大学物理实验

第二册 修订版

潘元胜 冯璧华 于 瑶 编

南京大学出版社

大学物理实验

第二册修订版

潘元胜　冯璧华　于　瑶　编

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验. 第2册修订版/潘元胜,冯璧华,于瑶编. 南京:南京大学出版社,2004. 1

ISBN 7-305-03677-3

Ⅰ. 大…　Ⅱ. ①潘…②冯…③于…　Ⅲ. 物理学-实验-高等学校-教材　Ⅳ. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 091163 号

书　　名　大学物理实验(第二册修订版)

编　　者　潘元胜　冯璧华　于　瑶

出版发行　南京大学出版社

社　　址　南京市汉口路 22 号　邮编 210093

电　　话　025-83596923　025-83592317　传真 025-83303347

网　　址　http://press. nju. edu. cn

电子邮件　nupress1@public1. ptt. js. cn

经　　销　全国各地新华书店

照　　排　南京理工排版校对有限公司

印　　刷　江苏新华印刷厂

开　　本　850×1168　1/32　印张 12. 625　字数 317 千

版　　次　2004 年 1 月第 2 版　2004 年 1 月第 1 次印刷

印　　数　1—5000

ISBN　7-305-03677-3/O · 271

定　　价　15. 00 元

序　言

物理学是研究物质运动的最一般规律和物质结构的学科,是自然科学中的基础学科之一.物理学的研究归结为理论物理方法和实验物理方法.这两种研究方法有着内在的联系.大学物理实验作为一种教学方式是为了给学生奠定实验物理学的基础.通过这门课程的教学活动,使学生获得实验物理学最基本的知识和技能,并且在这个过程中培养学生初步地建立起实验物理学的基本思维方式和形成初步的从事物理实验研究的能力.与此同时,还要培养学生逐步地树立起如何将已为人们所掌握的物理规律运用于实际问题的意识和激发学生从事探索未知规律的热情.科学的发现和科学的实现是实验物理学的两项基本任务.而大学物理实验则是为培养学生能从事这两项任务奠定基础.

物理实验具有很强的理论联系实际的特性.因为实验需要理论的指导,但它又是面对着实际的、未被抽象过的物理现象和问题,而且要最终地解决问题.观察与分析现象,把握现象的本质,排除次要因素的干扰,创造主要规律得以呈现的条件,定量地研究决定基本规律诸因素之间的联系,从实验数据的分析得出正确的结论,如此等等,这既需要掌握一定的实验技能,能够正确组织和使用必要的实验条件,还需要一整套的科学思维方法,而这一切都是在生动的物理现象的研究过程中进行的.因此,物理实验对人们认识世界最具有启发性,基础物理实验则是引导学生入门的向导.事实上,即使是作为验证一些早已被人们从理论上认识的物理规律的实验,在实际的实验过程中也会出现那些在理论研究抽象过程中被排除的一些次要因素的干扰,这些干扰对实验物理工作者来说并不是不值一提的.

南京大学基础物理教研室的教师们根据他们对教学规律的认识和对培养现代人才的要求的理解，在实验教学改革中做了一点尝试．从整个基础物理实验的教学内容的组织，实验的教学方法的实施和实验的教学要求的确定都与过去传统的做法有了一些变化．这部第二册大学物理实验教材就是在过去几年的实验讲义的基础上编写的．这份教材反映了他们的一些想法和做法．教学改革是一个长期的探索过程，作为一个阶段性的成果，提供给同行们评议和作为进一步改革的新起点．希望国内广大的物理教师和同学能够给他们以批评指正，帮助他们得到进步．

冯致光

识于南京大学

2001 年 2 月

前　言

本书是在南京大学“大学物理实验(二)(三)(四)”讲义的基础上编写而成.是《大学物理实验》第一册的后续教材,供理科学生使用.

作为一门实验课,一门公共基础课,它的教学宗旨是:培养学生应用他们所掌握的物理知识,去解决实际问题的创新能力.多年来我们围绕此宗旨,对物理实验课的课程体系、教学方法进行了改革的尝试,并获国家优秀教学成果奖.本教材体现了此改革成果,特分为基本实验和课题实验两部分.基本实验主要加强学生基本实验能力和实验素养的培养;课题实验主要加强学生初步科研能力的培养.

本教材的出版和本课程的教学改革,始终得到南京大学原副校长冯致光先生的悉心指导和热情支持,借此表示衷心的感谢!

实验教学是一项集体协同的教学活动,本教材在长期的建设过程中,凝聚了本教研室许多老师和实验技术人员的辛勤劳动成果.他们排新实验、编教材、修改教材作出了出色的贡献,才使本教材得以今天出版.借此向他们表示衷心的感谢!曾编写过和修改过教材的教师和编写的实验有:俞超(实验 1),万春华(实验 5, 10, 14, 31),杨润光(实验 3, 23, 24, 25, 26, 28),何永蓉(实验 11, 18),万纯娣(实验 4, 6),张光华(实验 29),杨选民(实验 17),赖启基(实验 23),范敏华(实验 30), 周进(实验 32),黄润生(实验 33),巫颐秀(实验 34),龚国斌(实验 35),潘永华(实验 15, 16, 36),柳承恩(实验 16),黄宗华(实验 17),高学奎(实验 37),江洪建(实验 42).本书的出版希望唤起他们对那段辛勤工作的美好回忆.

编　者

2004.1

目 录

第一章　实验误差与数据处理的基本理论

第一节　物理测量的随机性与随机变量的分布

一、物理测量的随机性

物理实验离不开对物理量的测量，但是，由于测量技术和测量方法的限制，以及物理量本身的随机变化，因此不可能测量到一个物理量的真值，存在**测量误差**.

例如，测量一个物体的长度，当用米尺测量时，测量值为 8.6 mm，得到二位有效数字的测量值，可精确到 1 mm；再改用游标卡尺来测量，测量值为 8.64 mm，精确到 0.02 mm，得到三位有效数字的测量值. 测量误差比前者要小. 如再改用更精确的长度测量仪器，所得到的测量值的有效数字位数更多，误差更小，更精确. 虽然这些测量值不是真值，但都是真值的估值. 如此下去，只要这个物体的长度确实不变，只要测量仪器愈来愈精密，我们的测量就能够愈来愈逼近这个物体长度的真值，但永远达不到真值，因为这个物体长度的真值是有效数字为无限多位的数值. 即真值是测量不到的. 在测量中，如果测量仪器和测量过程是足够灵敏的话，即使用同一仪器，在同一时间，对同一物理量进行多次测量，所得到的各测量值也都不尽相同. 这是因为总存在我们不能控制的偶然因素，使实验条件发生变化，加上观察者本身感觉分辨本领的限制，致使各个测量值之间出现差异，使测量值带有**随机性**，存在着

不能预知的测量误差. 这就是由于测量存在随机性引起对物理量测量的随机误差.

物理量测量的随机性,不仅因为测量存在随机性,还因为存在物理现象本身的随机性,即物理量本身的不稳定性和物理量的统计描述.

如一个包含有大量气体分子,处于平衡状态的气体体系,它的热力学量(如压强、温度等),都是大量气体分子的热运动动能和分子对器壁撞击的能量的平均效应. 所以热力学量的数值是一个统计平均值. 这些物理量的实际数值,时时刻刻都围绕着平均值发生微小的起伏变化.

又如,对不稳定核的放射性衰变,我们无法预言中间那个核何时衰变,并给出精确的预测,只能统计描述多少时间内,多少核会衰变,还剩下多少核,给出衰变的概率. 因此,这种测量结果的随机性,反映了物理现象本身的随机性,它是无法用提高测量仪器精确度的办法予以消除的.

既然测量结果是随机量,对它们进行处理和解释,就必须应用定量研究随机现象规律性的科学——概率论和数理统计学来研究它. 否则,就不能得出合理的结论,也无法知道结果的可靠程度. 若不知道测量结果的可靠程度,测量结果就没有多大价值,就很难从测量结果中找出物理现象的规律性.

物理测量随机性的研究,是物理测量中的重要课题. 因为偶然性和必然性是对立的统一,表面偶然随机的现象,始终受内部隐含规律的支配,问题只是在于如何发现这种规律. 概率论和数理统计学就是研究这种规律的一门科学. 我们将用它来处理测量中的随机现象,研究随机误差,找出随机数据中隐含着的自然规律.

二、随机变量与分布函数

通常把在一定条件下,可能发生也可能不发生或者可能出现

多种结果的偶然现象，称为随机现象. 在一定条件下，对随机现象进行试验的每一个可能的结果，称为随机事件. 描述随机事件的变量称为随机变量.

1. 分布函数

要完全描述一个随机变量，必需给出随机变量的全部可能取值和各种可能取值的可能性大小，即出现的概率大小. 对随机变量的概率分布常用**分布函数**(又称**概率密度函数**) $f(x)$ 来描述. 而随机变量取值落入某区间 $[a, b]$ 的概率为：

$$P_r = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$

显然区间如扩展到所有取值范围，则

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1.$$

2. 随机变量的数字特征

在实际工作中有时不需要了解随机变量分布的全貌，常用几个与随机变量分布全貌有关的数字加以使用. 这就是随机变量的数字特征量. 他们有数学期望、方差、协方差、相关系数等. 我们这里只介绍在物理测量中常用的数学期望和方差.

(1) 数学期望(均值、期待值)

定义**数学期望**

$$\mathrm{E}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\mathrm{d}x.$$

从定义不难看出，随机变量的数学期望，实际上是它的各种可能取值的加权平均. 权重系数为可能取值出现的概率. 某个值出现的概率大，对数学期望的贡献大. 相反，某个值不常出现，它对数学期望的贡献就小. 数学期望反映了随机变量的共性. 但它不能反映各种取值的差异性.

(2) 总体方差

总体方差是反映随机变量各种取值离散性的指标. 定义**总体方差** $D(x)$为

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2 f(x) dx,$$

可以证明

$$D(x) = E(x^2) - [E(x)]^2.$$

所以通常人们称总体方差的平方根为均方根差即用σ_x 表示. $\sigma_x^2 = D(x)$. 而 σ_x 的估值 S_x 称为**标准偏差**.

三、正态分布

例如,测量一个由 3 秒电脉冲控制的发光体发光时间,测量 50 次,所得测量结果如表 1-1.

表 1-1 灯泡发光时间 T 的测量值

T_i/s	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1
出现次数 n	1	3	6	9	11	10
$\Delta T_i = T_i - \overline{T}$	−0.4	−0.3	−0.2	0.1	0	0.1
T_i/s	3.2	3.3	3.4	3.5		
出现次数 n	6	2	1	1		
$\Delta T_i = T_i - \overline{T}$	0.2	0.3	0.4	0.5		

ΔT_i 为随机误差. $\overline{T} = 3.0$ s

把测量误差作图,如图 1-1 所示. 从图可见,测量值的随机误差有下述特点:

(1) 随机误差有大有小,小误差出现的概率(次数)比大误差大,超过一定范围的大误差出现的概率趋近于零. $f(\Delta T)$只有一个峰值. 常称此性质为随机误差的单峰性.

(2) 随机误差可正可负，当测量次数足够多时($n \to \infty$)，出现同样大小的正误差和负误差的概率相等，通常称为随机误差的对称性. 对测量结果显然有 $\sum_i \Delta T_i \approx 0$，所以也称为随机误差的抵偿性. 这个测量曲线称为**正态分布**曲线，又称**高斯分布**曲线. 由高斯最早导出这个曲线的函数.

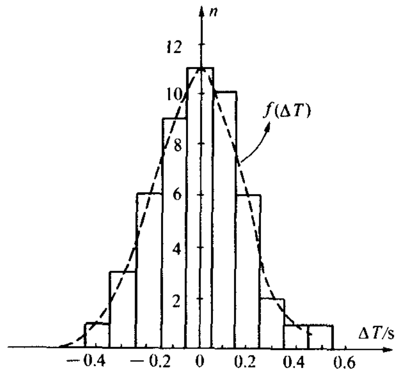

图 1-1

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_x^2}\right], \quad (-\infty < x < +\infty).$$

其中 a 为物理量的真值，定义方差 σ_x 为：

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n},$$

关于此函数导出，本节不作详细介绍.

由计算很容易得到正态分布的数字期望.

$$\mathrm{E}(x) = a,$$

总体方差

$$\mathrm{D}(x) = \sigma_x^2.$$

从曲线可见正态分布是单峰、对称的. 而峰值 $f(a) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma_x)$.

可见参数 σ_x 直接反映了峰值的大小. σ_x 愈小，$f(a)$愈大，分曲线愈陡，数据愈集中，重复性愈好；σ_x 大正好相反. σ_x 直接反映了分布的离散性，正好是方差的性质. 而由 $f(x)$的二阶导数

为 0,可以求出 $x = a \pm \sigma_x$，可见 $x = a \pm \sigma_x$ 处是分布曲线的两个拐点.

计算正态分布的概率方法很多,这里仅介绍积分法. 而我们很关心正态随机变量在区间 $(a - \sigma_x,\ a + \sigma_x)$ 的概率 P_r.

$$P_r = \int_{a-\sigma_x}^{a+\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{\sigma_x}\right)^2\right] \mathrm{d}x,$$

令 $y = \dfrac{x-a}{\sqrt{2}\sigma_x}$, 则有

$$P_r = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{+\frac{1}{\sqrt{2}}} \exp(-y^2)\mathrm{d}y.$$

将 $\exp(-y^2)$展开成级数

$$\exp(-y^2) = 1 - y^2 + \frac{y^4}{2!} - \frac{y^6}{3!} + \cdots$$

取 6 项近似有 $P_r = 0.683$. 如把区间扩展到 $(a-2\sigma_x,\ a+2\sigma_x)$ 和 $(a - 3\sigma_x,\ a + 3\sigma_x)$，它们的概率分别是 0.954 和 0.997. 在物理测量中常把 $3\sigma_x$ 称为极限误差. 常作为测量中坏值剔除的判据.

第二节　等精度测量下随机误差的估算

一、等精度测量和不等精度测量

先介绍等精度测量和不等精度测量这两个概念. 我们每次测量得到一个具体的测量值,就是一个随机变量的取值. 而每一个随机变量都和相应的分布相连系,而分布的方差说明了随机变量取值的离散程度. 显然,方差取决于测量方法和所使用仪器的精度. 一个测量值的精度,就是指与它相应的分布有方差. **等精度测量**就

是指,当作一系列测量时,与各个测量值相应的分布有相同的方差. 在相同的条件下,用相同的仪器和方法进行测量的测量值自然是等精度的. 不等精度的测量值就是指与各测量值相应的分布有不同的方差. 一般说,在不同测量条件下或用不同精度的仪器和测量方法,所得到的测量值是不等精度的.

在物理测量中,待测的物理量如长度、时间、质量、电压、波长等,都是客观存在的量,在一定条件下,它们本身都有一个确定的值,称为真值. 由于物理测量的随机性和物理量本身的随机变化,使待测的物理量的真值 a 测量不到. 测量值 x_i 和真值 a 之间必然存在误差 Δx_i,

$$\Delta x_i = x_i - a,$$

除过失误差外,测量误差通常包括系统误差和随机误差两大类. 本节主要讨论等精度测量下随机误差的估算. 所以使用"估算"这个词,因为真值 a 测量不到,相应的误差 Δx_i 也就无法计算,所以必须进行估算.

关于系统误差的出现都是有规律的,可以通过技术途径来减小和消除. 但必须注意,系统误差的存在,他的影响常远远大于随机误差. 本节不再详述. 本节主要介绍方差的估算. 用代数的方法推导方差的估算公式.

从上节可知:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n},$$

但上式中真值 a 是不知道,显然利用上式无法计算 σ_x. 但我们知道: $\Delta x_i = x_i - a$, 如对 i 进行累加有:

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n}x_i - na,$$

即
$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}-a,$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n}=\overline{x}-a.$$

利用正态分布的对称性，当 $n\to\infty$时，显然 $\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n}\to 0$，

$$\overline{x}-a\to 0,\ 即\ \overline{x}\to a.$$

可见 $\overline{x}$ 是 a 的最佳代表. 在方差的估算中如用$\overline{x}$取代 a 会有什么样的结果?

如对一个物理量进行 n 次独立的重复测量，测量值为 x_1，x_2，…，x_n，算术平均值为$\overline{x}$. 则

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2&=\sum_{i=1}^{n}[(x_i-a)-(\overline{x}-a)]^2\\&=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2-2\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)(\overline{x}-a)\\&\quad+n(\overline{x}-a)^2\\&=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2-n(\overline{x}-a)^2\\&=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2-n\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}-\frac{na}{n}\right)^2\\&=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2-\frac{1}{n}\Big[\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)\Big]^2,\end{aligned}$$

而

$$\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)\right]^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2+\sum_{i\cdot j}(x_i-a)(x_j-a),$$

由于正态分布的对称性，当 $n\to\infty$ 时

$$\sum_{i\cdot j}(x_i-a)(x_j-a)=0,$$

则有

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2,$$

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2,$$

$$\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}=S_x^2.$$

这是 n 个单个测量值 x_i 的**标准偏差**. 而算术平均值的标准偏差如何计算呢?

把 $\overline{x}$ 代入公式有:

$$\sigma_{\overline{x}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{x}-a)^2}{n}},$$

$$\sigma_{\overline{x}}^2=\frac{n(\overline{x}-a)^2}{n}=(\overline{x}-a)^2=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}-\frac{na}{n}\right)^2$$

$$=\frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)\right]^2,$$

利用前面证明，则可得

$$\sigma_{\overline{x}}^2=\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2=\frac{1}{n}\sigma_x^2,$$