代数复习总表

吴明辉　锦　熙　编

代数复习总表

吴明辉　锦　熙　编

上海科学技术出版社出版

（上海瑞金二路450号）

新华书店上海发行所发行　上海群众印刷厂印刷

开本 787×1092　1/32　印张 1　字数 22,000

1985年10月第1版　1985年10月第1次印刷

印数：1—417,000

书号：13119·1287　　定价：0.21元

出 版 说 明

供中学生高中毕业总复习时参考的一套“中学数理化生复习一览图(对开)”出版后受到中学师生欢迎。为了便于读者个人携带和阅读，我们在“一览图”出版的基础上重新组织编写了这套“中学数理化生复习总表(32开本)”，共九册(每册32页)，书名如下。我们希望这套“复习总表”能在读者复习迎考中起穿针引线，提纲挈领的作用。

代数复习总表
平面几何复习总表
平面三角复习总表
立体几何复习总表
平面解析几何复习总表
物理复习总表
化学复习总表
生物复习总表
生理卫生复习总表

- 代数
  - A 数 (2)
    - 数的分类(2)
    - 实数(2)
    - 复数(4)
  - B 式 (6)
    - 代数式(6)
      - 单项式和多项式(6)
      - 整式运算(6)
      - 因式分解(7)
      - 分式与根式(8)
    - 指数式与对数式(9)
  - C 方程 (10)
  - D 不等式 (14)
  - E 函数 (18)
    - 集合 (18)
    - 映射 (19)
    - 函数 (20)
  - F 数列 (23)
  - G 排列组合 (26)
  - H 二项式定理 (28)
  - I 数学归纳法 (29)
  - J 例题 (30)

A. 数

1. 数的分类

- 复数 $a+bi$
  - 实数（$a+bi$，当 $b=0$ 时）
    - 有理数（分数）
      - 正有理数
      - 零
      - 负有理数
      - （正有理数、零、负有理数）循环小数（包括整数、有限小数）
    - 无理数
      - 正无理数
      - 负无理数
      - （正无理数、负无理数）无限不循环小数
    - （循环小数与无限不循环小数合称）小数
  - 虚数（$a+bi$，当 $b\neq0$ 时）
    - 纯虚数（$a+bi$，当 $a=0$，且 $b\neq0$ 时）
    - 非纯虚数（$a+bi$，当 $a\neq0$，且 $b\neq0$ 时）

注：a，b 均为实数

2. 实　　数

(1) 实数的性质

顺　序　性	实数无最大、最小数，任意两个数可按顺序比大小
连　续　性	规定了正方向、原点和单位长度的直线叫数轴；实数与数轴上的点建立了一一对应的关系；所有实数点充满了数轴，不留任何空隙
稠　密　性	对于任意两个实数 a，b $(a<b)$，总存在实数 c 使 $a<c<b$
实数的运算	在实数范围内可施行：加、减、乘、除（除数不为零）及乘方运算，在方根存在时，可施行开方运算；任何实数的平方都是非负数

(2) 实数的绝对值

几何意义	表示这个实数在数轴上所对应的点离开原点的距离
代数性质	$\lvert a\rvert=\begin{cases}a & (a\geqslant0)\\-a & (a<0)\end{cases}$ $\lvert ab\rvert=\lvert a\rvert\cdot\lvert b\rvert$，$\left\lvert\dfrac{a}{b}\right\rvert=\dfrac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}(b\neq0)$

(3) 方根（n 为正整数）

方　根	若 $x^n=a$，则称 x 为 a 的 n 次方根
算术根	正数 a 的正的方根叫算术根，0 的算术根是 0
如果 $x^{2n+1}=a$，则 $x=\sqrt[2n+1]{a}$； 如果 $x^{2n}=a$，则 $x=\pm\sqrt[2n]{a}$	

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(4) 实数的基本运算法则

运算定律	(1) 交换律 $a+b=b+a$, $ab=ba$ (2) 结合律 $a+(b+c)=(a+b)+c$, $a(bc)=(ab)c$ (3) 分配律 $a(b+c)=ab+ac$
符号法则	(1) 两正数之和仍为正数；两负数之和仍为负数； 异号两数之和，取绝对值较大数的符号 (2) 两数相乘 $\begin{cases}\text{同号得正}\\\text{异号得负}\end{cases}$ (3) 负数的偶次幂得正数，负数的奇次幂得负数

【"0" 与 "1" 的作用】

(1) 0 不是正数，也不是负数；1 不是质数，也不是合数

(2) $a\pm 0=a$, $a\cdot 0=0$, $a\cdot 1=a$

(3) 如 $a\cdot b=0$, 则 a 和 b 中必有一个为 0, 或者均为 0

$$a^2+b^2=0 \longleftrightarrow a=b=0$$

$$a\text{ 与 }b\text{ 互为相反数} \longleftrightarrow a+b=0$$

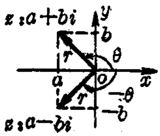
(4) 如 $a\cdot b=1$, 则两者为倒数关系 $a=\frac{1}{b}$

(5) $\frac{a}{0}$ 无意义, $a^0=1\ (a\neq 0)$

科学计数法	$a\times 10^n$, 其中 $1\leqslant a<10$, n 为整数 如 $0.001165=1.165\times 10^{-3}$		
近似值	裁取法	如 0.67045 精确到 0.001	有效数字
	四舍五入法	$0.67045\approx 6.70\times 10^{-1}$	6, 7, 0

3. 复　数

(1) 复数的概念

定　义	设 a, b 为实数，则称 $z=a+bi$ 为复数 式中 i 为虚数单位，a 为 z 的实部，b 为 z 的虚部
虚数单位 i 的性质	$i^1=i,\quad i^2=-1,\quad i^3=-i,\quad i^4=1$ 一般 $i^{4n+1}=i,\ i^{4n+2}=-1,\ i^{4n+3}=-i,\quad i^{4n}=1$　$(n\in N)$
复数的相等	$a+bi=c+di \Longleftrightarrow a=c$ 且 $b=d$ 如 $a+bi=0 \Longleftrightarrow a=0$ 且 $b=0$　$(a, b, c, d$ 为实数$)$
复数的几何意义	 实轴：x 轴（包括 O） 虚轴：y 轴（不包括 O） 复数 z 的模 $\|z\|=r=\sqrt{a^2+b^2}$ $\mathrm{tg}\,\theta=\frac{b}{a}\quad(a\neq 0)$ 辐角　$\theta=2n\pi+\arg z\quad(n\in Z)$ 主值　$0\leqslant\arg z<2\pi$
共轭复数 (z 和 $\bar{z}$)	设 $z=a+bi$ 则 $\bar{z}=a-bi$ 为 z 的共轭复数， $z+\bar{z}=2a,\quad z\cdot\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=\|z\|^2,$ $\bar{\bar{z}}=z,\quad \overline{z_1\cdot z_2}=\bar{z}_1\cdot\bar{z}_2,\quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

(2) 复数的三种常见形式

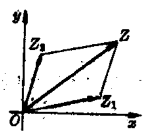
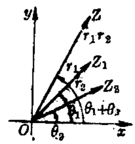
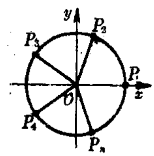
代数形式	$z=x+yi,\quad x, y$ 为实数
三角形式	$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$, 式中　$r=\sqrt{x^2+y^2},\quad \mathrm{tg}\,\theta=y/x$
指数形式	$z=re^{i\theta}$, 式中 r, θ 的意义同三角形式，e 为自然对数的底数

(3) 复数运算

① 运算公式

	代数式 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di$	三角式 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$	指数式 $z_1=r_1e^{i\theta_1}$，$z_2=r_2e^{i\theta_2}$
加减法	$z_1\pm z_2=(a+bi)\pm(c+di)$ $=(a\pm c)+(b\pm d)i$	$z_1\pm z_2=(r_1\cos\theta_1\pm r_2\cos\theta_2)$ $+(r_1\sin\theta_1\pm r_2\sin\theta_2)i$	
乘除法	$z_1z_2=(ac-bd)+(ad+bc)i$，$\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ $(c^2+d^2\neq0)$	$z_1z_2=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)$ $+i\sin(\theta_1+\theta_2)]$ $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)$ $+i\sin(\theta_1-\theta_2)]$	$z_1z_2=r_1r_2e^{i(\theta_1+\theta_2)}$，$\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{r_1}{r_2}e^{i(\theta_1-\theta_2)}$
乘方	$z_1^n=(a+bi)^n$ $=a^n+c_n^1a^{n-1}bi+\cdots$ $+c_n^n(bi)^n$	$z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$ （棣莫佛定理）	$z^n=r^ne^{in\theta}$
开方	如：求 $a+bi$ 的平方根，设 $(x+yi)^2=a+bi$ $\Rightarrow\begin{cases}x^2-y^2=a\\2xy=b\end{cases}$ 求出 x,y	$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r}(\cos\phi+i\sin\phi)$，$\phi=\dfrac{\theta+2k\pi}{n}$，$(k=0,1,2,\cdots,n-1)$	

② 几何意义

加减法	乘除法	开方
		
$Z=Z_1+Z_2$ $Z_1=Z-Z_2$	$Z=Z_1\cdot Z_2$，$Z_1=\dfrac{Z}{Z_2}$	Z 的 n 个方根对应于 $P_1,P_2,\cdots,P_n$，这 n 个点均匀分布在以 O 为圆心，$\sqrt[n]{r}$ 为半径的圆上

B. 式

1. 代　数　式

(1) 基本概念

定　　　义	分　　　类
用运算(指加、减、乘、除、乘方、开方)符号把数或表示数的字母连接而成的式子	代数式$\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$

(2) 单项式和多项式

<table>
<tr><td>单项式</td><td colspan="3">定义：没有加、减运算的整式叫单项式</td></tr>
<tr><td rowspan="5">多项式</td><td>定义</td><td colspan="2">几个单项式的代数和叫多项式</td></tr>
<tr><td rowspan="2">一元 n 次多项式的一般形式</td><td rowspan="2">$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$ $(a_0\neq 0, n\in\mathrm{N})$</td><td>零次多项式 $f(x)=a_n$ $(a_n\neq 0)$</td></tr>
<tr><td>零多项式 $f(x)=0$</td></tr>
<tr><td>多项式恒等定理</td><td colspan="2">若 $a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n\equiv b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n$,
则 $a_i=b_i$ $(a_i, b_i\in\mathrm{R}, i=0, 1, \cdots, n)$</td></tr>
<tr><td>待定系数法</td><td colspan="2">如：设 $3x^2-2x-4\equiv A(x+1)^2+B(x+1)+C$
$\Longleftrightarrow 3x^2-2x-4\equiv Ax^2+(2A+B)x+(A+B+C)$
$\Longleftrightarrow\begin{cases}A=3,\\2A+B=-2,\\A+B+C=-4\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}A=3,\\B=-8,\\C=1\end{cases}$</td></tr>
</table>

(3) 整式运算

<table>
<tr><td>乘法公式</td><td colspan="2">$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(bc+ad)x+bd$
$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$, $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$
$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$, $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$
$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)=a^3+b^3+c^3-3abc$</td></tr>
<tr><td>除　法</td><td>$f(x)\div g(x)$
$f(x)=g(x)\cdot q(x)+r(x)$
$r(x)$ 的次数低于 $g(x)$
或 $r(x)=0$</td><td>余数定理：多项式 $f(x)$ 除以 $(x-b)$ 所得余数 $=f(b)$
因式定理：多项式 $f(x)$ 有一个因式 $(x-b)$ $\Longleftrightarrow f(b)=0$</td></tr>
</table>

(4) 因式分解

定义	把一个多项式化为几个整式的积的形式叫做多项式的因式分解
基本方法	(1) 提取公因式法　如：$8x^2-4x^3=4x^2(2-x)$
	(2) 乘法公式法　如：$9x^4-(y^2+z^2)^2=(3x^2+y^2+z^2)(3x^2-y^2-z^2)$
	(3) 分组分解法(有时需添、拆项分组) 如：$xy+ax+by+ab=x(y+a)+b(y+a)$ $=(y+a)(x+b)$
	(4) 十字相乘法只适用于 $a\cdot f^2(x)+b\cdot f(x)+c$ 的分解 如：$4x^4-13x^2+9=4(x^2)^2-13(x^2)+9$ $=(x^2-1)(4x^2-9)=(x+1)(x-1)(2x+3)(2x-3)$
	(5) 求根公式法　若：$af^2(x)+bf(x)+c=0$ 的两根是 x_1 与 x_2 则　$af^2(x)+bf(x)+c=a[f(x)-x_1][f(x)-x_2]$
	(6) 配方法　如：$x^4+x^2y^2+y^4=(x^4+2x^2y^2+y^4)-x^2y^2$ $=(x^2+y^2)^2-x^2y^2=(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
分解步骤	(1) 若有公因式先提取 (2) 若没有公因式，看能不能应用乘法公式进行分解 (3) 如果是二次三项式，可用十字相乘法，求根公式法或配方法分解 (4) 如果应用上述方法都不能分解，就适当变形，再应用上述方法
几点注意	(1) 因式分解与指定的数集范围有关 如：$x^4-4=(x^2+2)(x^2-2)$　在有理数集 $x^4-4=(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$　在实数集 $x^4-4=(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$　在复数集
	(2) 在指定的数集范围内分解因式时，一定要分解到不能再分解为止
	(3) 在分解之后，如有相同因式，要写成幂的形式，并且各个因式要化简

(5) 分式与根式

		分　　式	根　　式
基本概念		分母里含有字母的有理式叫分式 约分：把一个分式的分子、分母的公因式约去叫做约分 通分：把异分母的分式化成和原来的分式分别相等的同分母分式叫做通分	根号内含有字母的代数式叫根式 最简根式：符合下列三个条件的根式是最简根式，(1) 被开方数的指数和根指数互质，(2) 被开方数的每一因式的指数小于根指数，(3) 被开方数不含分母 同类根式：根指数和被开方数相同的根式 同次根式：根指数相同的根式
基本性质		$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot m}{b\cdot m}$ $\frac{a}{b}=\frac{a\div m}{b\div m}\quad(m\neq0)$	(1) $(\sqrt[n]{a})^n=\sqrt[n]{a^n}=a\quad(a\geqslant0)$ (2) $\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a & (n\text{ 为奇数})\\ \lvert a\rvert & (n\text{ 为偶数})\end{cases}$ (3) $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}\quad(a\geqslant0)$ $(m,\ n,\ p\in\mathrm{N},\ 且\ p,\ n>1)$
运算	加减法	$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}=\frac{a\pm c}{b},\ \frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}$	把各根式化成最简根式，合并同类根式 $a\sqrt{b}+c\sqrt{b}=(a+c)\sqrt{b}$
	乘法	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}\quad(a\geqslant0,\ b\geqslant0)$
	除法	$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\quad(a\geqslant0,\ b>0)$
算	乘方	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad(n\in\mathrm{N})$	$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}\quad(a\geqslant0)$
	开方	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\ (a\geqslant0,b>0,n\in\mathrm{N})$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}\quad(a\geqslant0)$
其他		比例的性质：若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则 $ad=bc,\ \frac{b}{a}=\frac{d}{c},\ \frac{a}{c}=\frac{b}{d},\ \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ $\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d},\ \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d},$ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\Rightarrow\frac{a+c+e+\cdots}{b+d+f+\cdots}=\frac{a}{b}$ $(b+d+f+\cdots\neq0)$	分母有理化：例如 $\frac{a}{\sqrt[n]{b}}=\frac{a}{b}\cdot\sqrt[n]{b^{n-1}}\quad(b>0)$ $\frac{A}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}=\frac{A}{a-b}\quad(\sqrt{a}\mp\sqrt{b})$ $\frac{A}{\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}}=\frac{A}{a\pm b}(\sqrt[3]{a^2}\mp\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

2．指数式与对数式

(1) 指数式 $a^b=N$ $(a>0)$

定义	(1) 正整数指数幂：$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n\text{个}}$ $(n\in N)$ (2) 零指数幂：$a^0=1$ $(a\neq 0)$ (3) 负整数指数幂：$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$ $(n\in N,\ a\neq 0)$ (4) 分数指数幂：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ $(a\geqslant 0;\ m,\ n\in N$ 且 $n>1)$ $a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ $(a>0;\ m,\ n\in N$ 且 $n>1)$
运算法则	$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ $(a^m)^n=a^{mn}$ $(a>0;\ b>0;\ m,\ n\in R)$ $(ab)^n=a^n b^n$

(2) 对数式 $\log_a N=b$ $(a>0,\ a\neq 1,\ N>0)$

定义	如 $a^b=N$ $(a>0,\ a\neq 1)$，则 b 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $\log_a N=b$	
基本性质	(1) 零和负数无对数 (2) $\log_a a=1$ (3) $\log_a 1=0$	对数恒等式 $a^{\log_a N}=N$
运算法则	(1) $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$ (2) $\log_a\left(\dfrac{M}{N}\right)=\log_a M-\log_a N$ (3) $\log_a M^n=n\cdot\log_a M$ (4) $\log_a \sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M$ （其中 $a>0,\ a\neq 1,\ M,\ N>0$）	
换底公式	$\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}$　推论1　$\log_a N\cdot\log_N a=1$ 推论2　$\log_{a^p} N^q=\dfrac{q}{p}\cdot\log_a N$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1,\ N>0,\ p,\ q\in R)$	
常用的对数	自然对数 $(a=e)$	$\ln N$
	常用对数 $(a=10)$	$\lg N$
	首数和尾数	(1) $\lg 10^n=n$ (2) 若 $1\leqslant a<10$，则 $0\leqslant \lg a<1$ (3) 若 $N=a\times 10^n$ $(1\leqslant a<10,\ n\in Z)$ 则 $\lg N=n$（首数）$+\lg a$（尾数）

C. 方　程

1. 基本概念

方程	含有未知数的等式叫做方程，使方程两边相等的未知数的值叫做方程的解
同解方程	如果方程甲的所有解都是方程乙的解；反之，方程乙的所有解也都是方程甲的解，此二方程称同解方程
同解定理	(1) 方程的两端都加上或减去同一整式，所得的方程与原方程同解 (2) 方程的两端都乘以或除以不等于零的同一个数，所得方程与原方程同解
方程的分类（按其解析式）	$方程\begin{cases}代数方程\begin{cases}有理方程\begin{cases}整式方程\\ 分式方程\end{cases}\\ 无理方程\end{cases}\\ 超越方程：指数方程、对数方程、三角方程\end{cases}$
解方程的基本方法	高次方程 $\xrightarrow{\text{降次}}$ 一、二次方程，　分式方程 $\xrightarrow{\text{去分母}}$ 整式方程 无理方程 $\xrightarrow{\text{去根号}}$ 有理方程，　简单的超越方程 $\xrightarrow{\text{变形}}$ 代数方程

2. 方程的增根和失根

	产　生　原　因	检　验　方　法
增根	(1) 方程的两边都加上同一个含有未知数的分式或者根式 (2) 方程的两边都乘以同一个含有未知数的整式 (3) 方程的两边都平方 一般地说，由于方程的变形，使未知数允许值的范围扩大	(1) 使分式或者根式没有意义的未知数的值是增根，应该舍去 (2) 使所乘的整式等于零的未知数的值是增根，应该舍去 (3) 把解出的根代入原方程验算，不适合的应该舍去 一般地说，解出的未知数的值不在原方程未知数允许值范围内的，都是增根，应该舍去
失根	(1) 方程的两边都除以同一个含有未知数的整式 (2) 方程的两边都开平方后只取算术根 一般地说，由于方程的变形，可能使未知数允许值范围缩小	(1) 使所除以的整式等于零的未知数的值代入原方程验算，适合的应作为原方程的根 (2) 检验开平方后所取的根是不是被开方数的平方根 一般地说，先注意方程变形的方法，找出使未知数允许值范围缩小的原因

3. 各类方程(组)的一般解法

类　　型	解　　法	解(根)与函数图象的关系
一元一次方程 $ax=b\ (a\neq 0)$	$x=\frac{b}{a}$ 解的讨论 当 $a\neq 0$ 时，有唯一解 $x=\frac{b}{a}$ 当 $a=0,\ b\neq 0$ 时，无解 当 $a=b=0$ 时，有无穷多个解	方程的解，即根，是直线 $y=ax-b$ 与 x 轴的交点的横坐标值
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 判别式 $\Delta=b^2-4ac$	(1) 因式分解法 用因式分解法将方程变形，左端成为两个一次因式的积、右端为零的形式再求解 (2) 配方法 将方程变形配成完全平方，然后取平方根变成易解的一元一次方程来解 (3) 求根公式法 $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 解的讨论： $\Delta>0$ 时，有不等二实根 $\Delta=0$ 时，有相等二实根 $\Delta<0$ 时，有二共轭复根 根和系数的关系 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-b}{a},\\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{cases}$ (韦达定理)	方程的解，即根，是曲线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点的横坐标值 (当 $\Delta\geqslant 0$ 时)
二元一次线性方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$	(1) 代入消元法 (2) 加减消元法 (3) 行列式法	方程组的解是直线 $a_1x+b_1y=c_1$ 和 $a_2x+b_2y=c_2$ 交点的坐标值
三元一次线性方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2\\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3\end{cases}$	(1) 一般方法：先设法消去一个未知数，得出一个二元一次方程组，再用解二元一次方程组的方法解出两个未知数的值，最后代入求出第三个未知数 (2) 行列式法	

类型		解法
分式方程		(1) 通过换元法或去分母化为整式方程 (2) 解这个整式方程 (3) 把解代入公分母，使公分母为零的根舍去
无理方程		(1) 通过换元或去根号化为整式方程 (2) 解这个整式方程 (3) 把解代入原方程，舍去不适合的
双二次方程 $au^{2n}+bu^n+c=0$ (a, n 都 $\neq 0$)		(1) 令 $y=u^n$，得 $ay^2+by+c=0$，求出 y (2) 再把 y 代入所令的式子，求出 u
指数方程	$a^{f(x)}=a^{\phi(x)}$ $(a>0,\ a\neq 1)$	化为 $f(x)=\phi(x)$，再求解
	$a^{f(x)}=b$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$	两边取对数化为 $f(x)=\log_a b$ 再求解
	$a^{f(x)}=b^{\phi(x)}$ $(a>0,\ a\neq 1,$ $b>0,\ b\neq 1)$	两边取对数化为 $f(x)\cdot\log_c a=\phi(x)\log_c b\quad(c>0,\ c\neq 1)$ 再求解
	$f(a^x)=0$ $(a>0,\ a\neq 1)$	令 $y=a^x$ 再通过 $f(y)=0$ 来求解
	底数里也含有未知数的指数方程	通过两边取同底对数来解；这类方程必须对解得的结果进行检验

(续上表)

类型		解法
对数方程	$\log_a f(x)=\log_a \phi(x)$ $(a>0,\ a\neq1)$	化为 $f(x)=\phi(x)$ 求解，注意：求出的解要满足 $f(x)>0,\ \phi(x)>0$
	$\log_a f(x)=b$ $(a>0,\ a\neq1)$	化为 $f(x)=a^b$ 再求解，且要满足 $f(x)>0$
	$f(\log_a x)=0$ $(a>0,\ a\neq1)$	令 $y=\log_a x$，再通过 $f(y)=0$ 来求解
	不同底数的指数方程	可以通过换底公式，化为同底再来求解
	底数里含有未知数的对数方程	可以通过换底公式，化为常数为底的对数方程，再求解
含有绝对值的方程		(1) 根据绝对值的概念，分区间讨论化去绝对值符号； (2) 再解不含绝对值的方程
特殊的高次方程		(1) 通过因式分解，换元或复数开 n 次方降为一次或二次方程； (2) 再解这一次或二次方程

注：把对数方程化为代数方程时，常扩大了未知数的允许范围，故需对解得结果进行检验

4. 几个重要定理

代数基本定理	在复数集内，一元 n 次方程至少有一个根
根的个数定理	在复数集内，一元 n 次方程有 n 个根，并且只有 n 个根
虚数成对定理	如果虚数 $a+bi$ 是实系数一元 n 次方程的根，那么它的共轭虚数 $a-bi$ 也是这个方程的根

D. 不 等 式

1. 基 本 概 念

(1) 不等式

定义	表示一边大于(小于)另一边的关系的式子叫不等式		
基本关系	(1) $a-b>0\Longleftrightarrow a>b$ (2) $a-b=0\Longleftrightarrow a=b$ (3) $a-b<0\Longleftrightarrow a<b$	基本性质	(1) $a>b\Longleftrightarrow b<a$ (对称性) (2) $a>b,\ b>c\Rightarrow a>c$ (传递性) (3) $a>b\Rightarrow a+c>b+c$ (4) $a>b,\ c>0\Rightarrow ac>bc$ (5) $a>b,\ c<0\Rightarrow ac<bc$

【不等式的其他性质】

(1) $a>b,\ c>d\Rightarrow a+c>b+d$

(2) $a>b,\ c<d\Rightarrow a-c>b-d$

(3) $a>b>0,\ c>d>0\Rightarrow ac>bd$

(4) $a>b>0,\ 0<c<d\Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$

(5) $a>b>0\ \Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

(6) $a>b>0\ \Rightarrow a^n>b^n$ ($n\in N$, 且 $n>1$)

(7) $a>b>0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

(2) 常用基本不等式

(1) $a^2\geqslant 0$	(5) $a^3+b^3+c^3\geqslant 3abc$ ($a,\ b,\ c\in R^+$)
(2) $a^2+b^2\geqslant 2ab$	
(3) $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ ($a,\ b\in R^+$)	(6) $\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$ ($a,\ b,\ c\in R^+$)
(4) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$ ($a,\ b$ 同号)	
注：当且仅当 $a=b$ 时，取“=”号	注：当且仅当 $a=b=c$ 时，取“=”号

注：以上(3)，(6)两式还可推广到 n 个正数的情况

(3) 绝对值不等式的性质

(1) $\lvert a\rvert\geqslant 0$	(4) $\lvert a-b\rvert\geqslant\lvert a\rvert-\lvert b\rvert$ $\lvert a-b\rvert\leqslant\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$
(2) $\lvert a\rvert\geqslant a$	
(3) $\lvert a+b\rvert\leqslant\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$ $\lvert a+b\rvert\geqslant\lvert a\rvert-\lvert b\rvert$	(5) $\lvert a\rvert\leqslant k\Longleftrightarrow -k\leqslant a\leqslant k$ (6) $\lvert a\rvert\geqslant k\Longleftrightarrow a\leqslant -k$ 或 $a\geqslant k$ $(k>0)$

注：(3)的推广 $\lvert a_1+a_2+\cdots+a_n\rvert\leqslant\lvert a_1\rvert+\lvert a_2\rvert+\cdots+\lvert a_n\rvert$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com