

铁路隧道结构物设计计算丛书

铁路隧道衬砌 结构矩阵分析



人民铁道出版社

5981081
18018655

铁路隧道结构物设计计算丛书

铁路隧道衬砌结构矩阵分析

北方交通大学建筑系隧道教研室
铁道部第一勘测设计院隧道科 编

人 民 铁 道 出 版 社

1 9 7 9 年 · 北 京

内 容 简 介

本书介绍使用电算进行隧道衬砌计算的方法。主要内容为矩阵力法和直接刚度法基本原理及其用于隧道衬砌的计算实例，详细介绍按BCY和DJS-21算法语言编制的用于正对称基本结构和偏压衬砌段的源程序，及其用于斜交洞口、拱式明洞时的源程序修改。

本书可供隧道及地下结构专业的工程技术人员及有关大专院校的教学人员参考使用。

铁路隧道衬砌结构矩阵分析

北方交通大学建筑系隧道教研室 编
铁道部第一勘测设计院隧道科

人民铁道出版社出版

责任编辑 刘曼华

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：10.5 字数：259千

1979年9月第1版 1979年9月第1次印刷

印数：0001—5,800册

统一书号：15043·6183 定价：1.10元

前 言

在兰州召开的全路隧道衬砌设计会议上，讨论决定编写有关铁路隧道衬砌结构的设计计算算例，以供广大铁路设计部门的技术人员及路外有关部门技术人员参考之用。为贯彻这一精神，本书介绍使用结构矩阵分析计算隧道衬砌结构的原理及计算算例。本书包括三部分内容：第一部分导论，对隧道衬砌结构计算方法的现状及其发展作了综合介绍；第二部分为矩阵力法及其在衬砌结构计算中的应用；第三部分为矩阵位移法（直接刚度法）及其在衬砌结构计算中的应用。后两部分均附有计算机程序及算例。

本书所采用的计算方法考虑了围岩与衬砌结构的共同作用，以弹簧支承（按温克列尔假定）模拟围岩的弹性抗力，按衬砌位移的实际情况，利用迭代法自行调整围岩弹性抗力的作用范围。铁路现行的隧道衬砌结构的标准设计，即按本书所介绍的矩阵力法进行计算的。

为了照顾不熟悉结构矩阵分析的读者的需要，对其有关的内容作了简要的介绍。对计算机程序也作了比较详细的说明，以供具有算法语言初步知识的同志能迅速了解计算程序的内容。

参加编写本书的有：北方交通大学张弥（第一章），张清（第四章，第五章），赵幸源（第二章，第三章）和铁道部第一勘测设计院贾满仓（第三章）等四同志。

由于我们水平有限，实际经验也不多，书中难免存在缺点和错误，诚恳的欢迎读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 导论.....	1
§ 1—1 衬砌结构的受力特点——衬砌与围岩的共同作用.....	1
§ 1—2 计算模型——衬砌结构体系的理想化.....	6
§ 1—3 分析方法.....	11
第二章 矩阵力法基本原理.....	12
§ 2—1 矩阵力法的基本概念.....	12
§ 2—2 结构单元的内力——单元节点力.....	13
§ 2—3 单元柔度矩阵与组合单元柔度矩阵.....	16
§ 2—4 静定结构的位移.....	20
§ 2—5 多余未知力的求解.....	22
第三章 隧道衬砌结构矩阵力法分析.....	24
§ 3—1 计算图式.....	24
§ 3—2 基本结构图式.....	25
§ 3—3 衬砌内力的矩阵运算式.....	27
§ 3—4 各有关矩阵的计算.....	29
§ 3—5 衬砌承载能力检算.....	46
§ 3—6 程序设计.....	46
第四章 矩阵位移法基本原理.....	102
§ 4—1 位移法简述.....	102
§ 4—2 梁的挠曲微分方程式与单元刚度矩阵.....	104
§ 4—3 矩阵位移法.....	107
§ 4—4 直接刚度法.....	112
第五章 隧道衬砌结构直接刚度法分析.....	124
§ 5—1 计算图式.....	124
§ 5—2 单元刚度矩阵.....	125
§ 5—3 组成结构刚度矩阵.....	127
§ 5—4 求解节点位移和调整弹簧支承单元.....	129
§ 5—5 直接刚度法计算衬砌的基本步骤.....	130
§ 5—6 用直接刚度法计算隧道衬砌的计算机程序.....	130

第一章 导 论

§ 1—1 衬砌结构的受力特点——衬砌与围岩的共同作用

(一) 引言

隧道衬砌是建造在地层中的结构物(图1—1)。很久以来,人们就已经注意到,衬砌与它周围的地层(围岩)之间存在着共同作用,也就是说,在受力变形过程中,围岩和衬砌犹如一个结构体系共同承载。这一点很重要,因为若没有这种共同作用,也就是说,围岩没有任何的承载能力,那么,衬砌就必须按围岩在开挖坑道前的原始应力状态来设计,即衬砌应当能承受垂直压力 γH 和水平压力 $\xi\gamma H$ (γ 为围岩的容重, H 为隧道的埋深, ξ 为侧压力系数),以及承受这种情况下的地质构造应力。由简单的计算就可看出,即使埋深不大,也很难设计出一种衬砌能满足这个要求。而实际情况是,即使在埋深很大时,只要仔细开挖,及时支护,充分发挥围岩自身的承载能力,仅薄薄的喷一层混凝土就能起到支护作用。

多年来,人们利用衬砌与围岩共同作用的特性,在各种地质条件下,使用较简易的建筑材料,修建了许多规模很大的地下工程。

所以,在隧道衬砌的受力分析中,如何考虑衬砌与围岩的共同作用,从而使衬砌设计得更加经济合理,一直是地下结构理论中的一个十分重要的研究课题。

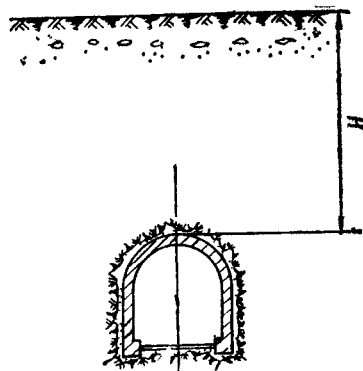


图 1—1

(二) 衬砌与围岩共同作用的讨论

随着科学技术的发展,在三十年代初期,人们对衬砌与围岩的共同作用就已经有了一定的认识,即认为围岩对衬砌的作用有两种,一种作用是主动性质的,是由于在地层中开挖坑道,引起围岩的松动,对衬砌施加了压力;这种围岩的主动压力称之为围岩压力。另一种作用是被动性质的,是由于围岩和衬砌周边紧密接触,当衬砌在荷载作用下向围岩方向变形而压迫围岩时,围岩就会对衬砌产生反作用力来抵制它的变形;这种围岩的被动反作用力称之为弹性抗力。衬砌就是在围岩的主动压力和被动抗力同时作用下进行工作的。

基于这种认识的衬砌计算方法很多,也一直是我国地下工程中采用的主要方法。

以前,在我国铁路整体式隧道衬砌标准设计中所用的方法就属于这个范畴。它认为当衬砌受到主动荷载(围岩压力、衬砌自重等)的作用后,衬砌产生变形,一部分结构背离围岩,因此围岩对它不发生弹性抗力,从而形成脱离区。而另一部分结构向着围岩方向变形,压迫围岩,因而引起围岩给它的弹性抗力,形成抗力区。抗力区的范围和分布,抗力的大小,与主动荷载、衬砌的力学特性以及围岩的物理力学特性有关。围岩的抗力,按照局部变形理论的简化假设,其方向是沿衬砌轴线法向,而与法向位移反向,其数值等于

$$\sigma = K \delta \quad (\text{t/m}^2) \quad (1-1)$$

式中 δ ——衬砌轴线法向位移 (m)；

K ——围岩的弹性抗力系数 (t/m^3)，与围岩物理力学性质和施工回填质量有关。

由于弹性抗力的大小和范围与衬砌位移有关，而位移又取决于抗力，故衬砌计算是一个非线性的问题，用一般结构力学方法不能解决。为了使上述问题线性化，在这个方法中对抗力区的抗力分布曲线作了假设，即假定抗力图形呈抛物线形，抗力范围上零点的位置与衬砌中心轴夹角为 $45^\circ \sim 60^\circ$ ，下零点的位置取在墙脚，最大抗力作用点的位置在衬砌最大跨径处，如图 1—2 所示。抗力曲线一经假定，问题就成为通常的超静定拱的求解。显然，这个方法的缺点是对抗力曲线作了预先的假定，它与衬砌的实际变形相差很大。

为了避免预先假定抗力曲线的这个缺点，我国建筑科学研究院的同志根据衬砌的实际受力情况，将衬砌计算化为非线性常微分方程的边值问题，然后用差分法进行数值解，并得到了满意的结果。

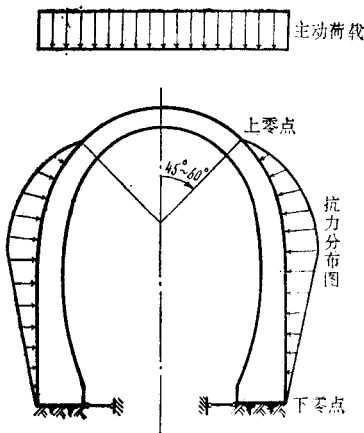


图 1—2

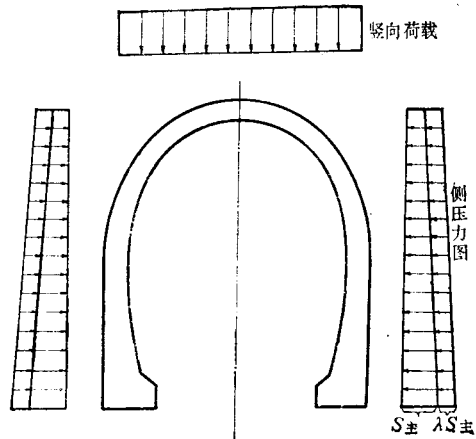


图 1—3

另外，还有一些更为简单的处理方法，例如，德西蒙 (Desimon) 就建议用加大侧压力的方法来考虑衬砌与围岩的共同作用，即作用在衬砌上的总侧压力为 (图 1—3)：

$$S_{\text{总}} = (1 + \lambda) S_{\text{主}} \quad (1-2)$$

式中 $S_{\text{主}}$ ——主动侧压力，按库伦-朗金公式计算；

λ ——经验系数，取决于围岩的物理力学性质，可按图 1—4 选取*。

上述各种方法中所存在的主要问题是：它虽然考虑了衬砌与围岩的共同作用，但是很不完全。因为它们只是在一部分周边上 (抗力区) 考虑了这种作用，而在决定围岩的主动压力时，却又认为这种围岩压力完全是由于从围岩中脱离出来的松碎岩石的重量所引起的，即所谓围岩的松动压力，根本没有考虑衬砌与松动岩石之间的共同作用。其实，隧道围岩从变形到破坏而崩塌，从稳定到丧失稳定都有一个从量变到质变的过程。这种转变又都有一定的条件，否则就不可能转化。所以，并不是所有的洞穴在开挖后，都会引起围岩的崩塌，大部分是处在围岩已发生变形、松动但未崩塌的状态之中，如衬砌灌注及时，与围岩比较密贴，则此时作用在衬砌上的围岩压力就表现为一种形变压力。衬砌既然是用来阻止围岩变形的结构

* 图 1—4 取自 G·F·德利塔拉《隧道衬砌计算》，29页。人民铁道出版社，1976年版。

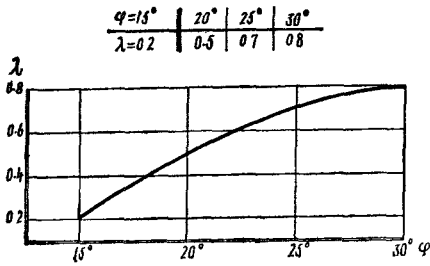


图 1-4

物, 那么, 衬砌受力后的变形特性, 即衬砌的刚度和修建衬砌的时间都直接影响围岩压力的大小和分布情况。很多实验和理论研究都说明了作用在衬砌上的围岩压力是随着衬砌刚度的加大而增大。图 1-5 (a) 表示了由于开挖坑道而引起的围岩应力重分布的理论解。在图上把刚性大的和刚性小的衬砌, 在同一时间施工时的应力重分布状态分别用实线和虚线表示。从图上可看出, 尽管柔性衬砌的坑道壁面的法向变形 u_0 大, 但作用在其上的围岩压力要小。

图 1-5 (b) 表示作用在刚性支柱和可缩性支柱上的围岩压力各不相同。刚性支柱在安设后 185 天, 作用在它上面的围岩压力可达 20 吨。而可缩性支柱, 虽然变形已达 34 毫米, 但其上的围岩压力始终不过 4~5 吨。

图 1-6 * 表示在某种围岩中, 坑道壁面径向应力 σ_r 和壁面径向变形 u_r 的关系曲线。虽然, 这个关系随围岩的原始应力 σ_0 和岩体的应力应变关系而变, 但其增大趋势是以后发生的。从图中可看出, 当衬砌的刚度大到能够阻止 u_r 几乎不发生, 这时产生的 σ_r 在极端的情况下就成为接近覆盖层土柱重。可是只要有少许径向变形, σ_r 就急剧减少。如果 u_r 继续增大, 则 σ_r 又转向增大趋势。这是因为变形过大引起围岩极大松动而形成崩塌。所以说, 衬砌刚度不能太大, 但也不能长时间不衬砌, 或衬砌背后留下很大的空间, 让围岩自由变形引起

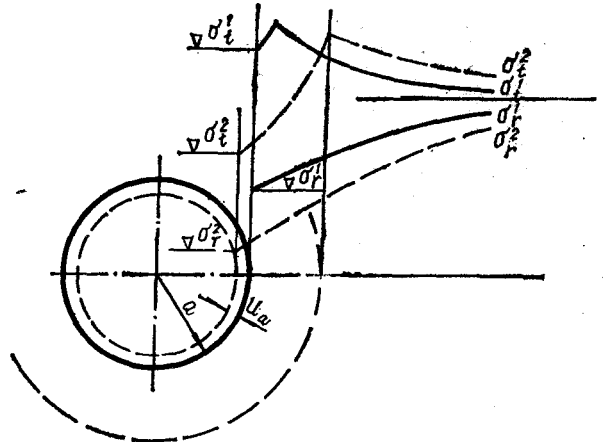


图 1-5 (a)

- σ_r^1 —— 刚性大的衬砌, 围岩中法向应力;
- σ_r^2 —— 刚性小的衬砌径向变形为 u_0 时围岩中法向应力;
- σ_t^1 —— 刚性大的衬砌, 切向应力;
- σ_t^2 —— 刚性小的衬砌, 切向应力。

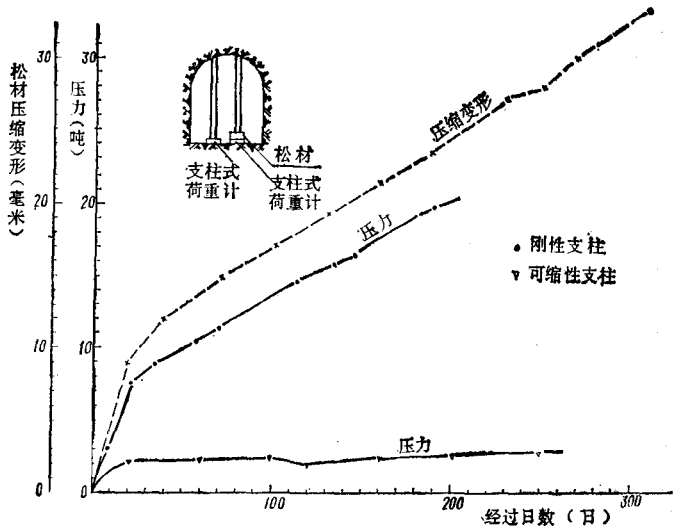


图 1-5 (b)

* 图 1-5, 图 1-6 的资料可参阅“隧道译丛” 45 页, 1977.4 或 Н.С.Бульчев 等著“Расчет Крепи Капитальных Горных Выработок” 59 页, 1974 年版。

崩塌。

其次，将围岩压力划分为主动压力和被动压力，也是人为的，和围岩压力实际作用的条件不符。大多数现场量测的结果表明，无论采用何种手段，在现场都只能测得一种统一的压力值，根本无法区分那些是被动的，那些是主动的。图 1—7 就是长沙铁道学院 1973 年 7 月在京广线长沙隧道中所测得的围岩压力分布曲线*。

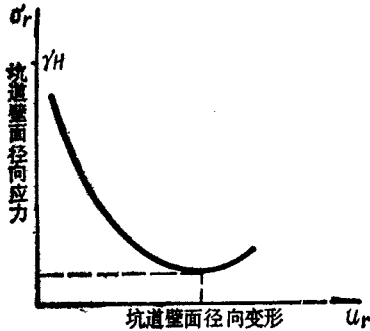


图 1—6

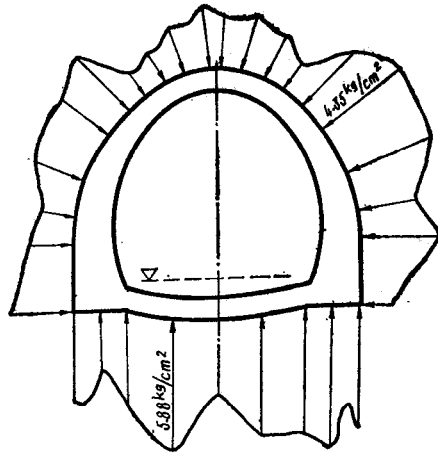


图 1—7

因此，根据目前的科学技术水平，一个完整的隧道衬砌应力分析的方法，应能解决以下三方面的问题：

1. 围岩稳定性的分析。以确定围岩丧失稳定的形态，没有支护的坑道的壁立时间等。

2. 衬砌与围岩的共同作用的分析。根据修建衬砌时围岩的形态，以确定衬砌与围岩共同作用的物理模型，从而确定作用在衬砌上的围岩压力。例如，在完整的围岩中，用隧道掘进机开挖圆形坑道，并在围岩没有松动前，即修建紧贴围岩的弹性衬砌。此时，衬砌与围岩共同作用的模型就可认为是弹性平面内嵌入一个弹性圆环，如图 1—8 所示。围岩作用在衬砌上的压力，就是围岩与衬砌接触边界上的接触应力 σ_r 和 σ_t ，可用弹性理论求解。不过要指出，上述的例子太理想化了，事实上完整的围岩与衬砌之间常存在一个充填着松动岩石的非弹性变形区域。此时，衬砌与围岩共同作用的物理模型应认为是弹塑性的，仅能用弹塑性理论求解。若塑性变形过度发展，围岩开裂而成碎块，则理论分析就较难进行了。

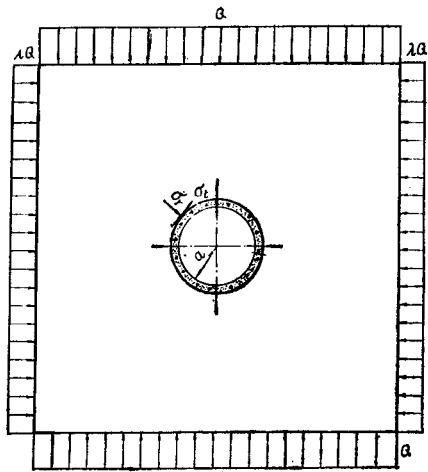


图 1—8

3. 衬砌强度和稳定性的分析。在厚度很大的衬砌中不存在稳定的问题，但对于薄衬砌，稳定性的问题就应予以重视。

* 见铁道部科情所《隧道衬砌技术资料汇编》41页，1975.10。

所以，目前衬砌的应力分析基本上沿着两个方向发展：

1. 将围岩与衬砌分开来考虑，而作用在衬砌上的围岩压力，按现场实测结果或实验室量测结果而定（不分主动和被动），衬砌即可用一般结构力学方法求解。

2. 将围岩与衬砌统一在一个计算模型中，用有限单元法求解，而对一些形状规则的坑道，如圆形的、椭圆形的等也可进行解析解。

其中特别是有限单元法发展最快。在分析一些形状不规则，地质条件复杂的大型地下结构时，它几乎是唯一可行的办法。它能对各种复杂的围岩情况，如各向异性、节理裂隙、初始应力场等；衬砌与围岩间的回填情况，如干砌片石、同级混凝土等；以及开挖过程，如全断面一次开挖、分部开挖等做出合理的力学抽象，既能较真实地反映围岩的实际情况，又便于采用电子计算机高速运算。

图 1—9 表示了一个在成层的各向异性围岩中的隧道衬砌计算实例。图 1—9 a 是它的真实情况，衬砌与围岩之间用同级混凝土回填，两者粘贴得很牢靠。图 1—9 b 是它的平面问题的计算模型——衬砌结构系统的理想化。作用在计算模型上的荷载则是由围岩中的初始应力场以及由于开挖隧道而形成应力释放所共同引起的。具有层状结构面的围岩理想化为“层面不抗剪的弹性材料”，这种材料不仅沿着层面的法向不能传递拉应力，而且层面本身不能抗剪，其抗剪完全靠摩擦力，而层面间的围岩则是弹性体，因此，它在垂直层面和平行层面的方向上的弹性性质是不同的；衬砌为能传递轴力、弯矩、剪力的直梁单元的组合物体；由于衬砌与围岩之间粘贴得很牢靠，故两者可视为铰接。所取模型的边界一般应大于隧道最大的开挖尺寸的很多倍，根据圣唯南原理，取坑道最大尺寸的 6 倍就能较好地反映出围岩的弹性反作用。其位移边界条件假定为：在侧面上的各节点仅允许有垂直变位，在底面上没有变位，而在自由表面上的各节点的变位是不受约束的。

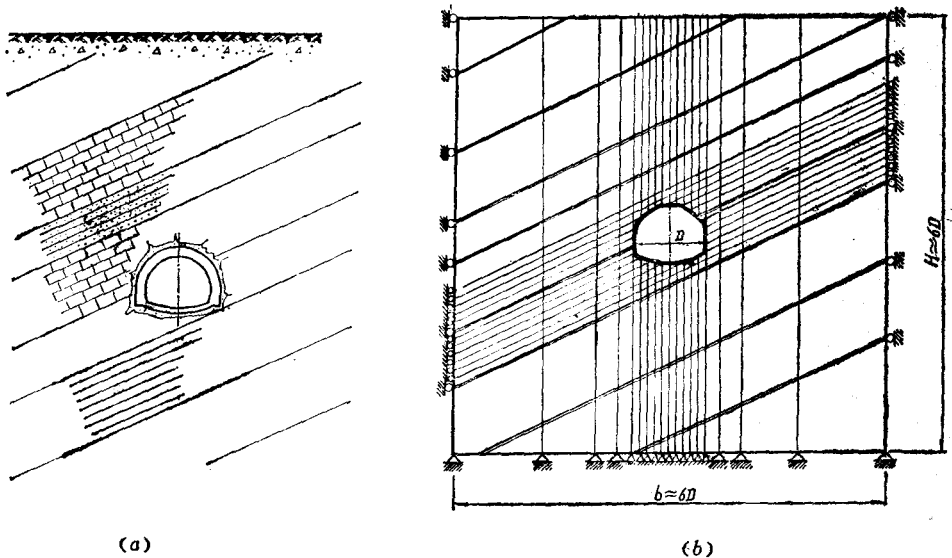


图 1—9

应当指出，作为现代的衬砌计算方法，上述的二种虽然都还存在一些尚未解决的问题，如第一种方法中，目前现场实测还只能测出衬砌轴线法向的围岩压力，而对切向的围岩压力就较难测定。理论分析表明，若衬砌上作用有切向荷载，则衬砌中的弯矩值，就比仅有

法向荷载时的为小*。如第二种方法中,围岩的初始应力场就很难准确地进行描述。但是这两种方法都还是能较好地反映了实际情况。不过对我们铁路隧道来说,采用这二种方法都还存在一定的问题。因为,铁路隧道的特点是数量多,规模小,地质条件千变万化。这就很难对每座隧道都进行精确的工程地质勘测,因而,所得的原始资料的可靠性就比较差。而在上述的二种计算方法中,它们计算结果的正确性在很大程度上取决于原始资料的可靠性。所以,就有必要选择一种较简单的,精度差一点的,但尚能在一定程度上反映衬砌受力特点的计算方法,以适应铁路隧道衬砌设计的需要。

本书向读者推荐的方法——衬砌结构矩阵分析法,就属于后者,它易于为读者接受,便于电子计算机高速运算,又避免预先假定抗力图形的缺点。这也是新编制的铁路隧道衬砌标准图中所采用的方法。它的基本思想是:采用符合局部变形假设的弹簧地基来模拟围岩,而不采用连续弹性体;再将衬砌与围岩二者所组成的衬砌结构体系离散化为有限个衬砌单元和弹簧单元所组成的组合体。其次,确定由主动荷载(如围岩压力、衬砌自重等)直接作用在计算模型上所引起的变形,变形的轮廓就是衬砌与围岩相互作用区域。这可以用逐次渐近的方法求得,其方法是:先假定衬砌的某一段周边处在相互作用区域,求出衬砌的变形轮廓,然后从没有相互作用的区域拿掉弹簧单元,再进行第二次计算,经过检查又取掉新的不起作用的弹簧单元,若在上次被拿掉弹簧单元的地方又发现新的相互作用,则必须再加上弹簧单元,如此反复进行,直到弹簧单元都正好放在相互作用的地方为止。

§ 1—2 计算模型——衬砌结构体系的理想化

如上所述,矩阵分析的前提是结构的理想化,就是将结构看成为有限个单元的组合物,而单元之间仅在单元端点(称为节点)处相互连接,作用在结构上的外荷载和内力都只能通过节点进行传递,以节点力或节点位移来代表整个结构的受力状态和变形状态。这里的节点力和节点位移都是广义的,包括轴力、弯矩、剪力以及线位移、转角。

对衬砌系统来说,结构的理想化包括四部分内容:

(一) 衬砌本身的理想化

由结构力学可知,一般的杆系结构常常可离散成杆、梁、柱等单元,并将单元的联结点视为节点,当然根据实际问题的需要,还可将荷载作用点或其他由于某种原因所确定的点做为节点,将杆件再划分为更小的单元。对于隧道衬砌来说,它基本上属于实体的拱式结构,其中弯矩和轴力是主要因素,所以可将衬砌离散化为一些同时承受弯矩和轴力的直杆所组成的折线形组合物。衬砌单元的力学性质——荷载和位移的关系,由弹性梁理论确定,即它是小变形的,并符合虎克定律。通过衬砌单元可传递弯矩、轴力和剪力。单元数目视计算精度的需要而定**。对一般衬砌来说,整个衬砌不要少于16个单元。原则上每个单元的长度可以是不等的,但为了计算方便,常以起拱线为界,拱、墙的单位各取相等的长度。同时又假定每个单元都是等厚度的;其计算厚度有三种取法:

1. 取单元两端厚度的平均值;
2. 取单元中点的厚度;

* 建筑科学研究院《弹性地基译文第二集》91页,1975.1.

** 拱结构用直杆单元作为离散单元时,其近似的程度取决于所取直杆单元的数目。由图示的简单例子即可看出。

图 式					
比较事项		精 确 解	两 个 单 元	四 个 单 元	六 个 单 元
中央点位移 ($\times 10^{-1} \frac{PR^3}{EI}$)		-0.12644	-0.01173	-0.11490	-0.12073
中 央 点 内 力 X P	X	0.45573	0.49502	0.45499	0.45538
	Y	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5
	M/R	0.15271	0.00249	0.12140	0.13887

本例取自樽木武者“マトリックス构造解析法”273页。

3. 取单元的平均厚度。

边墙底端是直接放在围岩上的，故可以认为边墙底端是弹性固定的，能产生转动和垂直下沉，但由于边墙底面和围岩之间摩擦力甚大，故可假定其不能产生水平位移，此时需在边墙底面的水平方向上加以约束。衬砌本身理想化的模型如图 1—10 所示。

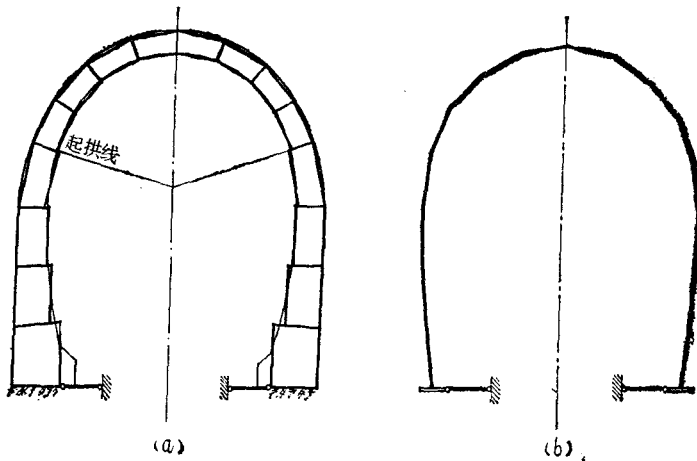


图 1—10

对于带耳墙的明洞，其理想化的模型基本上与隧道衬砌的相同，仅当拱和边墙的轴线不连续时，需要添加一个特殊衬砌单元，如图 1—11 所示。

当结构和荷载都对称时，计算只需要在一半衬砌上进行。而且，此时两边墙脚的垂直下沉是相等的。均匀的下沉不会引起结构的附加内力。所以，在计算中只需要考虑边墙底面弹性固定的转动，而不计它的沉陷。但是在荷载或结构不对称时，就会产生不均匀的下沉，此时就会引起结构中附加内力，因此，在计算中应予以考虑。

如需要在计算中考虑仰拱的作用，则可将仰拱、边墙和拱圈三者一并考虑，其理想化如图 1—12b 所示。不过在绝大多数情况下，仰拱都是在拱圈和边墙受力变形基本稳定后才修

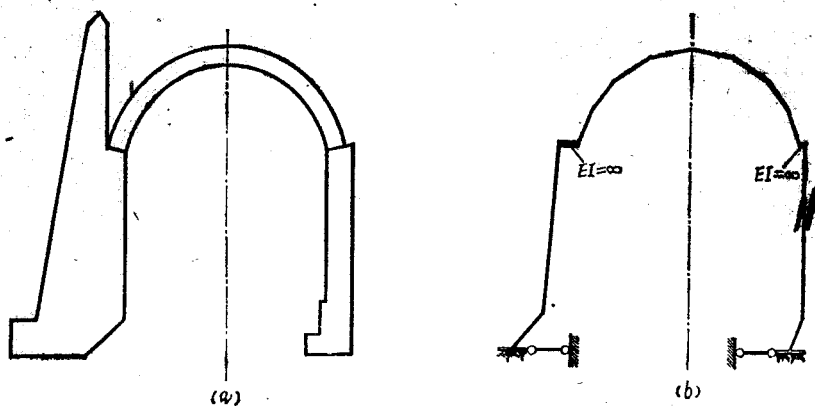


图 1-11

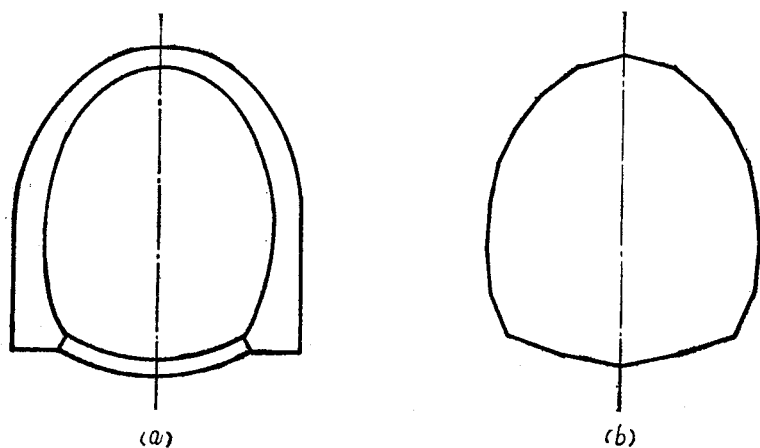


图 1-12

建的，不能将它一起计算。

(二) 围岩的理想化

如上所述，本书中采用弹簧地基来模拟围岩，所以，在衬砌的周边上而与围岩相互作用的区域内，用弹簧（又称弹簧支承）来代替围岩对衬砌的约束作用，如图 1-13 所示。这种弹簧服从局部变形的假设； i 点处弹簧对衬砌的反作用力（弹性抗力）正比于该弹簧的压缩长度；而弹簧的弹性常数可由围岩的弹性抗力系数（ K ）和围岩与衬砌单元的接触面积的乘积而得，即

$$k = K h b \quad \text{t/m} \quad (1-3)$$

式中 h —— 相邻两衬砌单元长度的一半(米)；

b —— 衬砌的计算宽度，在平面变形问题中 $b = 1$ 米；

K —— 围岩的弹性抗力系数，在规范给定的范围内选用，应与回填质

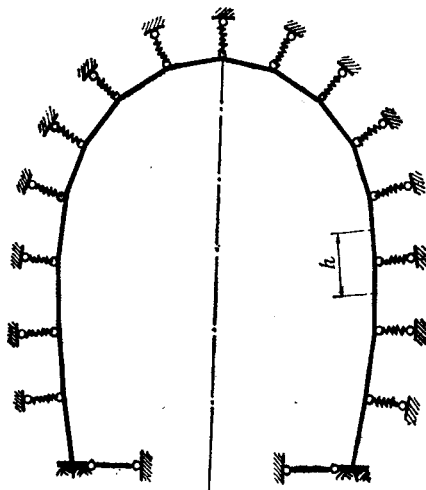


图 1-13

量和其材料联系起来考虑，在拱脚以上1米范围内和边墙底部因回填密实可采用较大数值。拱顶中部和边墙范围内回填不如上述部位密实，则采用较小一些的数值。如根本没有回填，则可取 $K=0$ （对于位移法）或取掉该处的弹簧。

至于弹簧设置的方向完全应该按照衬砌和围岩间联系情况而定。例如对于用混凝土泵灌注的整体式衬砌，它和围岩粘结非常牢固，也就是说两者之间不仅能传递法向力而且还能传递剪切力。那末围岩不仅能限制衬砌轴线的法向位移，而且还限制衬砌轴线的切向位移。此时，最好设置两根弹簧，一根法向设置，代替围岩的法向约束，一根切向设置，代替围岩的切向约束（图1—14a）。又如一般浆砌片石或干砌片石回填，衬砌和围岩之间没有粘结力，只有当衬砌压向围岩变形时，围岩才能给予约束。也就是说二者之间只能传递法向压力而不能传递法向拉力，如忽略衬砌与围岩接触面上的摩擦力，则弹簧就应该沿衬砌轴线的法向设置（图1—14b）。

又如衬砌背后用同级混凝土回填，则衬砌与围岩的粘结就比较好，此时二者之间不仅能传递法向压力，而且还能传递少量法向拉力（不超过衬砌和围岩之间的粘结力），而衬砌与围岩接触面方向的抗剪强度，则是压应力的函数，遵循摩尔-库仑条件，即

$$\tau \leq \delta \sigma \varphi + c \quad (1-4)$$

式中 τ, δ ——衬砌与围岩接触面的切向和法向应力；

φ ——衬砌与围岩间的摩擦角；

c ——衬砌与围岩间的粘结力。

故此时弹簧设置的方向应偏离衬砌轴线的法向一个似摩擦角 $\bar{\varphi}$ ，如图1—14c所示。为了简化计算也可以将弹簧水平设置（图1—14d）。后面两种情况，其计算结果十分相近*。

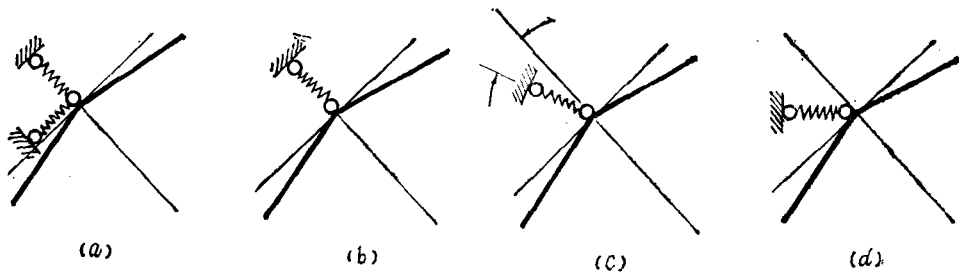


图 1-14

由于采用弹簧地基来模拟围岩，所以边墙脚的弹性固定的弹性性质也完全服从局部变形的假设，它的荷载-位移关系式在后面几章中叙述。

(三) 外荷载理想化——等效节点荷载

隧道衬砌所承受的外荷载，除了结构自重外，主要就是围岩压力。这里要着重指出的，就是在确定围岩压力的大小和分布规律时，除了根据围岩类别外，还必须根据地质构造，施工方法等多种因素综合考虑。

由于在矩阵分析中，认为作用在结构上的外荷载和内力都只能通过节点进行传递。所以结构理想化的另一个重要内容，就是将作用在单元中间的荷载，无论是分布荷载或是集中荷载都应置换成作用在单元节点上的荷载，称为节点荷载。在进行结构矩阵分析时，严格地说，应按静力等效的原则进行置换，即节点荷载所做的虚功应等于单元上荷载所做的虚功。

*见“铁路标准设计通讯”11页，1977.1—2期合刊。

但这里因荷载的准确性较差，故可按简单而近似的办法，即按简支分配的原则进行置换。这也是过去衬砌计算中常用的办法。例如要将竖向匀布荷载 q 置换为节点荷载，就可按图 1-15 所示办法进行。节点荷载等于匀布荷载的集度 q 乘上节点相邻两单元水平投影的一半，再乘上衬砌的计算宽度 b ，平面变形问题中， b 常取等于 1。

例如，第 1 节点的节点荷载 P_1 为：

$$P_1 = qb \frac{x_1 + (x_2 - x_1)}{2} = qb \frac{x_2}{2} \quad (1-5)$$

第 2 节点的节点荷载 P_2 为：

$$P_2 = qb \frac{(x_2 - x_1) + (x_3 - x_2)}{2} = qb \frac{x_3 - x_1}{2}$$

但对拱脚节点荷载，就只将剩下的半个单元长的分布荷载作为集中力移至拱脚节点上，而又常略去迁移力时所产生的力矩。

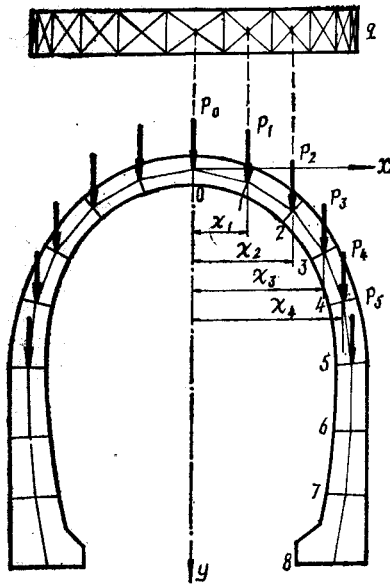


图 1-15

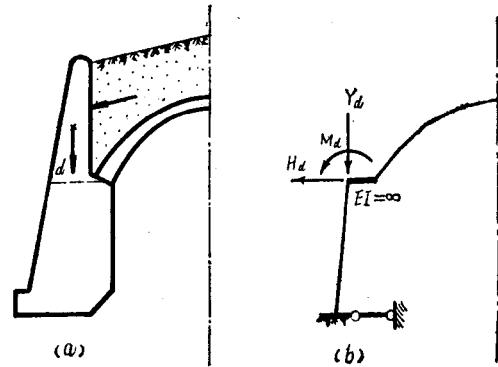


图 1-16

对于带耳墙的明洞，作用在耳墙上的土压力也应化为节点荷载移至节点上。此时因力臂较长，迁移力时所产生的力矩不能忽略，如图 1-16 所示。

(四) 单元和节点编号，边界条件

在衬砌的矩阵分析中，为了能使电子计算机自动地有条不紊地进行运算，必需对结构的离散单元和节点进行编号。对一般的结构来说，特别是对大型结构，编号顺序的好坏直接影响计算的时机和需要的内存。但隧道衬砌的节点都在一条连通的曲线上，只要按节点依次编号，无论是顺时针或逆时针都可以。

无论何种衬砌结构系统，都有一定的位移边界条件。所谓边界条件，就是通常所说的结构支承方式或支承条件。例如上面已提到过，衬砌边墙的底面与围岩间存在着很大的摩擦力，使其不能产生水平移动，此处用一刚性链杆加以约束；模拟围岩的弹簧都必须正好设置在相互作用的区域内；弹簧的底座都是固定不动的，以上这些就是衬砌分析时的边界条件。

§ 1—3 分析方法

上节的内容，是为了矩阵分析的需要，叙述了隧道衬砌结构系统如何理想化的基本观点。本节将简略地叙述在衬砌和围岩相互作用条件下，如何完成其分析的方法。

如上所述，对衬砌与围岩相互作用的分析，是采用逐次渐近法来进行的，也就是先假定衬砌的全周边，或根据以往的计算经验和施工情况假定某几段周边是处在相互作用区域内，然后逐次的修改它，直到前后两次得出的相互作用区域相同为止。

在具体运算中仍然以结构力学的基本理论为基础，即任一结构的分析，应同时保证满足以下两个条件：

1. 平衡条件 结构的整体和任一单元都必须保持静力平衡；
2. 变形谐调条件 交汇于一个节点上的各单元，在外力作用下引起单元变形后，必须仍保持交汇于一点。而整个结构的各节点上都应同时满足变形谐调条件。

除了上述两个基本条件外，还必须满足上面提到过的边界条件，小变形条件和虎克定律（围岩的离散单元——弹簧在迭代过程中仍然假定是线性弹性的）。

衬砌结构矩阵分析的基本方法是力法和位移法（刚度法及直接刚度法）。它们的最终形式，都是根据以上条件而建立的线性方程组。力法是根据变形谐调条件而建立的力法方程，而位移法则根据节点的静力平衡条件。这两种方法各有特点，所以本书在以后的叙述中对两种方法都将详细讨论，并于力法和位移法后各有一章叙述其电子计算机程序的编写方法，还附有用最简单最直接的方法编写的程序，以供参考。

第二章 矩阵力法基本原理

§ 2—1 矩阵力法的基本概念

矩阵力法与普通结构力学中的力法一样，都是将超静定结构的多余未知力作为未知数，求解结构在已知荷载作用下的内力和位移。但是在数学运算上采用了矩阵，以使数学表达式简明和便于组织自动化计算。此外，在进行结构矩阵分析时，是以理想化的结构为对象的，这也是结构矩阵分析法不同于普通结构力学方法的一个重要特点。

对于一个静定结构，其内力和反力可由静力平衡条件求得；而对于一个超静定结构则仅由静力平衡条件不足以对问题求得唯一解。必须同时考虑变形协调条件，即静定的基本结构在外荷载和多余力作用下，应保持原有超静定结构的变形状态，才能解出超静定结构的多余未知力，从而求出结构的内力和反力。

根据变形协调条件建立的附加方程式，就是力法典型方程式。一个超静定结构，可以通过切开(或去掉)多余杆件或取掉多余约束而变成静定结构。如图 2—1 (a) 所示之超静定刚架，可通过去掉右端多余约束而得静定的基本结构如图 2—1 (b)。图 2—2 所示之桁架，为三次超静定，将 14、15、16 三杆切开，就成为静定的基本结构。根据变形协调条件，切口处截面的相对位移为零。由此，便可列出结构力学中的力法典型方程式：

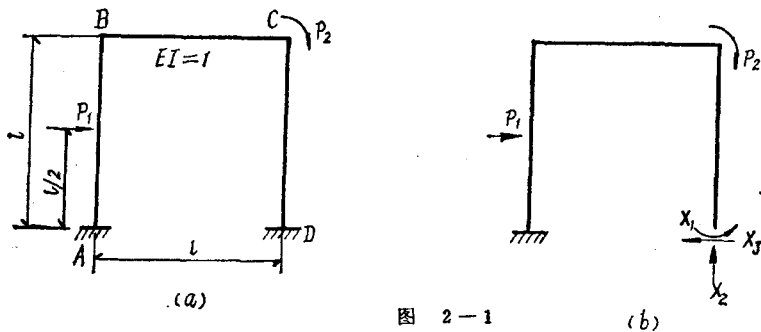


图 2—1

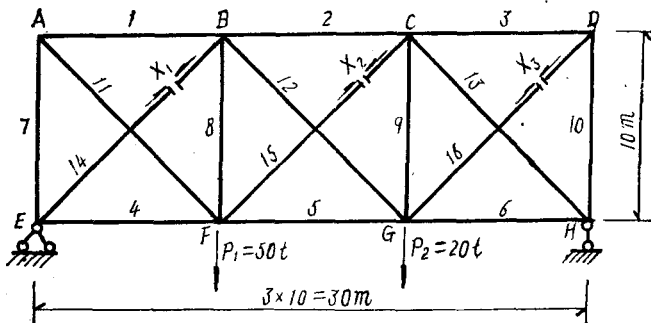


图 2—2