



College Mathematics Guidance Series

大学数学学习辅导丛书

同济大学应用数学系 编

高等数学 习题全解指南

同济·第四版



高等教育出版社

大学数学学习辅导丛书

高等数学习题全解指南

同济·第四版

上下册合订本

同济大学应用数学系 编

高等教育出版社

内容提要

本书是与同济大学数学教研室主编的《高等数学》第四版相配套的学习辅导书,由同济大学应用数学系的教师编写。本书按《高等数学》(上、下册)的章节顺序编排,对全部习题与总习题给出解答。部分题目在解答之后对这类题的解法作了小结、归纳,有的提供了多种解法。

本书对教材具有相对的独立性,可为工科和其他非数学类专业学生学习以及准备报考硕士研究生的人员复习高等数学提供解题指导,也可供讲授《高等数学》的教师在备课和批改作业时参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题全解指南:同济·第四版/同济大学应用
数学系编.上下册合订本—北京:高等教育出版社,2004.5
ISBN 7-04-013993-6

I. 高... II. 同... III. 高等数学—高等学校—解
题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 004969 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	北京星月印刷厂		
开 本	850×1168 1/32	版 次	2004 年 5 月第 1 版
印 张	23	印 次	2004 年 5 月第 1 次印刷
字 数	590 000	定 价	26.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

本书是同济大学数学教研室主编的《高等数学》(第四版)的配套用书,主要是为学习《高等数学》的大学生以及准备报考硕士研究生的人员复习《高等数学》提供一本解题指导的参考书,也可供讲授《高等数学》的教师备课和批改作业时参考。

本书内容为《高等数学》(第四版)各章的习题与总习题及解答。在解答中,有的题在解答之后,以注释的形式对该类题的解法作了归纳小结,有的题提供了常用的具有典型意义的多种解法。由于我校主编的《高等数学》已于2002年7月出了第五版,新版中对第四版采用的某些数学记号作了必要的修改,这次编写习题全解时,原则上仍采用第四版中的记号,但为了便于读者了解有关记号的变化,我们对涉及的这些数学记号,在首次出现的习题中作了注释,指出新版中所采用的记号。个别地方在习题及解答中改用了新版中的记号,希望读者在使用时加以注意。

本书由同济大学应用数学系的下列五位教师编写(按编写的章节次序排列):邱伯驹(第一、八章)、徐建平(第二、三、七章)、朱晓平(第四、五、六章)、郭镜明(第九、十章)、应明(第十一、十二章)。

本书中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者批评指正。

编者

二〇〇三年十月

目 录

第一章 函数与极限	1
习题 1-1 函数.....	1
习题 1-2 初等函数.....	9
习题 1-3 数列的极限.....	17
习题 1-4 函数的极限.....	21
习题 1-5 无穷小与无穷大.....	25
习题 1-6 极限运算法则.....	29
习题 1-7 极限存在准则 两个重要极限.....	32
习题 1-8 无穷小的比较.....	35
习题 1-9 函数的连续性与间断点.....	37
习题 1-10 连续函数的运算与初等函数的连续性.....	41
习题 1-11 闭区间上连续函数的性质.....	43
总习题一.....	45
第二章 导数与微分	52
习题 2-1 导数概念.....	52
习题 2-2 函数的和、差、积、商的求导法则.....	58
习题 2-3 反函数的导数 复合函数的求导法则.....	62
习题 2-4 初等函数的求导问题 双曲函数与反双曲函数的导数.....	66
习题 2-5 高阶导数.....	69
习题 2-6 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率.....	74
习题 2-7 函数的微分.....	83
习题 2-8 微分在近似计算中的应用.....	86
总习题二.....	91
第三章 中值定理与导数的应用	98

习题 3-1	中值定理	98
习题 3-2	洛必达法则	104
习题 3-3	泰勒公式	108
习题 3-4	函数单调性的判定法	112
习题 3-5	函数的极值及其求法	119
习题 3-6	最大值、最小值问题	123
习题 3-7	曲线的凹凸与拐点	130
习题 3-8	函数图形的描绘	138
习题 3-9	曲率	144
习题 3-10	方程的近似解	149
总习题三		152
第四章	不定积分	164
习题 4-1	不定积分的概念与性质	164
习题 4-2	换元积分法	169
习题 4-3	分部积分法	177
习题 4-4	几种特殊类型函数的积分	183
习题 4-5	积分表的使用	191
总习题四		196
第五章	定积分	210
习题 5-1	定积分概念	210
习题 5-2	定积分的性质 中值定理	213
习题 5-3	微积分基本公式	216
习题 5-4	定积分的换元法	223
习题 5-5	定积分的分部积分法	230
习题 5-6	定积分的近似计算	233
习题 5-7	广义积分	236
习题 5-8	广义积分的审敛法 Γ -函数	239
总习题五		242
第六章	定积分的应用	255
习题 6-2	平面图形的面积	255
习题 6-3	体积	263

习题 6-4 平面曲线的弧长	268
习题 6-5 功 水压力和引力	271
习题 6-6 平均值	278
总习题六	281
第七章 空间解析几何与向量代数	287
习题 7-1 空间直角坐标系	287
习题 7-2 向量及其加减法 向量与数的乘法	291
习题 7-3 向量的坐标	292
习题 7-4 数量积 向量积 混合积	294
习题 7-5 曲面及其方程	299
习题 7-6 空间曲线及其方程	303
习题 7-7 平面及其方程	307
习题 7-8 空间直线及其方程	311
习题 7-9 二次曲面	318
总习题七	321
第八章 多元函数微分法及其应用	333
习题 8-1 多元函数的基本概念	333
习题 8-2 偏导数	337
习题 8-3 全微分及其应用	341
习题 8-4 多元复合函数的求导法则	346
习题 8-5 隐函数的求导公式	355
习题 8-6 微分法在几何上的应用	363
习题 8-7 方向导数与梯度	368
习题 8-8 多元函数的极值及其求法	373
习题 8-9 二元函数的泰勒公式	379
习题 8-10 最小二乘法	383
总习题八	384
第九章 重积分	395
习题 9-1 二重积分的概念与性质	395
习题 9-2(1) 二重积分的计算法	400
习题 9-2(2)	413

· 习题 9-2(3)	424
习题 9-3 二重积分的应用	430
习题 9-4 三重积分的概念及其算法	440
习题 9-5 利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	448
· 习题 9-6 含参变量的积分	462
总习题九	466
第十章 曲线积分与曲面积分	478
习题 10-1 对弧长的曲线积分	478
习题 10-2 对坐标的曲线积分	485
习题 10-3 格林公式及其应用	493
习题 10-4 对面积的曲面积分	503
习题 10-5 对坐标的曲面积分	511
习题 10-6 高斯公式 通量与散度	517
习题 10-7 斯托克斯公式 环流量与旋度	522
总习题十	532
第十一章 无穷级数	547
习题 11-1 常数项级数的概念和性质	547
习题 11-2 常数项级数的审敛法	553
习题 11-3 幂级数	558
习题 11-4 函数展开成幂级数	562
习题 11-5 函数的幂级数展开式的应用	569
· 习题 11-6 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的 基本性质	573
习题 11-7 傅里叶级数	577
习题 11-8 正弦级数和余弦级数	582
习题 11-9 周期为 $2l$ 的周期函数的傅里叶级数	587
· 习题 11-10 傅里叶级数的复数形式	592
总习题十一	593
第十二章 微分方程	608
习题 12-1 微分方程的基本概念	608
习题 12-2 可分离变量的微分方程	611

习题 12-3	齐次方程	619
习题 12-4	一阶线性微分方程	627
习题 12-5	全微分方程	639
习题 12-6	欧拉-柯西近似法	647
习题 12-7	可降阶的高阶微分方程	649
习题 12-8	高阶线性微分方程	660
习题 12-9	二阶常系数齐次线性微分方程	667
习题 12-10	二阶常系数非齐次线性微分方程	673
习题 12-11	欧拉方程	686
习题 12-12	微分方程的幂级数解法	691
习题 12-13	常系数线性微分方程组解法举例	699
总习题十二		707

第一章 函数与极限

习 题 1-1

1. 用区间表示变量的变化范围:

- (1) $2 < x \leq 6$; (2) $x \geq 0$;
(3) $x^2 < 9$; (4) $|x - 3| \leq 4$.

解 (1) $(2, 6]$. (2) $[0, +\infty)$.
(3) $(-3, 3)$. (4) $[-1, 7]$.

2. 求函数

$$y = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

的定义域和值域.

解 定义域: $(-\infty, +\infty)$; 值域: $[-1, 1]$.

3. 下列各题中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

- (1) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x$;
(2) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$;
(3) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \sqrt[3]{x - 1}$.

解 (1) 不同. 因为两者定义域不同.

(2) 不同. 因为两者对应法则不同, $g(x) = \sqrt{x^2}$

$$= \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

(3) 相同. 因为两者定义域、对应法则均相同.

4. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{1}{1-x}; \quad (2) y = \sqrt{3x+2};$$

$$(3) y = \frac{1}{1-x^2}; \quad (4) y = \sqrt{x^2-4};$$

$$(5) y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+2}; \quad (6) y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2};$$

$$(7) y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}; \quad (8) y = \frac{2x}{x^2-3x+2}.$$

解 (1) $1-x \neq 0, x \neq 1$, 定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.

(2) $3x+2 \geq 0, x \geq -\frac{2}{3}$, 定义域为 $[-\frac{2}{3}, +\infty)$.

(3) $1-x^2 \neq 0, x \neq \pm 1$, 定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

(4) $x^2-4 \geq 0, |x| \geq 2$, 定义域为 $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$.

(5) $1-x^2 \neq 0$ 且 $x+2 \geq 0$,

即 $x \neq \pm 1$ 且 $x \geq -2$, 定义域为 $[-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

(6) $x \neq 0$ 且 $1-x^2 \geq 0, x \neq 0$ 且 $|x| \leq 1$, 定义域为 $[-1, 0) \cup (0, 1]$.

(7) $4-x^2 > 0, |x| < 2$, 定义域为 $(-2, 2)$.

(8) $x^2-3x+2 \neq 0, x \neq 1$ 且 $x \neq 2$,

定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$.

5. 用描点法作出函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的图形.

解 略.

6. 设 $f(x) = \sqrt{4+x^2}$, 求下列函数值:

$$f(0), f(1), f(-1), f\left(\frac{1}{a}\right), f(x_0), f(x_0+h).$$

解 $f(0) = \sqrt{4+0} = 2, f(1) = \sqrt{4+1^2} = \sqrt{5},$

$$f(-1) = \sqrt{4+(-1)^2} = \sqrt{5},$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right) = \sqrt{4 + \frac{1}{a^2}} = \frac{1}{|a|} \sqrt{4a^2 + 1},$$

$$f(x_0) = \sqrt{4+x_0^2}, f(x_0+h) = \sqrt{4+(x_0+h)^2}.$$

7. 若 $f(t) = 2t^2 + \frac{2}{t^2} + \frac{5}{t} + 5t$, 证明 $f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$.

证 $f\left(\frac{1}{t}\right) = 2\left(\frac{1}{t}\right)^2 + \frac{2}{\left(\frac{1}{t}\right)^2} + \frac{5}{\frac{1}{t}} + 5\frac{1}{t}$

$$= 2t^2 + \frac{2}{t^2} + \frac{5}{t} + 5t = f(t).$$

8. 设 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3}, \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3}, \end{cases}$ 求 $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right), \varphi\left(\frac{\pi}{4}\right),$

$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right), \varphi(-2)$, 并作出函数 $y = \varphi(x)$ 的图形.

解 $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left|\sin \frac{\pi}{6}\right| = \frac{1}{2},$

$$\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left|\sin \frac{\pi}{4}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \left|\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right| = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\varphi(-2) = 0.$$

$y = \varphi(x)$ 的图形如图 1-1 所示.

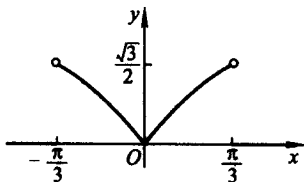


图 1-1

9. 下列函数中哪些是偶函数, 哪些是奇函数, 哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y = x^2(1-x^2);$

(2) $y = 3x^2 - x^3;$

$$(3) y = \frac{1-x^2}{1+x^2};$$

$$(4) y = x(x-1)(x+1);$$

$$(5) y = \sin x - \cos x + 1;$$

$$(6) y = \frac{a^x + a^{-x}}{2}.$$

解 (1) 记 $f(x) = x^2(1-x^2)$. 因为 $f(-x) = (-x)^2[1-(-x)^2] = x^2(1-x^2) = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数.

(2) 记 $f(x) = 3x^2 - x^3$. 因为 $f(-x) = 3(-x)^2 - (-x)^3 = 3x^2 + x^3 \neq f(x)$, 且 $f(-x) \neq -f(x)$, 所以 $f(x)$ 既非奇函数又非偶函数.

(3) 记 $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$. 因为 $f(-x) = \frac{1-(-x)^2}{1+(-x)^2} = \frac{1-x^2}{1+x^2} = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数.

(4) 记 $f(x) = x(x-1)(x+1)$. 因为 $f(-x) = (-x) \times [(-x)-1][(-x)+1] = -x(x-1)(x+1) = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数.

(5) 记 $f(x) = \sin x - \cos x + 1$. 因为 $f(-x) = \sin(-x) - \cos(-x) + 1 = -\sin x - \cos x + 1 \neq f(x)$, 且 $f(-x) \neq -f(x)$, 所以 $f(x)$ 既非奇函数又非偶函数.

(6) 记 $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$. 因为 $f(-x) = \frac{a^{(-x)} + a^{-(-x)}}{2} = \frac{a^x + a^{-x}}{2} = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数.

10. 设 $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$, 求 $\varphi(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$

及 $\psi(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$, 并指出 $\varphi(x)$ 及 $\psi(x)$ 中哪个是奇函数? 哪个是偶函数?

解 $\varphi(x) = 2x^2 - 3$, 是偶函数;

$\psi(x) = 6x$, 是奇函数.

11. 设下面所考虑的函数都是定义在对称区间 $(-l, l)$ 上的.
证明:

(1) 两个偶函数的和是偶函数,两个奇函数的和是奇函数;
(2) 两个偶函数的乘积是偶函数,两个奇函数的乘积是偶函数,偶函数与奇函数的乘积是奇函数;

(3) 定义在对称区间 $(-l, l)$ 上的任意函数可表示为一个奇函数与一个偶函数的和.

证 (1) 设 $f_1(x), f_2(x)$ 均为偶函数, 则 $f_1(-x) = f_1(x)$, $f_2(-x) = f_2(x)$. 令

$$F(x) = f_1(x) + f_2(x).$$

用 $-x$ 替换 x , 得

$$F(-x) = f_1(-x) + f_2(-x) = f_1(x) + f_2(x) = F(x),$$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x), g_2(x)$ 均为奇函数, 则 $g_1(-x) = -g_1(x)$, $g_2(-x) = -g_2(x)$. 令

$$G(x) = g_1(x) + g_2(x).$$

用 $-x$ 替换 x , 得

$$G(-x) = g_1(-x) + g_2(-x) = -g_1(x) - g_2(x) = -G(x),$$

故 $G(x)$ 为奇函数.

(2) 设 $f_1(x), f_2(x)$ 均为偶函数, 则 $f_1(-x) = f_1(x)$, $f_2(-x) = f_2(x)$. 令

$$F(x) = f_1(x) \cdot f_2(x).$$

用 $-x$ 替换 x , 得

$$F(-x) = f_1(-x) \cdot f_2(-x) = f_1(x) \cdot f_2(x) = F(x),$$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x), g_2(x)$ 为奇函数, 则 $g_1(-x) = -g_1(x)$, $g_2(-x) = -g_2(x)$. 令

$$G(x) = g_1(x)g_2(x).$$

用 $-x$ 替换 x , 得

$$G(-x) = g_1(-x)g_2(-x) = [-g_1(x)][-g_2(x)] = g_1(x)g_2(x) = G(x),$$

故 $G(x)$ 为偶函数.

设 $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 则 $f(-x) = f(x)$,
 $g(-x) = -g(x)$. 令

$$H(x) = f(x)g(x).$$

用 $-x$ 替换 x , 得

$$H(-x) = f(-x)g(-x) = f(x)[-g(x)] = -f(x)g(x) = -H(x),$$

故 $H(x)$ 为奇函数.

(3) 设 $f(x)$ 为定义于 $(-l, l)$ 上的任意一个函数, 令

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)].$$

$$\begin{aligned} \text{因为} \quad \varphi(-x) &= \frac{1}{2}[f(-x) + f(-(-x))] \\ &= \frac{1}{2}[f(-x) + f(x)] = \varphi(x), \end{aligned}$$

所以 $\varphi(x)$ 为偶函数.

$$\text{令} \quad \psi(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)].$$

$$\begin{aligned} \text{因为} \quad \psi(-x) &= \frac{1}{2}[f(-x) - f(-(-x))] \\ &= \frac{1}{2}[f(-x) - f(x)] \\ &= -\frac{1}{2}[f(x) - f(-x)] = -\psi(x), \end{aligned}$$

所以 $\psi(x)$ 为奇函数.

$$\text{而} \quad f(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)] + \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)] = \varphi(x) + \psi(x),$$

所以 $f(x)$ 可以表示为一个偶函数与一个奇函数的和.

12. 试证下列函数在指定区间内的单调性:

(1) $y = x^2$, $(-1, 0)$;

(2) $y = \lg x$, $(0, +\infty)$;

(3) $y = \sin x$, $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

解 (1) 记 $f(x) = x^2$. 设 $x_1, x_2 \in (-1, 0)$ 且 $x_1 < x_2$. 因为

$$f(x_2) - f(x_1) = x_2^2 - x_1^2 = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1),$$

$$x_2 + x_1 < 0, \quad x_2 - x_1 > 0,$$

所以 $f(x_2) - f(x_1) < 0$, $f(x_2) < f(x_1)$,

即 $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 内单调减少.

(2) 记 $f(x) = \lg x$. 设 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$. 因为

$$f(x_2) - f(x_1) = \lg x_2 - \lg x_1 = \lg \frac{x_2}{x_1},$$

而 $\frac{x_2}{x_1} > 1$, $\lg \frac{x_2}{x_1} > 0$, 所以 $f(x_2) - f(x_1) > 0$,

即 $y = \lg x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加.

(3) 记 $f(x) = \sin x$. 设 $x_1, x_2 \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 且 $x_1 < x_2$. 因为

$$f(x_2) - f(x_1) = \sin x_2 - \sin x_1 = 2\cos \frac{x_2 + x_1}{2} \sin \frac{x_2 - x_1}{2},$$

$$\text{而} \quad -\frac{\pi}{2} < \frac{x_1 + x_2}{2} < \frac{\pi}{2}, \quad \cos \frac{x_2 + x_1}{2} > 0,$$

$$\text{又} \quad 0 < \frac{x_2 - x_1}{2} < \frac{\pi}{2}, \quad \sin \frac{x_2 - x_1}{2} > 0,$$

所以 $f(x_2) - f(x_1) > 0$,

即 $y = \sin x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加.

13. 设 $f(x)$ 为定义在 $(-l, l)$ 内的奇函数, 若 $f(x)$ 在 $(0, l)$ 内单调增加, 证明 $f(x)$ 在 $(-l, 0)$ 内也单调增加.

证 设 $x_1, x_2 \in (-l, 0)$ 且 $x_1 < x_2$, 则

$$-x_1, -x_2 \in (0, l) \text{ 且 } -x_2 < -x_1.$$

由 $f(x)$ 在 $(0, l)$ 内单调增加, 得

$$f(-x_2) < f(-x_1).$$

因为 $f(x)$ 在 $(-l, l)$ 内是奇函数, 所以

$$f(-x_2) = -f(x_2), f(-x_1) = -f(x_1),$$

从而 $-f(x_2) < -f(x_1)$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$.

这就证明了对 $(-l, 0)$ 内任取的 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 因此, $f(x)$ 在 $(-l, 0)$ 内也单调增加.

14. 下列各函数中哪些是周期函数? 对于周期函数, 指出其周期:

$$(1) y = \cos(x-2); \quad (2) y = \cos 4x;$$

$$(3) y = 1 + \sin \pi x; \quad (4) y = x \cos x;$$

$$(5) y = \sin^2 x.$$

解 (1) 是周期函数, 周期 $l = 2\pi$.

(2) 是周期函数, 周期 $l = \frac{\pi}{2}$.

(3) 是周期函数, 周期 $l = 2$.

(4) 不是周期函数.

(5) 是周期函数, 周期 $l = \pi$.

15. 求下列函数的反函数:

$$(1) y = \sqrt[3]{x+1}; \quad (2) y = \frac{1-x}{1+x};$$

$$(3) y = \frac{ax+b}{cx+d} (ad-bc \neq 0), \text{ 又问当 } a, b, c, d \text{ 满足什么条件时, 这反函数与直接函数相同?}$$

解 (1) $y = \sqrt[3]{x+1}$ 改写为 $x = \sqrt[3]{y+1}$, 再解出 y , 即得反函数为 $y = x^3 - 1$.

(2) $y = \frac{1-x}{1+x}$ 改写为 $x = \frac{1-y}{1+y}$, 再解出 y , 即得反函数为

$$y = \frac{1-x}{1+x}.$$

(3) $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 改写为 $x = \frac{ay+b}{cy+d}$, 再解出 y , 即得反函数为

$$y = \frac{-dx+b}{cx-a}.$$