

小学 趣味 数学 辅导

孙年春
姚晓明 编写
曾德才

湖北教育出版社

小学趣味数学辅导

孙年春 姚晓明 曾德才 编写



湖北教育出版社

(鄂)新登字02号

小学趣味数学辅导

◎ 孙年春 姚晓明 曾德才 编写

湖北教育出版社出版、发行

(430022·武汉市解放大道新育村33号)

新华书店经销

仙桃市新华印刷厂印刷

(433000·仙桃市仙下河北路15号)

*

787×1092毫米32开本 7.75印张 1插页 163 000字

1992年2月第1版 1995年7月第3次印刷

印数: 10 001—20 000

ISBN 7—5351—0795—8/G·609

定价: 6.70元

如有印刷、装订影响阅读, 请直接与承印厂调换

内 容 提 要

《小学趣味数学辅导》一书，把一些有代表性的趣味数学题归纳成：找规律、巧妙的计算、数数算算、年龄问题、时钟问题、巧移火柴棒、添运算符号、巧填数字、剪剪拼拼、考考智力、数的整除、形和体、数字谜、巧妙的排列、错题门诊、代数解题、分析和推理、特殊的解题方法、一题多解、应用题巧解、小游戏、数学接力赛、看谁答得快、考考你等24个类型进行了辅导，主要从趣味数学的思维方法和计算规律方面进行了分析和讲解。各类题目还配有一定的练习，书后附有参考答案，便于学习时查对。本书可作为小学中、高年级趣味数学教材或学生课外读物。

目 录

一 找规律	1
二 巧妙的计算	8
三 数数算算	13
四 年龄问题	21
五 时钟问题	24
六 巧移火柴棒	27
七 添运算符号	34
八 巧填数字	39
九 剪剪拼拼	48
十 考考智力	55
十一 数的整除	60
十二 形和体	65
十三 数字谜	73
十四 巧妙的排列	78
十五 错题门诊	83
十六 代数解题	89
十七 分析和推理	93
十八 特殊的分析方法	100
十九 一题多解	104
二十 应用题巧解	110
二十一 小游戏	116

二十二	数学接力赛	125
二十三	看谁答得快	132
二十四	考考你(一)	137
二十五	考考你(二)	141
二十六	参考答案	145

一 找规律

例1 自1开始,每隔两个整数写出一个整数来,得到一列数:1、4、7、10……,问第100个数是几?

分析：关键的条件有两个，第一个数为1，从第二个数开始，后边一个比前边一个多3，根据这两个条件直接写出100个数有困难，但写出前几个数是容易的。

$$4 = 1 + 3$$

$$\therefore 7 = 4 + 3 = 1 + 3 \times 2$$

$$10 = 7 + 3 = 1 + 3 \times 3$$

从写出的这几个数很快可以发现这样一个规律：第二个数4是第一个数1加一个3。第三个数7是第一个数1加二个3。第四个数10是第一个数1加三个3。由此就可以想到：第100个数是第一个数1加99个3。

解：第100个数为：

$$1 + 3 \times 99 = 298.$$

例2 有一个一千位数，它的各位数字都是1，问这个数被7除余数是多少？

分析：求一个数除以另一个数的余数是很基本的问题，这个问题所以不能很快算出来，就是因为“一千位数”太大了，把它改小一点来分析，依次计算1、11、111、1111……除以7的余数： $1 \div 7 = 0$ 余1， $11 \div 7 = 1$ 余4， $111 \div 7 = 15$ 余6， $1111 \div 7 = 158$ 余5， $11111 \div 7 = 1587$ 余1， $111111 \div 7 = 15872$ 余4， $1111111 \div 7 = 158729$ 余6， $11111111 \div 7 = 1587299$ 余5， $111111111 \div 7 = 15872999$ 余1， $1111111111 \div 7 = 158729999$ 余4， $11111111111 \div 7 = 1587299999$ 余6， $111111111111 \div 7 = 15872999999$ 余5， $1111111111111 \div 7 = 158729999999$ 余1， $11111111111111 \div 7 = 1587299999999$ 余4， $111111111111111 \div 7 = 15872999999999$ 余6， $1111111111111111 \div 7 = 158729999999999$ 余5， $11111111111111111 \div 7 = 1587299999999999$ 余1， $111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999$ 余4， $1111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999$ 余6， $11111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999$ 余5， $111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999$ 余1， $1111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999$ 余4， $11111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999$ 余6， $111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999$ 余5， $1111111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999999$ 余1， $11111111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999999$ 余4， $111111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999999$ 余6， $1111111111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999999999$ 余5， $11111111111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999999999$ 余1， $111111111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999999999$ 余4， $1111111111111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999999999999$ 余6， $11111111111111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999999999999$ 余5， $111111111111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999999999999$ 余1， $1111111111111111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999999999999999$ 余4， $11111111111111111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999999999999999$ 余6， $111111111111111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999999999999999$ 余5， $1111111111111111111111111111111111111 \div 7 = 158729999999999999999999999999999999$ 余1， $11111111111111111111111111111111111111 \div 7 = 1587299999999999999999999999999999999$ 余4， $111111111111111111111111111111111111111 \div 7 = 15872999999999999999999999999999999999$ 余6， $11 \div 7 = 158729999999999999999999999999999999999$ 余5， $111 \div 7 = 1587299999999999999999999999999999999999$ 余1， $11 \div 7 = 15872999999999999999999999999999999999999$ 余4， $111 \div 7 = 158729999999999999999999999999999999999999$ 余6， $11 \div 7 = 1587299999999999999999999999999999999999999$ 余5， $111 \div 7 = 15872999999999999999999999999999999999999999$ 余1， $11 \div 7 = 1587299$ 余4， $111 \div 7 = 15872999$ 余6， $11 \div 7 = 1587299$ 余5， $111 \div 7 = 15872999$ 余1， $11 \div 7 = 1587299$ 余4， $111 \div 7 = 15872999$ 余6， $11 \div 7 = 1587299$ 余5， $111 \div 7 = 15872999$ 余1， $11 \div 7 = 1587299$ 余4， $111 \div 7 = 15872999$ 余6， $11 \div 7 = 1587299$ 余5， $111 \div$

除以7的余数： $1 \div 7 = 0$ 余1， $11 \div 7 = 1$ 余4， $\frac{1}{9} - \frac{1}{18}$

$$111 \div 7 = 15 \text{ 余 } 6,$$

$$1111 \div 7 = 158 \text{ 余 } 5,$$

$$11111 \div 7 = 1587 \text{ 余 } 2,$$

$$111111 \div 7 = 15873,$$

$$1111111 \div 7 = 158730 \text{ 余 } 1,$$

$$11111111 \div 7 = 1587301 \text{ 余 } 4,$$

$$111111111 \div 7 = 15873015 \text{ 余 } 5,$$

$$1111111111 \div 7 = 158730158 \text{ 余 } 2,$$

$$11111111111 \div 7 = 1587301587 \text{ 余 } 6,$$

$$111111111111 \div 7 = 15873015873.$$

不需要无休止地算下去了，我们很快发现6位数111111能被7整除，那么7位数1111111除以7的余数就等于1位数1除以7的余数，8位数11111111除以7的余数就等于2位数11除以7的余数4，也就是说，在所有数字为1的一千位数中，自左开始，每隔6位数一循环，发现了这个规律，本题的解决也就不难了。

解：因为 $1000 \div 6 = 166 \text{ 余 } 4$ ，

所以所有数字都为1的一千位数除以7的余数就等于4位数1111除以7的余数。

因此本题的答案为5。

例3 两个数的差与这两个数的积相等。用字母表示是： $a - b = a \times b$ 。你做过这样的作业吗？请在分数的计算练习中举出几个这样的例子来，看能不能归纳出一条规律。

解： $a - b = a \times b$ ，在分数计算中，就存在这种情况。例如：

$$1 - \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} - \frac{2}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{7}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \quad \frac{2}{9} - \frac{2}{11} = \frac{2}{9} \times \frac{2}{11}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \quad \frac{3}{4} - \frac{3}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \quad \frac{4}{5} - \frac{4}{9} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{9}$$

.....

经过观察，可以发现下面的规律：在分数计算中，如果两个分数的分子相等（分子不等于0），分母是互质数，而且两个分母的差刚好与它们的分子相等，那么这两个分数的差一定等于它们的积。用字母表示为：

$$a - b = a \times b.$$

练一练 1

1. 请你看看下列各排的数字，是按什么规律排列的？然后在（ ）内填上适当的数。

(1) 1、3、5、7、（ ）、11。

(2) 1、2、4、8、（ ）、32。

(3) 1、2、3、5、（ ）、13、21。

(4) 1、2、4、7、（ ）、16、22。

2. 看看下图（图1—1）中的数有什么规律，按照这个规律，填出图中所缺的数。

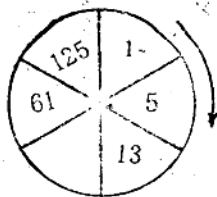


图 1-1

3. $3 \times 51 = 153$ 。你能再写出一个乘法算式，使它具有 $A \times BC = CBA$ 的形式吗？

4. $1089 \times 9 = 9801$ 。请你观察算式中被乘数、乘数与积之间的奇妙关系，直接写出下式的得数。

$$10989 \times 9 =$$

$$5. 142857 \times 2 = 285714$$

$$142857 \times 3 = 428571$$

$$142857 \times 4 = 571428$$

仔细观察上面三个算式，直接写出下面两式的得数。

$$142857 \times 5 =$$

$$142857 \times 6 =$$

$$6. 12345679 \times 9 = 111111111$$

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

根据这个规律试填下面的方格

$$12345679 \times \square = 444444444$$

$$12345679 \times \square = 555555555$$

$$12345679 \times \square = 666666666$$

$$12345679 \times \square = 777777777$$

$$12345679 \times \square = 83898888$$

$$12345679 \times \square = 999999999$$

7. $3 \times 4 = 12$, 这是用1、2、3、4四个连续的数字组成的乘法算式;

$13 \times 4 = 52$, 这是用1、2、3、4、5五个连续的数字组成的乘法算式。

你能用1—6, 1—8, 1—9, 0—9这些连续的数字分别组成一个乘数是一位数的乘法算式吗?

8. 看下图(图1—2), 求出下面式子中的“?”各表示什么数?

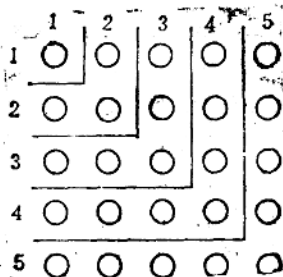


图 1—2

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1+3 = 4 = 2^2$$

$$1+3+5 = ? = 3^2$$

$$1+3+5+7 = 16 = ?$$

$$1+3+5+7+9 = ? = ?$$

观察上面的式子, 你能找出什么规律? 并根据这个规律, 迅速求出下面各式的答案。

$$(1) \quad 1+3+5+7+9+11=$$

$$(2) \quad 1+3+5+7+\cdots+19=$$

9. 一个大半圆内有100个大小不等的小半圆(图1—3), 这些小半圆的圆心都在大半圆的直径上。连同大半圆在内, 相邻两个半圆都相切, 已知大圆的周长为100厘米, 求所有小半圆的弧长之和。



图 1—3

10. 有一个1989位数, 所有数字都是8, $8888\cdots 38$ (共1989个), 求这个数除以26的余数?

11. 有一列数2、9、8、2……, 从第三个数起, 都是它前面两个数乘积的个位数字, 问这一列数的第100个数是几?

12. 如图1—4, 在直线上, 两个相距1分米的点A和B各有一只青蛙, A点的青蛙沿直线跳往关于B点的对称点 A_1 , 而B点的青蛙跳往关于A点的对称点 B_1 , 然后 A_1 点的青蛙跳往关于 B_1 点的对称点 A_2 , B_1 点的青蛙跳往关于 A_1 点的对称点 B_2 。如此跳下去, 两只青蛙各跳了7次后, 原来在A点的青蛙跳到的位置距离B点有多少分米?

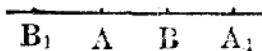


图 1—4

13. 甲、乙、丙、丁四人做游戏, 把写着0—100号码的

卡片，按照下面要求连续分发，先发甲2张，后发乙1张，再发丙2张，最后发丁1张。问：

(1) 得第44号卡片的是谁？

(2) 第99号卡片将落在谁的手中？

14. 四个小动物换位置，开始，小鼠、小猴、小兔和小猫分别坐在第1、2、3、4号位子上。如图1—5。第一次它们上下两排换位，第二次左右换位，第三次又上下交换，第四次左右交换，这样交换下去，问十次换座位后，小兔坐在第几号座位上？

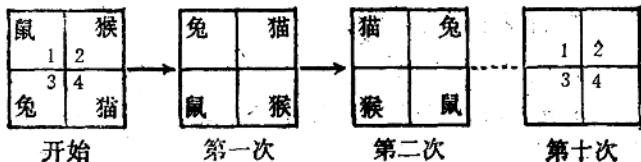


图 1—5

二 巧妙的计算

例1 计算。

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{97 \times 98} \\ + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}$$

分析：这种复杂的分数加法如果运用通分的方法求和看来行不通，把问题简化，下面的两个结果是容易算出来的。

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{3}{4}。$$

这两个结果是用通分的方法算出来的，但是这种方法不适于解决问题，还需要想别的方法。观察 $\frac{1}{1 \times 2}$ 这个数，为

什么不写作 $\frac{1}{2}$ ，这似乎向我们暗示了什么。原来 $\frac{1}{1 \times 2} =$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2}，同样，\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}，\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}，$$

所以上面两个结果可以用另一方法求得：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

这种有趣的“裂项法”完全可以用于解决原题。

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{97 \times 98} + \\ & \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \\ & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots \\ & \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{98} \right) + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \\ & = 1 - \frac{1}{100} \\ & = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

例2 计算。

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10}\right)$$

分析：这是一道有10项连乘的算式，如果一项接一项的乘，肯定会十分麻烦，但我们可以观察到 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ， $1 -$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ， $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 它的后一项的分子都可以同前一项的分母约分，我们可以采取约分的方法，使计算简便。

$$\text{解: } (1 - \frac{1}{2}) (1 - \frac{1}{3}) (1 - \frac{1}{4}) \cdots (1 - \frac{1}{10})$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{1}{10}$$

例3 德国的著名数学家高斯幼年时代就聪明过人。在上小学时，有一天，数学老师出了一道题让同学们计算：

$$1+2+3+\cdots+99+100=?$$

老师出完题后，全班同学都埋头苦算，小高斯却很快地把写有5050答案的石板交给了老师。大家都觉得很惊异，高斯为什么算得又快又准呢？请你想一想。

解：首先让我们来观察下列一串数：

$$1, 2, 3, 4, \cdots, 99, 100.$$

可以发现这样一个规律：

$$1+100=2+99=3+98=\cdots=49+52=50+51$$

用语言文字叙述出来就是：

和这列数首末两端距离相等的每两个数的和都等于首末两数的和。观察到这个规律后，就可以得到计算的方法。

把1到100所有的数字写成两行，第一行包括1到50，第二行包括51到100。写的时候第一行从左往右写，第二行从右往左写。

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad \cdots \quad 47, 48, 49, 50$$

$$100 \quad 99 \quad 98 \quad 97 \quad 96 \quad 95 \quad 94 \quad \cdots \quad 54, 53, 52, 51$$

不难看出上下两行相对的两个数目的和都是101，一共有这样的50对，所以，这些数目的总和就等于 $(1+100) \times$

$$(100 + 2) = 101 \times 50 = 5050.$$

练一练 2

1. 计算。

$$(1) \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

$$(2) \quad \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{6 \times 8} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{8 \times 10}$$

$$(3) \quad \frac{1986}{1986 \times 1987} + \frac{1986}{1987 \times 1988} + \cdots + \frac{1986}{1999 \times 2000}$$

$$(4) \quad \frac{1989}{1 \times 2} + \frac{1989}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1989}{1988 \times 1989}$$

2. 简算下列各题。

$$(1) \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + 24 + 25$$

$$(2) \quad 99 \times \frac{5}{9} + 99 \times 99 + \frac{4}{9} \times 99 + 99$$

$$(3) \quad 125 \times 24$$

$$(4) \quad 987 \div 654 \times 321 \div 987 \times 654 \div 321$$

$$(5) \quad 9 - 0.9 - 0.99 - 0.999 - 0.9999 - 0.99999$$

3. 已知 $123456789 \times 9 = 1111111101$, 求 18、27、36、45、54、63、72、81 乘 123456789 的积。

$$4. \text{ 已知 } 2 + 4 = 2 \times (2 + 1) = 6$$