

常备

小学生

数学

根据“新课标”编写

小学3-6年级学生适用

CHANGBEI

Xiaoxuesheng

Shuxue Jieti Cidian

解题辞典

○ 开明数学工作室组编



开明出版社
KAIMING PRESS

根据“新课标”编写
小学3-6年级学生适用

常备
小学生
数学

CHANGBEI
xiaoxuesheng
Shuxue Jieti Cidian

解题辞典

○ 开明数学工作室组编



开明出版社
KAIMING PRESS

图书在版编目(CIP)数据

常备小学生数学解题辞典/开明数学工作室组编.

北京:开明出版社,2006.1

ISBN 7-80205-210-6

I. 常... II. 开... III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 097080 号

策 划/焦向英

策划执行/赵 菲

责任编辑/开 群

装帧设计/智道设计工作室/黄俊杰

常备小学生数学解题辞典

开明数学工作室组编

开明出版社出版发行

(北京海淀区西三环北路 19 号 邮编 100089)

各地新华书店经销

廊坊人民印刷厂印刷

大 32 开 14.75 印张 376 千字

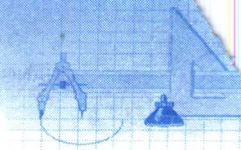
北京 2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

00 001 ~ 20 000 册

书号/ISBN 7-80205-210-6

定价/17.50 元

(版权所有,侵权必究)



前言

全新的小学生数学解题辞典是在新课标理论指导下，结合新课标实施中数学教学实践编写而成。本书与国家新课标教材配套，以人教版教材为蓝本，同时兼顾其他版本教材。在编写上，既注意知识涵盖的全面性，又立足于大多数学生的认知水平与知识经验，努力做到“脑中有课标、心中有教材、眼中有学生”，力求体现“人人学有价值的数学、人人在数学上都能得到发展”的理念。具体体现在如下几个方面：

一、**内容更翔实**。大多数例题都由分析、解答、评注三部分组成，很多还给出了多种分析与解答方法，形式多样、层次清楚。各部分之间既相互独立，又前后呼应，环环相扣。同时做到数形结合，图文并茂，有利于激发学生的学习兴趣，引导学生在“做”中学、“思”中学、“用”中学。

二、**范围更广泛**。全书共分为计算、应用题、几何、统计初步、数学解题思想五大部分，涵盖了小学课内外所涉及到的数学知识，以及一部分小学奥数和小学升初中的过渡性知识。例如统计方面就增加了扇形统计图的介绍。同时，本书除着重于介绍小学数学的基础知识外，还在知识难度上有所提高。例如在计算方面介绍了同余的相关知识，在典型应用题中的工程问题方面介绍了牛吃草问题。在全书的最后，还介绍了几种数学解题的基本思想。总体来讲，这是一本范围全、知识



面广的解题辞典。

三、计算更有效。由于新课标对小学生计算的准确性和速度都有很严格的要求，本书在一定程度上加强了计算这一部分的内容。本书最大的特点就是包含了各种巧算以及检验的技巧，不论是能用简单方法或公式进行计算的题目，还是复杂的计算题，我们都对影响其计算速度和准确性的因素进行了分析，这对提高小学生的计算速度和准确性有所帮助。

四、章节更详细。本书对每一大章节进行了更为细致的分类。例如在和差倍问题中，我们首先按传统的分类方法将其分成和差问题、和倍问题、差倍问题。在和差问题中，又按题目条件的变化将其分为几个小类别，并且对于不同的类别给出了关键的解题思路和步骤，真正做到了有助于读者理解该章节的内容，更容易记忆。

五、方法更全面。有些题综合性比较强，解题思路和步骤比较复杂，不能简单地归于哪一个类别的题目，需要具体问题具体分析。针对这类综合题，本书最后介绍了几种解题过程常用的思想方法，例如假设法等等。辞典不仅对这些比较抽象的概念进行了解释，还在小学生的知识范围内通过举例叙述了相应数学思想方法应用的条件和步骤，这对拓宽小学生的解题思路、提高解题的应变能力有很大的帮助。

六、小结更有用。本书的每个章节都进行了小结，归纳了本章需要掌握的基本的知识要点，分析了该章习题中所应用到的一些解题方法，详细总结了解题的关键步骤。读者可以根据小结中的要求，进行适当的练习。

更翔实的内容、更宽广的范围、更有效的计算设计、更详细的章节目录、更全面的方法、更有用的小结，我们相信本辞



典能够在小学数学解题方面给予小学生更多的帮助。

本书主编是齐明鑫，编者有胡迪、陈玉成、吕飞、符迪南。在本书编写过程中北京师范大学附属实验中学的王江慈老师以及工作在小学教育第一线的常月芬等老师给我们提供了无私的帮助，在此一并表示感谢。另外还要感谢为本书的出版付出辛勤劳动的赵菲编辑。

由于我们水平有限，教学实践经验不是很充足，辞典一定会有许多欠缺之处。希望广大的专家、读者批评指正。

编者

2005年11月15日

目录

第一部分 数和数的运算

一、整数小数分数的概念和大小比较	1
二、整数的四则运算和巧算	14
三、小数的四则运算和巧算	24
四、分数的四则运算和巧算	30
五、整数分数小数的综合计算(计算综合)	34
六、数列及求和问题	48
七、整除的基本性质和整除	60
八、质数和合数	69
九、约数和倍数	75
十、余数与同余	86
十一、数位进制	97
十二、找规律填数(数表)	104
十三、分类计数与分步计数	116
十四、简单乘方及其运算	126

第二部分 代数初步

一、用字母表示数	131
1. 用字母表示数量	131
2. 用字母表示数量关系	134
3. 用字母表示数量来解一些简易方程	136
4. 用字母表示定理和公式	138
二、解方程的一些技巧	143
1. 方程的概念	143
2. 简易方程	144
3. $ax \pm b = c$ 类型的方程	146
4. $ax \pm bx = c$ 类型简易方程	148
*5. 简单的二次方程 $x^2 = a^2$	150

三、比和比例	152
1. 比的性质和它的意义	152
2. 比例的概念和它的应用	155
第三部分 应用题	
第一章 简单应用题	169
一、加法应用题	169
二、减法应用题	171
三、乘法应用题	173
四、除法应用题	174
第二章 复杂应用题	177
一、两步计算的应用题	177
二、三步和三步以上计算的应用题	183
第三章 典型应用题	186
一、平均问题	186
二、归一、归总问题	195
三、和差倍问题	201
1. 和差问题	201
2. 和倍问题	204
3. 差倍问题	208
四、行程问题	212
1. 简单行程问题	213
2. 相遇、追及问题	214
3. 流水行船问题	219
4. 时钟问题	224
5. 列车行程问题	229
6. 环形行程问题	233
五、工程问题	238
六、鸡兔问题	254
1. 一般的鸡兔同笼问题	254
2. 涉及三种或三种动物(或其等价物)的鸡兔同笼引	

申问题	258
3. 鸡兔同笼的解法在其他实际问题中的应用	260
4. 含有一些约束条件的鸡兔同笼问题	261
七、植树问题	263
1. 直线上的植树问题	264
2. 闭合线路上的植树问题	266
3. 楼梯问题	268
4. 其他问题	270
八、盈亏问题	273
九、还原问题	283
1. 单个变量的还原问题	284
2. 多个变量的还原问题	285
3. 分情况讨论的还原问题	287
4. 需要用到整除性的还原问题	288
5. 需要利用和差倍分的方法来处理问题的还原 问题	289
6. 其他方法的还原问题	292
十、年龄问题	294
1. 可转化为和倍问题的年龄问题	294
2. 可转化为和差问题的年龄问题	296
3. 可转化为差倍问题的年龄问题	297
4. 利用整除性处理的年龄问题	299
5. 何时相等的年龄问题	301
十一、浓度问题	304
1. 一般的盐水浓度问题	305
2. 涉及两种或多种溶质的混合浓度问题	309
3. 涉及浓度操作的综合性问题	311
十二、其他问题	314
1. 消元问题	315
2. 容斥原理	316

3. 抽屉原理	321
第四章 分数、百分数应用题	328
一、分数应用题	328
二、百分数应用题	334
第五章 比例应用题	338
一、按比例分配应用题	339
二、比例尺应用题	340
三、正、反比例应用题	341
第六章 列方程解应用题	345
一、列方程解简单应用题	345
二、列方程解二、三步计算的应用题	347
三、利用方程解典型应用题	349
四、引入参数列方程解应用题	352
第四部分 几何初步	
第一章 平面几何	355
一、平面图形的认识	355
1. 线与角	355
2. 三角形	359
3. 平行四边形	362
4. 长方形、正方形	363
5. 梯形	364
6. 圆与扇形	367
二、平面图形综合	372
第二章 立体几何	394
一、立体图形的认识	394
1. 长方体	395
2. 正方体	398
3. 圆柱体、圆锥体和球	400
二、立体图形综合	409

第五部分 简单计量和统计

一、量的计量	418
二、统计初步	428

第六部分 数学解题方法

1. 拆句法	443
2. 分层法	444
3. 跟踪法	445
4. 图解法	446
5. 还原法	448
6. 假设法	449
7. 替代法	450
8. 对应法	451
9. 结构法	451
10. 方程法	452

第一部分 数和数的运算

一、整数小数分数的概念和大小比较

整数、小数大小的比较，从左向右，从高位到低位依次比较即可；含有分数大小的比较，可以化为同分母或同分子，也可以化为小数再比较。

数字与我们的生活密不可分，我们通过数字记录我们的身高体重，记录一个地区人口的数目，还有大家的考试分数。数字的类型多种多样，大家最开始学习的数字是最常见的整数，如：1, 2, 3, 4, … 除此之外还有带小数点的小数，如：1.2, 2.36, 7.127, … 以及带有分数线的分数，如： $\frac{2}{5}$ ，

$\frac{4}{7}$, $\frac{1012}{2437}$ 等等数字形式。深入了解数字包含的意义，运用好数字的基本性质有助于大家更好地解决日常生活中的许多问题。

下面介绍一些本节要用到的知识点。

整数：日常生活中用于记

录物品个数时我们会用到整数，例如：1, 2, 1000 等等。整数中每个数字占据其中一位，从右边起依次称为个位、十位、百位、千位、万位等等。位数越多的整数越大，如果位数相同，则从最高位起依次比较各位数字大小，数字越大的这个整数越大。

整数的读法：从最高位依次读起，如果最右边一个或连续几个为 0 时，不读出。例如 1500 读作：一千五百。如果遇到连续几个 0 出现时，只读一个 0，例如：4001 读作四千零一；10403 读作一万零四百零三。一个整数在现有的位数左边补零，整数大小不变。

小数：具有小数点的数字称为小数，例如：1.2, 3.59, 4.917, … 小数点左边为整数部分，小数点右边为小数部分。整数部分为 0 的小数叫做纯小数。整数部分的比较规则与整数相同，小数部分从小数点起从左至右依次称为十分位、百分位、千分位、万分

位等等。整数部分越大的小数越大,如果整数部分相同,则从十分位起依次比较各位数字,数字越大的这个小数越大。一个小数的小数部分在现有的小数位数右边补零,小数大小不变。小数部分位数为有限位的称为有限小数,为无限位的称为无限小数。循环小数是无限小数中的一种,其小数部分中有部分数字循环出现。例如 $2.3\dot{1}2 = 2.3121212121212121212 \dots$ (12 循环出现)循环符号标在循环位的第一位和最后一位。

分数:具有分数线的数字称为分数,例如: $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{1012}{2437}, 4\frac{3}{5}, \frac{10}{3}, \dots$ 分数线上的数字叫做分子,分数线下的数字叫做分母。分数分为整数部分和分数部分,整数部分不为 0 的分数称为带分数,如: $4\frac{3}{5}$, 整数部分为 0 的分数中,分子大于等于分母的称为假分数,如: $\frac{10}{3}$, 分子小于分母的称为真分数,如 $\frac{2}{3}$ 。带分数可以转

化为假分数,方法为整数部分乘以分母与分子相加作为新的分子。例如 $4\frac{3}{5}$ 可以化为 $\frac{23}{5}$, 同样假分数也可化为带分数。分数的分子和分母同时扩大或者缩小若干倍,分数大小不变。分数比较大小时,分母相同,分子越小的分数越小;分子相同,分母越小的分数越大。

整数、小数、分数的相互转换:整数后加小数点,小数部分补零即可转化为小数。分数的分子除以分母得到的小数与整数部分相加,可转化为相应小数。小数根据小数点后的位数,将小数部分乘以相应倍数作为分子,倍数作为分母,整数部分仍为分数的整数部分,得到相应分数。例如: $1.3 = 1\frac{3}{10}$ 。

四舍五入法:对于整数和小数,如果要对其进行约化,则根据约化位的右边一位大小决定约化位的数字,如果右边一位小于 5,则约化位数字不变,否则约化位数字加一。例如: $1.358 \approx 1.4, 17400 \approx$

17000, $270 \approx 300$ 。

1. 整数的基本概念

(1) 约等式问题: 根据四舍五入的概念, 约化位的右边一位大小决定约化位的数字, 如果右边一位小于 5, 则约化位数字不变, 否则约化位数字加一。

例 1 满足下列约等式的 () 中能够填入哪些数字。

$$12()530 \approx 12 \text{ 万}$$

$$3()7000 \approx 31 \text{ 万}$$

【分析】根据整数中四舍五入的约化原则。

【解答】第一个式子约化为 12 万, 则 12 后的数字应该为 0, 1, 2, 3, 4。

第二个式子约化为 31 万, 则 3 后的数字应该为 0。

【评注】本题考查对整数位数的掌握和对四舍五入规则的理解。

(2) 整数的读法: 从最高位依次读起, 如果最右边一个或连续几个为 0 时, 不读出; 如果在两个非的整数间遇到一个或连续几个 0 时, 只读一个 0。

例 2 4 个 0 和 3 个 5 组成一个只读出一个零的最大

的 7 位数是多少?

【分析】按照整数比较大小的规则, 最高位百万位一定为 5。再根据读整数的规则, 读数时只出现一个零意味着一定有 0 出现在非后几位的位置上。

【解答】先写出可能组成的最大的整数为 5550000, 在此基础上改变 0 的位置即可得到符合要求的数。只有一个 0 向前移, 移动的距离最小才能保证得到的数字最大。因此, 千位上 0 移至万位, 得到 5505000, 这就是结果。

【评注】

整数比较规则是最基本的出发点, 和整数大小有关的问题一定都可以从此规则出发, 但是对于某些有特殊关系的数的比较大小, 具有其他特殊的方法。

2. 大小比较问题

(1) 整数的大小比较: 位数越多的整数越大, 如果位数相同, 则从最高位起依次比较各位数字大小, 数字越大的这个整数越大。

例 3 比较下列各个整

数,找出其中最大的:

43,5,77,79,17。

【分析】根据整数的基本性质,位数越多的越大,因此最大的必为两位数。然后从最高位开始比较,发现77和79的十位数字最大都是7,再比较两数的个位数字。

【解答】79为最大的数。

【评注】这是最基本的整数比较问题,牢记比较原则即可。

(2) 小数的大小比较:小数分为整数部分和小数部分。整数部分的比较规则与整数相同,整数部分越大的小数越大。如果整数部分相同,则从十分位起依次比较各位数字,数字越大的这个小数越大。

例4 比较以下小数,找出最小的数。

1.2, 1.24, 3.4, 7.25, 1.25。

【分析】根据小数的基本性质,首先比较整数部分,根据题目中整数部分数字,发现1最小。然后在整数部分为1的小数,即1.2,1.24,1.25中比较,根据小数部分比较原则和补位原则,可以发现三个小

数十分位都为2,而1.2的百分位为0,所以1.2比1.24,1.25小。

【解答】1.2为最小的数。

【评注】小数比较大小的问题比整数较复杂,必要时要考虑补位。

(3) 分数的大小比较:分母相同,分子越小的分数越小;分子相同,分母越小的分数越大。

例5 比较下列分数,找出最大的数。

$3\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{3}$, $2\frac{5}{6}$, $3\frac{1}{6}$, $3\frac{1}{2}$ 。

【分析】需要比较的分数全部为带分数,首先比较整数部分,可以排除整数部分为2的分数,然后在剩下几个数中比较分数部分,根据分子相同分母越小的分数越大的原则,可以确定答案。

【解答】所以,最大的分数为 $3\frac{1}{2}$ 。

【评注】比较带分数时首先比较整数部分,然后比较分数部分,比较分数部分时遵守分数比较原则即可。

例6 比较以下分数,排

列顺序。

$$\frac{5}{12}, \frac{5}{8}, \frac{2}{5}, \frac{1}{15}, \frac{11}{40}, \frac{7}{24}.$$

【评注】本题中的分数结构很简单，因此采用通分原则，将所有分数化为同样的分母才可进行比较：

$$\frac{50}{120}, \frac{75}{120}, \frac{48}{120}, \frac{8}{120}, \frac{33}{120}, \frac{35}{120}.$$

【解答】根据以上分析，通过比较分子大小，可以得出以下结果，从小到大为

$$\frac{8}{120}, \frac{33}{120},$$

$$\frac{35}{120}, \frac{48}{120}, \frac{50}{120}, \frac{75}{120}.$$

即：

$$\frac{1}{15}, \frac{11}{40}, \frac{7}{24}, \frac{2}{5}, \frac{5}{12}, \frac{5}{8}.$$

【评注】本题是分数比较大小时普遍采用的方法，在题中所给分数分子与分母结构不复杂的情况下，通分的方法简便易行。

例7 比较以下分数，找出最小的数字。

$$\frac{11}{4}, \frac{11}{3}, 1\frac{5}{6}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}.$$

【分析】首先将带分数化为假分数， $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$ ，因为分子相同分母越大的分数越小，所

以三个分子为11的数中 $\frac{11}{6}$ 最小，比较剩下的三个数字，将分母统一为6， $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ，因此可以判断分子大小即可。同样，本题可以根据假分数大于1，真分数小于1，先排除 $\frac{11}{4}, \frac{11}{3}$ ， $1\frac{5}{6}$ ，然后在 $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}$ 中通分比较。

【解答】最小的值是 $\frac{2}{3}$ 。

【评注】分数比较大小时，如果不全是带分数，则带分数化为假分数，再根据判断原则判断。分子分母均不同时，需要根据分数基本性质将分子或者分母转化为相同数字。

(4) 循环小数的大小比较：将所有循环小数补足到足够的相同的位数，即可按照小数的比较法则进行比较。

例8 比较以下小数，找出最大的数。

$$0.1\dot{2}1, 0.121, 0.1\dot{2}, 0.12121, 0.12.$$

【分析】题目中存在循环小数，将所有小数位数补至相同的位数。

如下所示：

0.121121121

0.121000000

0.121212121

0.12121000

0.12000000

【解答】可以得出结果， $0.\dot{1}2$ 是最大的数。

【评注】

对于循环小数的问题，首先考虑的就是将其展开，从中获得足够的信息，然后按照小数比较原则判断，不处理而一味观察是没有意义的。

例 9

循环小数 $2.4002\dot{0}3$ ，移动前一个循环的圆点，所得最小的数是什么。

【分析】移动循环符号意味着改变循环的数字，移动的数字必然最先出现在 3 的后面，所以肯定在两个 0 中选择，如果选择千分位上的 0，则 0 后出现的数字为 2，选择百分位上的 0，则 0 后出现的数字仍然为 0。

【解答】根据以上情况考虑，循环符号应放在百分位的 0 上，使得所得数最小，即 $2.4\dot{0}02\dot{0}3$ 。

【评注】本题考查的是对于循环小数性质的掌握，以及对于小数比较大小的基本原则掌握。

例 10 给下列不等式中的循环小数添加循环点。

$0.1998 > 0.199\dot{8} > 0.1998 > 0.1998 > 0.1998$

【分析】根据循环小数的性质考虑，最小的循环小数应该是在小数点后第五位出现最小数字 1 的小数，因此一定是 $0.199\dot{8}$ ，次小数的小数在小数点后第五位出现次小数字 8，因此一定是 $0.199\dot{8}$ 。

其后添加的循环点必定使得小数点后第五位出现 9，因此需要考虑第六位上的数字，所以最大的小数其循环节中在 9 后一定还是 9，所以最大的循环小数是 $0.199\dot{9}8$ ，而次大数为 $0.199\dot{8}$ 。

【解答】于是得到不等式：
 $0.199\dot{8} > 0.199\dot{8} > 0.199\dot{8} > 0.199\dot{8} > 0.199\dot{8}$

【评注】本题隐含了循环小数比较大小的问题，需要通过枚举法得出解答，对待这种类型的题目，需要扎实的基本功和细致的分析。