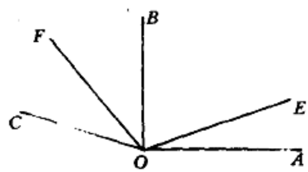



图 1-10

(7)已知如图 1-10，$\angle AOB=90°$，$OC$、$OE$、$OF$ 是从点 $O$ 引出的射线，$OF$ 是$\angle BOC$ 的平分线，$\angle AOE:\angle EOB=1:4$，且$\angle EOF=108°$，试求$\angle AOC$ 的大小.

## (四)形成性检测题型分析与研究

**1. 填空题：**

(1)$38.24°=$______°______′______″；

(2)$23°-15°16'37''=$______；

(3)$13°41'12''\times 3=$______；(4)$46°42'4''\div 4=$______；

(5)$A$、$B$、$C$是直线$l$上三个不同的点，以$A$、$B$、$C$为端点的射线共有______条；

(6)线段$AB=5\text{cm}$，延长$AB$到$C$，使$BC=2AB$，若$G$为$AC$的中点，则$BG$的长是______；

(7)$OC$是$\angle AOB$的平分线，$OD$是$\angle BOC$的平分线，如果$\angle AOB=72°$，那么$\angle AOD=$______；

(8)如图1-11，$OC$是$\angle AOB$的平分线，$\angle COD=90°$，$\angle BOE=90°$，$\angle AOD=$______$-$______，$\angle BOC=$______$=$______$=\frac{1}{2}$______；

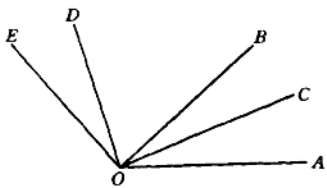



图1-11

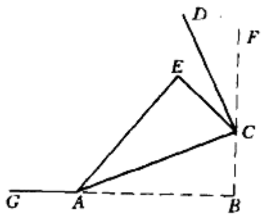



图1-12

(9)如图1-12，把书的一角斜折过去，使$B$点落在$E$处，$AC$为折痕，$CD$是$\angle ECF$的平分线，$\angle ACD$是______角.

**2. 选择题：**

(1)已知$C$、$D$是线段$AB$上的不同两点，所构图形中的线段共有(　　)条.

(A)3；(B)4；(C)5；(D)6.

(2)下列语句中，正确的是(　　).

(A)两个锐角的和为直角；

(B)钝角与锐角的差为锐角；

(C)钝角与锐角的和为平角；

(D)钝角与锐角的差可能为直角.

(3)由 3 点 10 分到 3 点 35 分,时钟的分针转过的角度是(　　).

(A)$120°$; (B)$135°$; (C)$150°$; (D)$165°$.

(4)已知线段 $MN$,在 $MN$ 的延长线上取一点 $P$,使 $MP=2NP$,在 $MN$ 的反向延长线上取一点 $Q$,使 $MQ=2MN$,线段 $MP$ 是线段 $NQ$ 的(　　).

(A)$\frac{1}{3}$; (B)$\frac{2}{3}$; (C)$\frac{1}{2}$; (D)$\frac{3}{2}$.

3. (1)先画一个$\angle AOB$与射线 $OA$ 的反向延长线 $OC$,再分别画$\angle AOB$、$\angle BOC$ 的平分线 $OD$、$OE$;(2)用推理法说明$\angle DOE=90°$.

4. 已知两条线段 $a$、$b(a>b)$,用直尺和圆规画一条线段 $c$,使它等于 $3a-2b$.

5. 如图 1-13,$\angle AOB=105°$,$\angle AOC=90°$,$\angle BOD=90°$,试求$\angle COD$ 的大小.

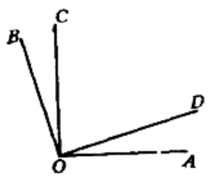



图 1-13

# 第二章　相交线与平行线

## (一)教学目标分析与研究

1. 识记：(1)斜线、斜线段等概念及垂线段最短的性质；(2)平行线的概念及平行线的基本性质；(3)直线与直线的平行、相交、异面的概念；直线与平面、平面与平面的平行与垂直的概念；(4)命题、定义、公理及定理的概念；(5)证明的必要性和推理过程中要步步有据，综合法证明的格式.

2. 领会：(1)对顶角的概念、对顶角的性质和它的推理过程；(2)补角及邻补角的概念，同角或等角的补角相等的性质和它的推理过程；(3)垂线、垂线段等概念；(4)点到直线的距离的概念；(5)识别同位角、内错角和同旁内角的方法；(6)用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线的方法及度量点到直线的距离的方法；(7)用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线的方法.

3. 应用：(1)会用对顶角的概念及性质进行推理和计算；(2)能灵活运用补角、邻补角的概念及同角或等角的补角相等的性质进行推理和计算；(3)会用平行线的传递性进行推理；(4)能够灵活运用平行线的性质及判定解、证题；(5)会用已学描述图形和位置关系的语句描述简单的图形，并能根据语句画图；(6)会区分命题的条件(题设)和结论(题断)，会把命题改写成“如果……，那么……”的形式.

4. 综合：能够灵活运用相交线、平行线的有关概念与定