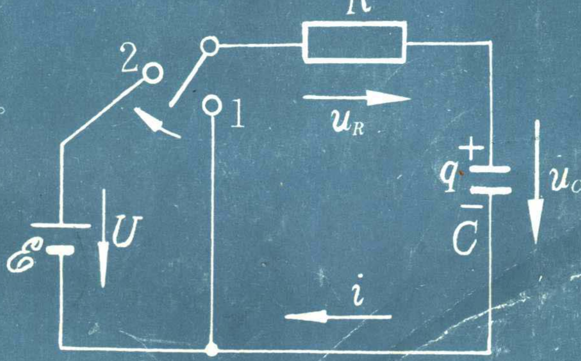
电磁学

郭木森　主编



广东高等教育出版社

电 磁 学

郭木森 主编

潘均茂 李 萍 陶力沛
钟穗萍 李镇森 编写

广东高等教育出版社

电 磁 学

郭木森　主编

广东高等教育出版社出版发行

暨南大学印刷厂印刷

850×1168 毫米　32 开　14.5 印张　360 千字

1991 年 12 月第一版　　1991 年 12 月第一次印刷

印数 1—3000 册

ISBN 7－5361－0759－5/O・32

出版社登记号　粤（09）

定价　6.30 元

内 容 提 要

本书按照 1980 年 8 月教育部颁发的高等师范院校物理专业《电磁学》教学大纲编写的. 内容包括: 静电场、静电场中的导体、静电场中的电介质、稳恒电流、稳恒电流的磁场、电磁感应与暂态过程、磁介质、正弦交流电路、电磁场与电磁波.

本书的主要特点是从标量中把双向标量划分出来，自成一类，以突出各类物理量的特征；同时，在分析含有双向标量的问题时都以它们的参考方向作为分析的依据，以增强分析过程的科学性和分析结果的普遍性.

本书可作为高等师范院校物理专业电磁学课程的教材，也可供其它专业有关的教师和学生参考.

前　言

本书按照1980年8月教育部颁发的高等师范院校物理专业《电磁学》教学大纲编写的．全书共九章，内容包括：静电场、静电场中的导体、静电场中的电介质、稳恒电流、稳恒电流的磁场、电磁感应与暂态过程、磁介质、正弦交流电路、电磁场与电磁波．本书有三个特点：第一，从标量中把双向标量划出来自成一类，这样处理既能使物理量的分类更加合理，又能突出各类物理量的特征，便于初学者学习；第二，在分析含有双向标量的问题时，都在附图上标出各双向标量的参考方向，并以它们作为分析的依据，这就大大增强分析过程的科学性和分析结果的普遍性；第三，注意区别算术量和代数量，因此，避免了一些由于忽视两者区别而造成的错漏．我们希望，本书的出版能对电磁学教材的改革起一点推动作用．

本书由郭木森教授主编，参加编写的有郭木森（绪论）、陶力沛（第一、二章）、李萍（第三、五、六章）、李镇森（第四章）、潘均茂（第七、九章）和钟穗萍（第八章）．廖玄九教授对本书初稿提了许多宝贵意见，李萍同志为本书绘制了插图，在此一并表示感谢．

由于编者水平有限，错漏在所难免，诚恳希望读者批评指正．

编者

1991年5月

目　　录

绪　论

§1　电磁学发展简史

人类对电磁现象的认识可以追溯到远古时代．东汉王充在《论衡》一书中已有“顿牟掇芥”的记载．顿牟即玳瑁，是一种跟龟相似的海生动物的甲壳，芥指芥籽，意思是摩擦玳瑁，能吸引轻小的物体．这说明当时已知道摩擦带电的现象．16 世纪，英国人吉尔伯特对摩擦带电进行了较系统的研究，他知道象琥珀、金刚石等物体经摩擦后都能吸引轻小物体，并把物体的这种性质叫做该物体具有“电性”，以区别于磁石能吸引铁屑的特性．大约在 1729 年前后，英国人格雷在研究琥珀的电效应是否可以传递给其他物体时发现：金属可以导电，而丝绸不导电．这表明当时已了解到物体可分为导体和绝缘体．此后，法国人杜费已经认识到，物体所带的电有两种类型，并把其中之一称为玻璃电，而把另一种叫做琥珀电．

莱顿瓶的发明是电学发展中十分重要的一步，它为深入研究电现象提供了实验条件，对电知识的发展和传播起了重要作用．莱顿瓶是荷兰莱顿人马森布洛克于 1745～1746 年间发明的．

美国人富兰克林用莱顿瓶做了一系列的实验，并于 1747 年提出关于摩擦带电的单电液假说：物体含有“正常”数量的电液，对外不呈现电的性质，当一物体摩擦另一物体时，一部分电液就从一物体转移到另一物体上，带有多余电液的物体带正电，而电

液不足的物体带负电；正、负电可相互抵消．当然，这个假说并不符合客观情况，但正、负电的概念却启发后人用数学符号表示带电现象，对定量研究电现象起了一定的作用．

1785年，法国人库仑用他自己设计的扭秤对电荷之间的作用力进行定量研究后得出静电荷相互作用的基本规律，后人把它称为库仑定律．以这个定律为基础，导出了高斯定理与环路定理，静电学的理论逐步发展起来．

18世纪后期，电学上的重大成就是意大利人伏打于1800年发明了伏打电池．它使科学家能获得稳定而持续的电流，从而开辟了研究动电现象的新领域．此后，电学研究蓬勃发展起来．

在人类发现摩擦带电以前，已发现了磁现象．我国春秋时期的《管子·地数篇》中已记载天然磁石吸铁的现象，并制成世界上最古老的指南针——“司南”．1785年，库仑对磁极之间的相互作用进行定量的研究，建立了磁的库仑定律．由于磁现象和电现象是分开地进行研究，所以，人们都认为电与磁是两种截然不同的现象．连库仑也曾断言：电与磁是两种不同的实体，它们不可能相互作用和转化．

但是，丹麦人奥斯特受康德等人关于各种力相互转化的哲学思想的影响，致力于电与磁统一性的研究，终于在1820年发现了电流的磁效应．这个发现揭示了电现象与磁现象之间的联系，电磁学进入一个崭新的发展时期．英国人法拉第后来在评价这一发现时说：“它猛然打开了一个科学领域的大门，那里过去是一片漆黑，如今充满光明．”法国人安培在同一年研究了电流对电流的作用，总结出两电流元相互作用力的规律——安培定律．他还提出分子电流假说，把磁现象归结为电流的作用．

电流磁效应的发现促进了电学测量仪器的制作，为电路定律的研究提供了实验条件．1826年，德国人欧姆通过实验确定了通过导体的电流与电压、电阻的关系，被后人称为欧姆定律．1847

年．德国人基尔霍夫解决了分支电路的计算问题，后来总结成为基尔霍夫定律．这些定律是分析电路的基础．

1831 年，法拉第发现了电磁感应现象．1833 年，俄国人楞次总结出确定感应电动势方向的基本规律——楞次定律，1845 年，德国人诺埃曼给出感应电动势的数学表示式，到了 1851 年，法拉第电磁感应定律才最后建立．法拉第还根据电磁感应原理发明了发电机，把机械能转换为电能．电磁感应现象的发现，为人类社会进入电气化时代开辟了道路．

19 世纪后半叶，英国人麦克斯韦创立的电磁理论是电磁学的巨大成就．他总结了从库仑到法拉第等前人关于电磁学说的成果，提出"涡旋电场"和"位移电流"两大假说，建立了适用于普遍情况的电磁场方程．他根据这个理论预言了电磁波的存在，算出它在真空中的传播速度，并且断言光是一种电磁波．

1888 年，德国人赫兹完成了电磁波发射和接收的实验，并测量了电磁波的速度，实验结果证实了电磁波的存在．他还用实验证明电磁波具有和光相似的性质，确认光是电磁波．赫兹的实验不仅证明了麦克斯韦电磁理论的正确，而且开创了无线电技术研究的新领域．

§2 预备知识

2.1 关于方向的意义

方向这个词的意义随着与它连用词组的变化而有所不同，读者在阅读课文时应该注意．当我们看到"矢量在空间的方向"这一词组时，方向的意义是具体和唯一的，因为矢量在空间的方向必须由它与直角坐标轴所夹的角度来表示．可是，当我们看到"沿 x 轴方向"这个词组时，虽然方向的意义还是具体的，但却不是唯一的，因为沿 x 轴的方向的含义有二个：既可指沿 x 轴正向，

也可指沿 x 轴负向. 如果需要作进一步说明，可再指出其指向. 在某些情况下，方向这个词的意义就与上述有些不同了. 例如，当看到“穿过某面元的电力线的方向”这个词组时，我们只需要弄清楚电力线是从面元的哪一侧穿向另一侧，至于电力线是垂直还是倾斜地穿过面元，就不必考虑了.

2.2　标量　双向标量及其参考方向

一、双向标量

为了使物理量的特征更加突出，我们从标量中把双向标量划分出来，自成一类. 双向标量包含下面四种物理量：

(1) 矢量的分量：它的特点是既有大小（包括数字和单位，不含正负号），又能而且只能在两个彼此相反的方向中选取一个作为其实际方向. 例如，矢量沿 x 轴的分量，其方向要么沿 x 轴的正向，要么刚好相反.

(2) 要指出方向的物理量：电流、磁通量等物理量除了要表示其大小外，还要描述它的方向. 此类物理量也只能在两个彼此相反的方向中选取一个作为它的实际方向. 例如，对于水平放置的回路来说，穿过它的磁通的方向只能有两个：要么从回路的上侧穿向下侧，要么刚好相反，不会有第三种情况.

(3) 要指出状态的物理量：电容器的极板电荷、电位等物理量除了要表示其大小外，还要描述其状态. 此类物理量也只能有两个彼此相反的状态. 例如，对于由上、下两个极板组成的电容器来说，要么是上极板带正电，下极板带负电，要么刚好相反，不会有第三种情况.

(4) 要描述过程的物理量：功是过程量，除了要表示其大小外，还要描述它的过程. 做功也只有两个彼此相反的过程，要么是力对物体做功，要么是物体反抗力而做功.

综上所述，我们可以把既有大小，又能而且只能在两个彼此相反的方向（状态、过程）中选取一个作为其实际方向（实际状

态、实际过程）的物理量称为双向标量．“双向”一词除了表示两个彼此相反的方向外，还泛指两个彼此相反的状态或过程．

純 至于标量，可将其定义为只用大小就能完全表示其特征的物理量．例如，容积、电阻率等物理量．标量用算术量表示．

純

二、双向标量的参考方向

为了能用代数量表示双向标量的大小和方向（也泛指状态和过程，下同），必须引入参考方向（也泛指参考状态和参考过程，下同）的概念．所谓参考方向就是把双向标量可能选取的两个彼此相反的方向之一作为参考的意思．有了参考方向，我们可以将双向标量的实际方向（也泛指实际状态和实际过程）同它比较，若两者相同，则用正值表示，反之用负值表示．

应该注意，在分析含有双向标量的问题时必须采用规范化方法，亦即在开始分析问题时，应在附图上标明或用文字指出双向标量的参考方向，并且以它们作为分析的依据，这样才能保证分析过程的科学性和分析结果的普遍性．

为简单起见，在不会引起混淆的情况下，实际方向均简称方向．

2.3 矢量的标积和矢积

一、矢量的标积

在高等数学中已经介绍，两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的标积是一个双向标量 C，它等于矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的模以及两个矢量的夹角 $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ 的余弦的乘积．若用公式表示，可以写为

$$
\begin{aligned}
C &= \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \\
&= AB\cos(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}) \\
&= AB\cos\theta \qquad (1)
\end{aligned}
$$

在上式中，符号 $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ 表示矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的夹角，其值等于 θ．A 和 B 为矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的模，都是算术量．正是因为 A、B 是矢量的模，上式在电磁学中有时不便于应用．下面介绍的标积表示式就

在存在这样的问题.

设矢量 $A=m\hat{l}$, $B=n\hat{r}$, 式中 m 和 n 都是代数量, $\hat{l}$ 和 $\hat{r}$ 为给定的单位矢量. 根据标积的定义式 (1) 可以导出:

$$\begin{aligned} C &= \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \\ &= mn\cos(\hat{l},\hat{r}) \end{aligned} \tag{2}$$

式中 $(\hat{l}, \hat{r})$ 为单位矢量 $\hat{l}$ 和 $\hat{r}$ 的夹角. 由于上式的 m 和 n 仍然是代数量, 在电磁学中应用时较为方便.

由于 A 和 B 的标积的运算符号用“◦”表示, 故标积又称为点积.

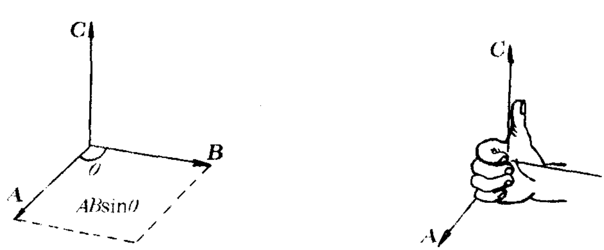
二、矢量的矢积

设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为两个任意矢量, 它们的矢积定义为一个矢量 $\boldsymbol{C}$, 用公式可表示为

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \tag{3}$$

矢量 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的方向垂直于 A 和 $\boldsymbol{B}$ 所构成的平面, 如图 1(a) 所示, 其指向由右手螺旋关系决定: 将右手放在图 1(b) 所示的位置, 四指表示从 A 经较小角度转向 $\boldsymbol{B}$ 的方向. 则拇指表示 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ (即 C) 的方向. 矢量 C 的模等于 A 和 B 所构成的平行四边形 (图 1 (a)) 的面积, 亦即

$$\begin{aligned} C &= \boldsymbol{A} \cdot B\sin(A,B) \\ &= AB\sin\theta \end{aligned} \tag{4}$$



(a) (b)

图 1

式中 A 和 B 为矢量的模，θ 为 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的夹角. 在式 (3) 中，$\boldsymbol{C}$ 的方向和 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的方向完全一致，在应用时可能有些不便. 下面介绍的矢积表示式就不存在这样的问题.

设矢量 $\boldsymbol{A}==m\hat{l}$, $\boldsymbol{B}=n\hat{r}$, 式中 m、n 都是代数量，$\hat{l}$ 和 $\hat{r}$ 为给定的单位矢. 根据矢积的定义可以导出：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} &= m\hat{l} \times n\hat{r} \\ &= mn\hat{l} \times \hat{r} \end{aligned} \tag{5}$$

在上式中，当 m 和 n 同号（同为正或负）时，$\boldsymbol{C}$ 的方向和 $\hat{l}\times\hat{r}$ 的方向相同，而当 m 和 n 异号（一个为正而另一个为负）时，$\boldsymbol{C}$ 的方向和 $\hat{l}\times\hat{r}$ 的方向相反. 矢量 $\boldsymbol{C}$ 的模为

$$C = |mn|\sin(\hat{l},\hat{r}) \tag{6}$$

由于 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的矢积用运算符号“×”表示，故矢积又称叉积.

2.4 矢量面元

如果除了需要表示一个平面面积 S 的大小外，还要反映该平面在空间的取向，那么，我们可用一矢量 $\boldsymbol{S}$ 表示：$\boldsymbol{S}$ 的大小等于平面的面积，其方向沿着平面的法线方向. 所谓法线就是和平面垂直的直线，此直线有两个彼此相反的指向，应该选取哪一个作为法线的方向呢？如果我们既要选取法线方向，又要确定平面周线 L 的绕行方向，则按惯例应使周线 L 的绕行方向和法线方向符合右手螺旋关系（屈着的四指表示周线绕行方向，拇指表示法线方向），如图2所示；如果我们只要选定法线的方向，则可随意选取一个指向作为法线的方向. 法线的方向一般用单位矢 $\hat{n}$ 表示，于是，表示平面的矢量可以写为

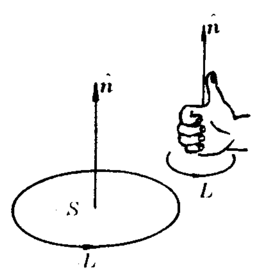


图 2

$$\boldsymbol{S} = S\hat{n} \tag{7}$$

式中 S 是平面的面积．矢量 $\boldsymbol{S}$ 在空间直角坐标系的分量 S_z 的几何意义是：S_z 的绝对值表示该平面在 xy 坐标面上投影的面积，而正、负号表示矢量 $\boldsymbol{S}$ 在 z 轴的投影所沿的方向．分量 S_x、S_y 的几何意义可仿照上述进行分析．

对于曲面，我们可用许多矢量面元来表示．矢量面元的作法如下：先将曲面分成许多小面元，每个小面元可看成平面，其周线的绕行方向与整个曲面周线 L 的绕行方向相同．按照惯例，面元的法线方向与其周线绕行方向符合右手螺旋关系．若用 $\hat{n}$ 表示面元法线的单位矢，则矢量面元 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 可表示为

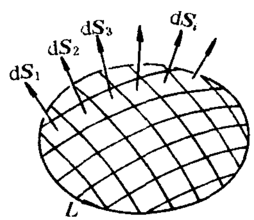


图 3

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \hat{n}\mathrm{d}S \tag{8}$$

式中 $\mathrm{d}S$ 为面元的面积．如果只需要确定面元的法线方向，而不需要确定整个曲面周线的绕行方向，那么，面元的法线方向可随意选定，不过，所有面元的法线方向必须从曲面的同一侧往外指．

对于闭合曲面，按照惯例，所有面元的法线方向都从曲面内部指向外部．

2.5 矢量在极坐标、柱坐标和球坐标中的分解

一、矢量在极坐标中的分解

众所周知，在极坐标中，用来表示平面上某点的位置的变量是极径 r 和极角 θ．如图4所示，极径 r 是连接极点 O 和 P 点的线段，而 θ 是极径 r 和极轴 Ox 的夹角．通常规定沿逆时针方向来量度极径与极轴的夹角时取正值，反之取负值．

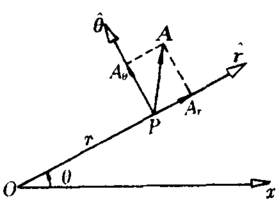


图 4

矢量可以在极坐标中进行正交分解. 如图4所示，矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以分解为两个矢量 $A_r\hat{\boldsymbol{r}}$ 和 $A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}$，其中 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 为径向单位矢，方向沿着极径且背向极点，A_r 称为径向分量；$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 称为横向单位矢，它和单位矢 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 垂直且指向 θ 增加的方向，A_θ 称为横向分量. 由此可知，在极坐标中，矢量 $\boldsymbol{A}$ 可表示为

$$\boldsymbol{A} = A_r\hat{\boldsymbol{r}} + A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{9}$$

应该指出，在平面直角坐标系中，沿 x 轴和 y 轴的单位矢 $\hat{\boldsymbol{i}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{j}}$ 的方向是不变的，亦即它们是恒矢量. 但在极坐标系中，径向和横向单位矢的方向均随矢量 $\boldsymbol{A}$ 的始端位置 P 的改变而变化，即它们都不是恒矢量.

二、柱坐标及矢量在其中的分解

将空间直角坐标系的变量 x、y 换为极坐标的变量 r 和 θ，而 z 轴保持不变，即构成柱坐标系，如图5所示. 柱坐标变量与直角坐标变量之间的变换关系如下：

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \\ z &= z \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

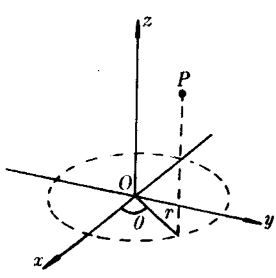


图 5

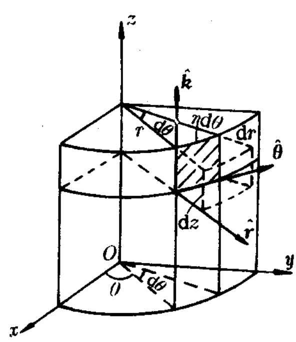


图 6