中等专业学校教材

工科专业通用

数学第一册

教学参考书

上海市中专数学教材编写组编

高等教育出版社

中 等 专 业 学 校 教 材

工科专业通用

数学第一册教学参考书

上海市中专数学教材编写组编

高 等 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本教学参考书是以 1983 年《中等专业学校数学教学大纲(工科专业通用)》为依据，配合中专数学（工科类）的教学而编写的．与工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的《数学》相应地分四册出版．主要内容包括教材各章的目的和要求、教材内容说明、重点和难点、教学建议、参考教案、测验参考题和部分习题的提示或解答等．

本书可供工科类中专数学教师参考。也可供中学数学教师参考。

中等专业学校教材
（工科专业通用）
数学第一册教学参考书
上海市中专数学教材编写组编

高等教育出版社出版
新华书店上海发行所发行
复旦大学印刷厂印装

开本 787×1092 1/32 印张 8.25 字数 168,000
1987 年 10 月第 1 版 1987 年 10 月第 1 次印刷
印数 00001-5,400
ISBN 7-04-000072-5/0·31
书号 13010·01449 定价 1.40 元

编者的话

本教学参考书是根据1983年原教育部审定的《中等专业学校数学教学大纲(工科专业通用)》和工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的《数学》第一、二、三、四册编写的。

本教学参考书分四册出版。主要内容包括上述教材各章的目的和要求、教材内容说明、重点和难点、教学时数分配、教学建议、参考教案、测验参考题以及部分习题的提示或解答等。

本教学参考书是受国家教育委员会委托，由上海市教育局组织的工科中专数学教材编写组集体编写的。参加编写的有上海机械专科学校任必、上海市纺织工业专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海港湾学校袁时中等同志。第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志担任主编，第四册由张又昌同志和陈荣基同志担任主编，全书由任必、秦柏前统稿。

本书在编写过程中，曾请上海市中专数学协作组的同志进行审阅，他们对初稿提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

本书可供招收初中毕业生的工科类中专数学教学参考。第三、四册也可供招收高中毕业生的工科类中专数学教学参考。

本书由于编者水平所限，难免有缺点和错误，殷切希望使用本书的学校和教师提出批评指正。

上海市中专数学教材编写组

1986年11月

目　录

第一章　集合与函数

一　目的要求

1．理解集合的意义；了解元素与集合之间的关系，集合与集合之间的包含、相等的关系；掌握集合的两种表示法；正确识别并会使用集合的有关术语和记号．

2．理解子集、并集、交集、差集、全集、补集的概念；会进行集合的各种运算，并能用文氏图表示．

3．理解函数的概念；会求简单函数的定义域，并会用区间和集合的形式来表示；会用描点法作出简单函数的图象．

4．理解反函数的概念；会求函数的反函数；并了解互为反函数的函数图象间的关系．

二　教材说明

本章教材共分四节．第一、二节阐述集合的基本概念和基本运算，第三、四节阐述函数和反函数的基本知识．

集合的概念及其基本运算是集合论的最基本的内容之一．集合的思想已被广泛地应用于自然科学和现代科学技术的许多领域．中等专业学校的学生掌握一些集合的基本知识，不但可以加深对初等数学某些知识的理解，而且还可为进一步学习概率、统计等知识、以及阅读现代科技书刊准备必要的条件．初中数学课本中没有正式给出集合的概念，但

出现过一些有关数、式、点、形的集合例子，因此，学生对集合的概念有一定的认识．为了使学生能较好地理解集合的基本知识，并能熟悉和使用集合的术语、记号，教材把这部分内容列在第一章，并在以后各章中适当运用．第一节为集合的概念．教材通过学生熟知的事例说明了集合的意义；指出元素与集合之间的关系；介绍了自然数集、整数集、有理数集、实数集及它们的记号；列举了集合的两种表示法，并通过例题介绍了由数轴上的点或直角坐标平面内的点所组成的点集，以及方程或不等式（组）的解所组成的解集．教材还介绍了单元素集与空集，子集与真子集，集合的包含与集合的相等的概念．第二节为集合的运算．教材给出了并集、交集、差集、全集、补集的定义；介绍了并、交、差、补的集合运算．为了形象地说明以上一些概念，教材给出了文氏图的图示方法，并用它验证了一些运算律，以加深学生对它们的直观了解．

函数是数学中的一个极其重要的概念，是学习高等数学、工程数学和其他科学技术必不可少的基础．在中专数学教材中，函数的数学分两个阶段进行．第一个阶段是从第一章到第六章．第一章的第三节为函数．教材通过集合间元素的单值对应关系建立了函数的概念，给出函数与函数值的记号，并用点集说明函数图象的意义．关于函数的图象，教材还通过分段函数的例子说明如何在自变量的不同取值范围内作出对应的函数图象．区间是数学中常用的概念，教材采用集合来描述区间．引进了区间以后，函数的定义域就可用不等式、集合、区间三种形式表示．第一章的第四节为反函

数．教材在函数反对应关系为单值的基础上建立了反函数的概念，讨论了互为反函数的函数图象间的关系．在函数与反函数的基础上，教材的第二、三、四、五、六各章依次介绍了幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数的有关知识．在函数的第一阶段数学中，考虑到学生的接受能力，教材着重于直观分析，由函数的图象看出函数的性质，介绍函数的奇偶性、单调性、周期性、有界性等特性的几何意义，暂不给出这些特性的解析定义．函数的第二阶段的教学是从教材的第十四章开始的．这时，教材对基本初等函数作了全面、概括的复习，给出了函数特性的解析定义．在此基础上，对函数作进一步深入的研究．通过函数的两个阶段的教学，可使学生获得一次螺旋上升的、系统的函数知识，为今后学习专业打下良好的基础．

本章的重点：

（1）集合的基本概念和基本运算；

（2）函数与反函数的概念．

本章的难点：

（1）子集、并集、交集、差集、补集、全集的含义以及它们之间的区别和联系；

（2）运用集合来定义函数．

本章概念较多，又比较抽象，所以要注意从学生的实际出发进行教学①．要多举例题示范，从感性认识到理性认识；

---

① 本章教材所举例子中用到了含绝对值的不等式、一元二次不等式、二次函数及其图象以及圆心在原点的圆方程等知识．这些知识如果学生在初中尚未学过，教师必须先行补充，然后进行本章教学．

要注意运用对比的方法，反复比较含义相近的概念的异同；要充分运用文氏图和函数图象分别说明那些较为抽象的概念和性质.

本章教学约需12课时，具体分配如下（仅供参考）：

§1-1　集合的概念	约2课时
§1-2　集合的运算	约4课时
集合内容的小结	约1课时
§1-3　函数	约3课时
§1-4　反函数	约1课时
函数内容的小结	约1课时

三　教学建议

§1-1　集合的概念

1. 集合是数学中原始的概念之一，我们不能用其他更基本的概念来给它下定义，只能对它作描述性的说明. 集合的概念比较抽象，教学一开始，可从学生熟悉的事例出发引进集合的概念. 教材列举了“某校一年级的全体学生”、“某图书馆的全部藏书”、“某工厂金工车间的所有机床”三个例子. 讲解时应突出每个例子中的对象所具有的“某种特定性质”，以及全体对象所组成的“总体”，指出每个例子中全体对象组成的“总体”都表示一个集合，每一个“对象”就是该集合中的一个元素，而“特定性质”就是判断元素是否属于集合的条件. 为了使学生更好地理解集合与元素的概念，教材又举了数、式、点、形四个方面的例子. 通过这些例子，说明集合中的元素可以是任何对象，元素的个数可以

是有限的，也可以是无限的，从而给出有限集合与无限集合的定义.

元素与集合的关系是“属于”或“不属于”的关系. 要使学生明确一个“给定集合”的含义是指这个集合中的元素是确定的，能根据集合中元素所具有的特定性质来判断哪些对象是集合的元素，哪些不是. 教材规定了自然数集、整数集、有理数集、实数集的记号，并用“+”或“-”标在这些记号的右上角来表示集合中的元素都是正数或都是负数. 这些记号在以后各章中常要用到，要求学生熟记.

2. 在讲集合的两种表示法时，要指出集合中的元素应具有互异性（不能重复出现）和无序性（不管排列的顺序）.

列举法和描述法是表示集合的两种不同方法，究竟选用哪种表示法，要看具体问题而定. 有些集合，两种表示法都可选用，但有些集合只能用其中的一种表示. 例如，集合{绝对值小于4的整数}可用列举法表示为$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$；集合$\{x|x^2-4<0, x\in Z\}$也可用列举法表示为$\{-1, 0, 1\}$；集合$\{2, 4, 6, \cdots, 2n, \cdots\}$可以用描述法表示为{正偶数}；集合$\{-2, 0, 3, 5\}$，因为其中元素所具有的特定性质不易看出，所以不宜用描述法表示；集合$\{x|x^2-5x+6<0, x\in R\}$，由于实数的稠密性无法将它的元素一一列举出来，故而不能用列举法表示. 以后对集合中元素x可取任何实数的说明，“$x\in R$”，一般可以省略不写. 为了使学生掌握这两种表示法，教师要多举例题，作明确、具体的讲解，并给学生多作练习.

在讲述教材p.5的例1、例2、例3时，指出可以用数

轴上的点 x 所组成的点集来表示数集，而用直角坐标平面内的点 (x, y) 所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合．特别要区别清楚图形上哪些点属于给定的点集，哪些点不属于给定的点集．属于点集的点用实心点表示，不属于点集的点用空心点表示．同时，也要求学生区别清楚包含在点集内的曲线段用实线表示，不包含在点集内的曲线段用虚线表示．

3．集合 $\{a\}$ 与单个元素 a 是两个不同的概念，其中 $\{a\}$ 是只含有一个元素 a 的集合，而 a 只是一个元素．集合 $\{0\}$ 与空集 $\varnothing$ 也是两个不同的概念，其中 $\{0\}$ 是含有一个元素"0"的集合，而 $\varnothing$ 是不含有任何元素的集合．注意不要把空集 $\varnothing$ 错误地写成 $\{\varnothing\}$．为了使学生对单元素集与空集有正确的理解，可列举以下例子：

$\{x|x+1=0\}$ 是单元素集 $\{-1\}$；$\{x|x+1=1\}$ 是单元素集 $\{0\}$；$\{x|x^2+1=0\}$ 是空集 $\varnothing$．

4．要正确阐述子集的概念．"集合 A 是集合 B 的子集"的含义是"A 的任何一个元素都是 B 的元素"．也就是说，"如果 $x\in A$，必有 $x\in B$，则 A 是 B 的子集"．不宜把子集说成是由原来集合中的部分元素所组成的集合．因为对于一个非空集合 B，根据子集的定义可以得出 B 是它本身的子集，即 $B\subseteq B$，这时 B 包含了 B 的全部元素而不是部分元素．教材还规定了空集 $\varnothing$ 可以看成是任何集合 B 的子集，这时 $\varnothing$ 不含有 B 的任何元素．告诉学生，对于集合 A、B、C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则可推得 $A\subseteq C$．例如，整数集 Z 是有理数集 Q 的子集，而有理数集 Q 又是实数集 R 的子集，显然，整数集 Z 是实数集 R 的子集，即 $Z\subseteq Q\subseteq R$．

如果 A 是 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称 A 是 B 的真子集．注意，空集是任何非空集合的真子集，而不是任何集合的真子集．根据真子集的定义，可以推得 $Z \subset Q \subset R$．

为了直观形象地说明集合与集合之间的包含关系，教材介绍了文氏图．教材 p.8 的图 1-4 表示了集合 A 是集合 B 的子集，更恰当地说，它表示了集合 A 是集合 B 的真子集．

教材是用 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 来定义 $A = B$ 的．$A \subseteq B$ 表示 A 的元素都是 B 的元素，$B \subseteq A$ 表示 B 的元素都是 A 的元素，$A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 表示集合 A 与集合 B 的元素完全相同，然后给出 $A = B$ 的定义．这样讲解有助于学生理解两个集合相等的含义．要使学生清楚地识别 $A \subset B$、$A = B$、$A \subseteq B$ 三个记号的含义．$A \subseteq B$ 包括 $A \subset B$ 和 $A = B$ 两种情况，其中必有一种且只有一种成立．要使学生能正确使用记号“$\in$”与“$\subseteq$（或 $\subset$）”．“$\in$”用在元素与集合之间，表示从属关系；“$\subseteq$（或 $\subset$）”用在集合与集合之间，表示包含关系．

§1-2 集合的运算

这一节里，教材给出了并集、交集、差集、补集的定义，并且介绍了它们的运算律．在教学中，重点应放在这几种集合运算的定义的讲解上，对于运算律，只要学生对它们有一般的了解，不要作过多的论证．

1．在讲两个集合的并集时，要讲清定义中“或”字的意义．“$x \in A$ 或 $x \in B$”这一条件包括三种情况：

(1) $x \in A$ 但 $x \notin B$，即教材p.12 图 1-6 前三个图中阴

影（1）的情况；

（2）$x\in B$ 但 $x\notin A$，即图 1-6 前两个图中阴影（2）的情况；

（3）$x\in A$ 且 $x\in B$，表示 x 既属于 A，同时属于 B，即图 1-6（1）、（3）、（4）各图中阴影(3)的情况．

由并集的定义，参看教材图 1-6，可以推得 A 与 B 都是 $A\cup B$ 的子集，即 $A\subseteq A\cup B, B\subseteq A\cup B$．显然，如果 $x\in A\cup B$，则 $x\in A$ 或 $x\in B$．同样，还可推得 $A\cup A=A$； $A\cup\varnothing=A$；$A\cup B=B\cup A$．

教材 p.13 的例 2 不但说明了如何根据并集的定义作三个集合的并运算，同时也可直观地看出并运算是满足结合律的，即 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$．为了说明这条运算律的一般性，教材用文氏图作了验证．

2．在讲两个集合的交集时，要讲清定义中“且”字的意义．“$x\in A$ 且 $x\in B$”这一条件说明“元素 x 既属于集合 A，同时也属于集合 B，也就是 $A\cap B$ 的任一元素 x 都是 A 与 B 的公共元素．教材 p.15 的例 3、例 4、例 5 说明了如何作两个集合交的运算．讲解这些例子时要紧扣“且”字．在例 3 中，把 $A\cap B$ 先写成 $\{x|x>-3$ 且 $x<3\}$，然后在数轴上作出对应的点集，得出运算结果：$\{x|-3<x<3\}$．在例 4 中，把 $A\cap B$ 先写成{既是矩形且是菱形}，然后得出运算结果：{正方形}.在例 5 中，把 $A\cap B$ 先写成{既是正偶数且是正奇数}，再得出运算结果为空集 $\varnothing$．这样讲解，可以使学生更好地理解“且”字的意义．

由交集的定义，参看教材图 1-8，可以推得以下的关系：

$A\cap B\subseteq A$；$A\cap B\subseteq B$；特别地，$A\cap A=A$；$A\cap\varnothing=\varnothing$.

交集与并集这两个概念很容易混淆，教师讲完交集以后，可把它与并集作一对比如下表：

在讲交集运算满足交换律、结合律时，随时与并集的相应运算律进行比较．教材 p.16 的例 6 不但说明了如何作三个集合的交运算，而且由此得出交运算也是满足结合律的一般结论．讲解教材 p.16 例 7 时，要先复习绝对值不等式$|x|<a$及$|x|>a$的解法，然后指出：当$x-2\geqslant 0$时，$|x-2|=x-2$；当$x-2<0$时，$|x-2|=-(x-2)$．从而不等式$|x-2|<1$的解集为

$$\begin{aligned}&\{x|x-2<1\text{ 且 }x-2\geqslant 0\}\cup\{x|x-2>-1\text{且 }x-2<0\}\\&=\{x|x<3\text{ 且 }x\geqslant 2\}\cup\{x|x>1\text{ 且 }x<2\}\\&=\{x|2\leqslant x<3\}\cup\{x|1<x<2\}.\end{aligned}$$

设$A=\{x|2\leqslant x<3\}$，$B=\{x|1<x<2\}$，在数轴上分别作出A，B所对应的点集（图 1-1），从而得出不等式$|x-2|<1$的解集为$A\cup B=\{x|1<x<3\}$.

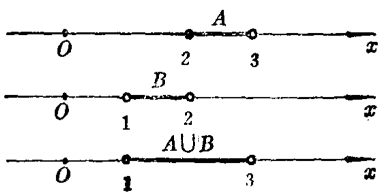
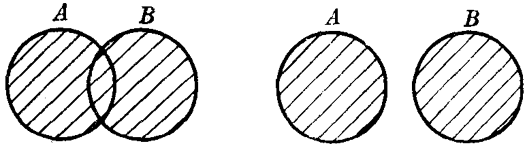
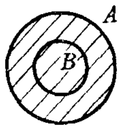
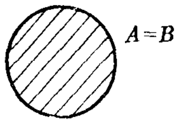
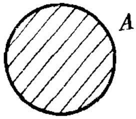
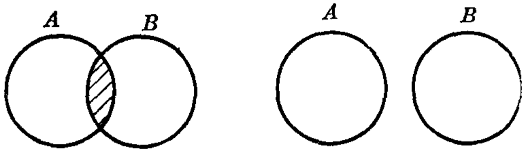
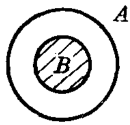
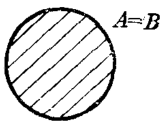
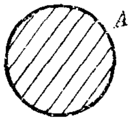


图 1-1

教材对并、交运算的两个分配律，其中之一用文氏图作了直观的验证．教材 p.16～p.17 的例 9、例 10 是这两个分配律的具体应用.

集　合　运　算	元素与集合的关系
$A\cup B$	$x\in A$ 或 $x\in B$
$A\cap B$	$x\in A$ 且 $x\in B$

示　　意　　图	集合之间的关系
	$A\cup B\supset A$, $A\cup B\supset B$
	$A\cup B\supseteq A$, $A\cup B\supset B$
	$A\cup B=A$, $A\cup B=B$
	$A\cup A=A$, $A\cup\varnothing=A$
	$A\cap B\subset A$, $A\cap B\subset B$
	$A\cap B\subset A$, $A\cap B\subseteq B$
	$A\cap B=A$, $A\cap B=B$
	$A\cap A=A$, $A\cap\varnothing=\varnothing$