

典型群·随机过程·数学教育

严士健文集

YAN
SHIJIAN
WENJI



北京师范大学出版社



严士健文集

典型群 · 随机过程 · 数学教育



北京师范大学出版社

2005·北京

图书在版编目 (CIP) 数据

典型群·随机过程·数学教育 / 严士健著. —北京:
北京师范大学出版社, 2005
(当代数学家文库)
ISBN 7-303-07492-9

I. 典... II. 严... III. ①典型群②随机过程③数
学教学 IV. ①0152.5②021.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 031565 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街 19 号 邮政编码: 100875)

<http://www.bnup.com.cn>

出版人: 赖德胜

北京新丰印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本: 155 mm × 235 mm 印张: 34.25 字数: 465 千字

2005 年 10 月第 1 版 2005 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1 ~ 2 000 册 定价: 56.00 元



▲ 2004年1月于严士健家中合影。[左起：陈木法、柳藩、严士健、唐守正]

▼ 2002年9月，“世纪春雨”晚会演播前合影于中央电视台演播大厅旁。[左起：陈木法、严士健、王风雨]





◀ 1988年5月，参观加拿大国家博物馆时合影。
[左起：郑小谷、Dawson (Carleton University)、严士健、Perkins (University of British Columbia)]

▼ 1999年，概率统计两岸会会后于北京师范大学科技楼前合影。[左起：黄启瑞、姜祖恕、刘秀芳、严士健、周云雄、吴黎明、陈木法、张余辉]





▲ 1995 年底，在天竺苑召开国务院学位委员会数学学科评议组会议，王仁宏为全体与会者合影。[左起：于崇华（秘书）、史树中、严绍宗、李岳生、张恭庆、陈翰馥、伍卓群、陈天权、谷超豪、严士健、齐民友、杨乐、姜伯驹、李大潜、仇庆久、刘应明、石钟慈、李忠]

▼ 1996 年，天元数学基金（国务院特设）第二届学术领导小组海南会议留影。坐中间位置的为严士健，他的左边为马志明，右边为刘应明；吴文俊（组长）在右边照了一个侧面，左边照的侧面依次是姜伯驹、李大潜等。





▲ 2004年7月，北师大版高中数学教材部分编写人员合影。[左起：张怡慈、李延林、严士健、王建波、王尚志、张思明、吕建生、任志喻]



► 2004年6月，全家福。

序 言

作为严士健老师的学生，我们非常荣幸地能为严老师的这部文集写几句话。浏览一下文集中的作品，不禁回想起严老师带领我们顽强拼搏的艰难岁月，再一次感受到严老师为培养我们所付出的辛勤劳动和巨大心血。乘此机会，衷心地感激严老师的培养之恩。

严老师 1929 年 4 月 1 日出生于湖北麻城，1952 年毕业于北京师范大学并留校任教，分别于 1961 年和 1978 年晋升为副教授和教授，并被评为首批博士生导师。从 1982 年起，他先后担任北京师范大学数学系主任，数学与数学教育研究所所长，中国概率统计学会理事长和中国数学会副理事长，国务院学位委员会第一、二、三届数学评议组成员，国家教委普通高校理科数学及力学教学指导委员会副主任等职。他在数论、代数、概率论和数学教育等方面的科研和教学工作中都作出了重要贡献。严老师曾获首届国家级教学优秀成果奖、曾宪梓教育基金会 1993 年高等师范院校教师奖一等奖、北京市劳动模范等多项奖励。以下分三部分来介绍严老师的主要业绩。

一、科研工作的四个阶段

严老师的科学研究工作可以大体上分成四个阶段，每一个阶段都有相对独立的研究主题。这部文集就是依照这四个阶段的时间顺序编排的。严老师的这些论文涉及的论题广泛：从数学研究的前沿课题，到研究生培养，再到大、中、小学的数学教育；既包含了长期积累的宝贵经验，也反映出他艰难探索的历程。

1. 典型群（代数）

1953~1959年间，严老师师从华罗庚先生，从事环上典型群的研究工作，使用矩阵方法在国际上最早解决环上线性群和辛群的自同构问题，并使用自己的方法解决了模群的定义关系问题^[2~4,6~8]，得到华先生的高度赞赏，也得到美国 O'Meara T, Pomfret J, McDonald B R 教授的高度评价。如西方最早系统研究环上典型群的 O'Meara 教授于 1978 年访问中国作演讲时，多次提到“严教授用他的方法最早研究了环上的线性群”，并说“看来环上辛群的研究也是严最先开始的”。20 世纪 70 年代，在美国和前苏联出版的有关环上典型群的文集中，都把他的论文作为中国学派的代表作。严老师的方法后来被上述美国学者和我国的王仰贤、张海权教授等发展和深入研究。

这段经历使他形成了挑战难题的勇气。他主张在研读文献的同时，时时注意提出自己的问题并加以解决；而在面临难题的时候，要沉得住气，步步为营，争取突破。

2. 平稳过程（概率论）

这个阶段大致为 1958~1965 年。严老师服从国家发展的需要，在 1958 年作了一次大改行。他根据国家科学发展规划提出的概率论与数理统计在国民经济建设中的重要地位，多方征求数学界前辈的意见，决定在北师大创建概率统计教研室，并立志要带起一支学术队伍。他从零做起，耐心细致地克服了思想上、认识上、学术上等方面的困难，完全依靠自己的力量，培养了一批青年教师和学生，同时也逐步形成了一套好学风^[30]。这期间最突出的研究成果是他与刘秀芳在 1963 年解决了连续参数平稳随机扰动的回归系数估计问题^[12]，受到中科院应用数学所学者的多次称赞，直到 1995 年出版的文集《Statistics and its Application

in China》(陈希孺主编)依然有所反映,此项工作后来被王隼骧教授所继续.

一方面,以国家需要为己任,放弃自己所熟悉的领域,这需要艰难的牺牲精神;另一方面,闯进一个陌生的领域,这需要非凡的胆略和气质.然而,严老师获得了成功.

3. 无穷质点马氏过程(概率论)

1977年,当科学的春天到来的时候,严老师重新回到了他所心爱的数学王国.应当说,1977年的概率论,与1965年相比,已是面目全非.挑战是严峻的.面对新形势,他又一次迎难而上,做出了科研方向的大调整.既不拿起以前熟悉的课题继续做,也不跟着当时国内比较认同的方向来工作,而是根据“文革”后期自己与校内物理、化学、天文各系教师学习物理基本问题的理解,再经过一年多的调研,在国内率先选择了与统计物理交叉的新学科分支——无穷质点马尔可夫过程(亦称交互作用粒子系统)作为主攻方向.对非平衡统计物理中非线性 Master 方程(平均场)和多元 Master 方程(有限维反应扩散模型)提出了明确的概率模型.特别是从非平衡统计物理中引进一批数学模型,导致了后来称之为无穷维反应扩散过程这一大类新的马氏过程以及平均场模型的研究工作.这不仅仅是我们研究集体多年的研究主题,同时也吸引了美国、意大利、日本、德国、加拿大等国学者投入此方向的研究.还应指出,这类无穷维数学模型的研究,开发出了新的数学工具,如今已对其他数学分支产生重要影响.由此不难看出,20多年前他所做出的选择的战略意义.毫无疑问,严老师的这一决策,影响了我们许多人的命运.这是他对于我国概率论发展的一项历史性的贡献.严老师还根据国际概率论发展的趋势,提倡和支持引进一些新的概率论研究方向,如渗流、随机分形及流体动力学极限等.

在20世纪70年代末,数学与物理的重新汇合交融才刚刚起步.许多人觉得我们是在做物理而远离了数学.也许,人们现在对于学科交叉已经习以为常,但当年认识到这一点绝非易事,投身于其中更是一种冒险.记得有一位前辈曾经说过:“数学家与物理学家合作很难.数学家听物理学家的报告会觉得是胡闹,没有一步是严格的.物理学家听数学家的报告会觉得这有什么可讲的,我们早就知道了.”由此可以看出,

严老师当时的选择是多么的不易、多么富有远见。

我们研究无穷质点马氏过程的第一项基本结果是给出了一大类无穷质点马氏过程可逆或满足“细致平衡”条件的简明的判别准则^[16]。如上所述，我们研究集体多年的研究主题是无穷维反应扩散过程。这些模型最早源于我校数、理、化、天文等系的联合“量子力学讨论班”^[14~15]。然而，即使是这种较简单的有限维情形，其数学上的解答也困扰我们达5年之久，才在文[24]中得以解决。对于随后的诸多发展，特别是艰难得多的无穷维情形，见综合报告[26]。

无穷粒子系统研究受到数学界的重视和国家自然科学基金委员会的支持，作为“七五”期间数学重大项目“现代数学中若干基本问题的研究”子课题“粒子系统与随机分析”的主要内容之一。1990年，为使数学在21世纪率先赶上世界先进水平，国家设立了“数学天元基金”。“粒子系统与随机场”成为天元基金首批重点项目之一。严老师是这两个项目的负责人。最近以这个集体为主，被国家基金委评为“创新研究群体”，被教育部第二次评为国家级重点学科。这个集体在世界上也有一定影响，被国际上两个主要数学评论杂志誉为“马尔可夫过程的中国学派”。

4. 数学教育研究

从20世纪90年代开始，严老师在中国数学会教育工作委员会和国家教委高校数学力学教学指导委员会副主任的岗位上，开始研究我国的数学教育。众所周知，数学教育是影响我们每一个人、影响国家未来的大工程，责任重大。另一方面，数学教育的改革也是一个容易失足的领域（例如20世纪60年代美国的新数学运动）。然而，严老师义无反顾地全身心投入这一宏大的工程。在大量调查研究的基础上，结合新时期的形势和国家需求，批判地吸收国外的经验，提出了一系列重要观点。例如：

(1) 应该从现代数学及其应用的学科发展以及它们对现代社会的作用的高度出发，来研究我国的数学教育问题；

(2) 应该让全社会了解数学在我国现代化事业中的作用，要帮助广大群众和学生树立数学意识；

(3) 在中小学以及大学非数学专业的数学教育中，在注意数学的基

本训练基础上，应该强调数学的应用，特别是培养应用意识和创新意识；

(4) 在数学教材和教学中，要讲来龙去脉，讲思想；在培养学生的逻辑思维之外，还应强调培养学生的数学思维习惯，使他们在以后有可能将这种思维方法运用于生产、管理和工作；

(5) 应该在我们民族的文化传统之中，吸收和融入数学意识与数学思维。

他就这些观点发表了一系列文章和讲演（特别是 [35, 36, 56]），并做了大量的组织工作。在他主持的天元基金数学教育项目中支持了“理科非数学专业高等数学内容教育改革”项目；支持了大学、中学数学建模研讨班，培训了一批教师；长期支持和指导以中青年数学教育工作者为主体的“大众数学的理论与实践”研究，为我国中小学数学教育改革培养了一批骨干力量；1998 年以来，积极向《义务教育数学课程标准》的研制提建议，主持《普通高中数学课程标准》的研制，和大家讨论形成了一些新视角。

二、教材建设和人才培养

1. 教材

严老师多年担任本科和研究生的基础课教学工作，在此基础上完成了多部教材。其中，影响最大的有两部。一是，20 世纪 50 年代初与闵嗣鹤先生合写的《初等数论》，此书是长期为高校所采用的教材，分别于 1982、2003 年出版了第二、三版，至今累计印数达 30 多万册，此书还在台湾出版；二是，与王隽骧和刘秀芳合著的《概率论基础》，也是广泛采用的本科高年级和研究生基础课教材，已印刷了 3 万余册。

2. 人才培养

在 50 年代初，严老师辅导了张禾瑞先生的第一届代数研究班的几乎全部课程，帮助学员们掌握抽象代数的基本学习方法。这些学员几乎全部都成了解放后新建的师范院校的代数骨干教师。到目前为止，经严老师亲手培养的本校和外校教师共有 12 人，他单独或与人合作已培养了 19 名博士和 38 名硕士。严老师对学生的严格要求在我系是人所共知的。在严老师培养的学生中，至少有 18 人被提升为正教授，9 人被评为

为博士生指导教师，在海外的研究机构中获得终身职位者 5 人。他的两名学生唐守正和陈木法分别于 1995 和 2003 年当选为中科院院士。

对于培养学生，严老师有两种有效的做法（培养研究生经验的系统总结见 [20, 30]）。

(1) “挂黑板”：安排学生在讨论班上报告文献，大家挑毛病、提问题。学生常因理解不透或未真正搞懂所报告的内容下不了台而挂在黑板前。不论是“土打土闹”出身的、或“科班”出身的学生，都挂过黑板。经过这种训练之后，素质自然不同。这是继承华老的好办法。

(2) “多爬几个坡”：初入道的人，做出一点成果，常会自满自足。严老师常说学位论文有下限，但无上限，要求每位学生要多爬几个坡，才不至于浅尝辄止，才能练出真功夫。

(3) “重用年轻人”：1980 年举行的首次全国农林高校数学教学研讨会，邀请严老师作学术报告。严老师却推荐当时在读研究生的唐守正去作这个报告，并建议他讲随机过程在生物学中的应用。在准备这个报告的过程中，唐了解到随机过程在生物学研究中的大量应用，使他打下了博士毕业后科学研究的基础——“随风潜入夜，润物细无声”。严老师就是这样激发学生的特长（唐守正本科毕业于北京林学院），不动声色地引导学生的前进方向。早在 1978 年，当陈木法还是研究生的时候，严老师就开始让他协助指导研究生论文。这就迫使他把握学科的发展动向，逐步磨练了科研选题的能力，为日后他本人及研究群体的发展奠定了坚实的基础。严老师培育起来的严肃学风、科学态度，学术讨论上师生的自由平等，事业上的团队精神，已经成为我们研究群体的传统和宝贵财富，也成为数学科学学院良好学术氛围的一个重要组成部分。

在培养人才方面，还应谈到一大批不注册的学生。他十分关注全国师范教育和高等学校的师资提高和科学研究工作。在兄弟院校有关教师和领导的支持下，1979~1985 年，他倡导举办了 13 次师范院校全国性的讲习班，他亲自参加 5 次，向 400 多位教师系统讲授了《概率论基础》和《随机过程》。这对于提高我国高等师范院校概率统计教师的理论水平起了重要的作用，为他们开展科学研究、搞好教学打下了良好的基础，深受兄弟院校的好评。这期间，在国家教委科技司的支持下，他还与王梓坤教授发起全国高校概率论讨论班并亲自主持 3 次，另组织了

3 次随机场与粒子系统讨论会，影响深远。此外，组织编写了《Probability Theory and its Application in China》一书，向国际上宣传我国概率界所取得的成就。

三、高尚风范

严士健以“生活中知足常乐，交流间与人为善，工作上鞠躬尽瘁”作为自己为人处世的基本原则，表现出高度的社会责任感和敬业精神，他在为人为学两方面的高尚品格赢得了广泛的赞誉。

自 1982 年起的漫长岁月里，他担任了概率界和数学界大量繁重的社会工作，付出了艰辛的努力和大量的心血。他始终顾全大局，坚持五湖四海，坚持公正的科学立场，坚持提携年轻一代。现在处于第一线的许多同志，都曾得到过他的关怀和支持。所有这一切，都是有口皆碑的。这也充分体现了他强烈的社会责任感、强烈的爱国心。

今年是严士健老师的 75 华诞。乘此机会，衷心祝愿我们的导师健康长寿！

最后，我们感谢李仲来教授为这套文集所做的大量编选工作。感谢北京师范大学出版社为出版这套文集所作出的贡献。

注：本文的大部分发表于《应用概率统计》2004 年第 20 卷第 2 期，第 222~224 页。原标题是“把毕生献给我国的数学事业——祝贺严士健教授 75 华诞”，今略作补充。

陈木法 刘秀芳 唐守正

2004 年 7 月 16 日

目 录



一、典型群/

- 可换整环上的辛群 /3
- 可换整环上的线性群 /35
- 关于二维模群定义关系的一点注记 /41
- n 阶模群的定义关系 /44
- 环上的线性群 /70
- 模矩阵的一组关系式和模群的自同构 /91

二、随机过程/

- 具有连续参数的平稳随机扰动的回归系数估计 /99
- 非平衡系统的概率模型及 Master 方程的建立 /130
- 环流分解的稳定性和自组织现象 /147
- 概率论, 统计物理及其他 /160
- 一般速度函数的有势性与可逆性 (I) /174
- 一般速度函数的有势性与可逆性 (II) /196
- 多维 Q 过程 /219
- 相互作用粒子系统的可逆性 /248
- 跳过程与粒子系统 /252
- 在环上扩散过程的保序性与正相关性 /293
- 关于自旋变相过程的耦合问题 /307
- 树上随机游动的程和相关陷井问题 /315
- 粒子系统的最新进展 /342

三、数学教育/

- 我培养博士生的几点做法 /353
- 数学高考能否出点应用题 /356
- 概率论与数理统计学科建设的历程与体会 /361
- 整理自然和社会的秩序需要数学 /376
- 让数学成为每一中国人的生活组成部分 /388
- 面向 21 世纪的中国数学教育改革 /399
- 应从战略高度来研究我国的文科数学教育 /419
- 数学教育与计算机技术 /431
- 为办好高等师范和基础教育而竭尽全力 /436
- 高师数学教育改革应该面向 21 世纪 /440
- 数学思维与数学意识、创新意识、应用意识 /452
- 让数学成为每个人生活的组成部分 /464
- 文科大学生应学点大学数学 /471
- 对数学的发展及其价值的认识 /474
- 数学教育应以史为鉴 /484
- 抽屉原则及它的一些应用 /489
- 对初等数学研究的一点意见 /501
- 池塘里有多少鱼 /504

附录/

- 论文和著作目录 /523
- 后记 /531

Contents



I . Typical Groups/

- Symplectic groups over a commutative integral domain of
characteristic $\neq 2$ /3
- Linear groups over a commutative integral domain /35
- Notes on the defining relations of 2-dimensional modular groups /41
- Defining relations of n -dimensional modular groups /44
- Linear groups on rings /70
- A system of relations of unimodular matrices and automorphisms of
unimodular groups /91

II . Random Processes/

- The estimation of the regression coefficients of a continuous
parameter process with a stationary residual /99
- The stochastic models for non-equilibrium systems and formulation
of Master equations /130
- Stability of circulation decomposition and self-organization
phenomena /147
- Probability, statistical physics and others /160
- Potentiality and reversibility for general speed functions (I) /174
- Potentiality and reversibility for general speed functions (II) /196
- Multi-dimensional Q-processes /219
- Reversibility of interacting particle systems /248
- Jump processes and particle systems /252
- Order-preservation and positive correlations for diffusion processes on