

非概率集合理论

凸方法及其应用

Convex Method Based on Non-probabilistic
Set-theory and its Application

邱志平 著

北 國防工業出版社

<http://www.ndip.cn>

非概率集合理论凸方法 及其应用

Convex Method Based on Non-probabilistic
Set-theory and its Application

邱志平 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

非概率集合理论凸方法及其应用/邱志平著. —北京:
国防工业出版社, 2005. 9

ISBN 7-118-03832-6

I. 非... II. 邱... III. 结构力学 IV. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 014564 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850 × 1168 1/32 印张 8 3/8 207 千字

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月北京第 1 次印刷

印数: 1—2000 册 定价: 32.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 68428422

发行邮购: (010) 68414474

发行传真: (010) 68411535

发行业务: (010) 68472764

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用;对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。

4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

IV

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

**国防科技图书出版基金
评审委员会**

国防科技图书出版基金 第四届评审委员会组成人员

名誉主任委员	陈达植				
顾问	黄宁				
主任委员	刘成海				
副主任委员	王峰	张涵信	张又栋		
秘书长	张又栋				
副秘书长	彭华良	蔡镛			
委员	于景元	王小谟	甘茂治	冯允成	
(按姓名笔画排序)	刘世参	杨星豪	李德毅	吴有生	
	何新贵	佟玉民	宋家树	张立同	
	张鸿元	陈火旺	侯正明	常显奇	
	崔尔杰	韩祖南	舒长胜		

序

在工程结构分析和设计中,往往在不同程度上涉及到不确定性。当不确定性占主导地位时,必须考虑不确定性的影响,例如结构的疲劳断裂问题。尤其是,有些不确定性又和非线性交叉在一起,从而使得非线性问题或不确定问题复杂化,这就迫切需要发展新的理论和方法,以解决这些问题。作为求解不确定问题的概率统计理论和方法的补充手段,非概率集合理论凸方法对在结构分析和设计中所遇到的不确定量用集合(例如超长方体或椭球)进行定量化,在未知不确定变量的概率统计特性而只知其所在范围的条件下,对结构的不确定问题进行分析和设计。另外,在未知不确定变量分布范围的条件下,也可用非概率集合理论凸方法对结构进行灵敏度或鲁棒性分析和设计。非概率集合理论凸方法可以给出结构响应所在的范围或鲁棒裕度。特别是结构响应所在的范围要比概率分布密度更容易确定,更容易理解。这样,非概率集合理论可以看成是对概率统计理论的一种补充,一种深化。它开辟了研究结构不确定问题的新途径。希望本书的出版能对结构不确定问题和非线性问题的研究起到一定的推动作用。

中国科学院院士
北京航空航天大学教授

李镇同

2004年10月

前 言

结构的分析和设计发展到了今天,一方面,要求提高计算精度和更多地使用计算机,而改善工程结构的建模技术和构造高效率算法可以解决这方面的问题。另一方面,科学和技术的发展已由过去的“确定论”(即已知系统的初始条件,通过物理定律,便可确定系统以后的运动状况),发展到今天的“选择论”或“不确定论”(系统的初始条件未必已知或精确已知,通过物理定律,可确定系统的多种或不确定的运动形式即发生了分叉和混沌)。非线性问题和不确定问题目前已成为科学研究的“热点”问题。在这种形势下,那种仍然认为系统的非线性问题是“小非线性”问题,不确定问题可以“忽略不计”的想法已不能满足科学和技术发展的需要。确定性的描述仅仅反映了事物共性或普遍性的一面,而不确定性的描述则是要刻画事物个性或特殊性的一面,人们认识事物不但要认识它的共性,更重要的是要认识事物的个性或特殊性,以便全面地认识事物甚至改造事物。

实际工程结构往往都具有不确定性,只是程度不同而已。有些不确定性又和非线性交叉在一起,从而使得非线性问题和不确定问题解决起来非常困难。这就需要发展新的理论和方法,这种新的理论和方法应该能综合考虑各种主要因素的影响,以及能同时进行非线性和不确定的分析和设计。这种传统的理论和方法就是概率论和数理统计。概率论和数理统计已在结构的分析、试验和设计方面取得了一些具有深远意义的研究成果,获得很大的成功,解决了不少理论问题和工程问题。然而,在这些研究中,人们逐渐发现:在现存的绝大部分研究不确定结构的理论和方法中都假定结构的不确定变量是随机变量或随机过程且满足某种概率分

布假设。在这种情况下,可以保证或证明结构分析和设计的合理性。然而,关于结构的不确定变量概率密度的试验信息常常是缺乏的,一旦这些概率分布假定不满足,结构分析和设计的合理性就失去意义。实际结构的不确定变量是否满足某一种假定一般是很难以验证的。其结果产生了下面的矛盾:一方面承认实际结构是非常复杂的,不一定都能用简单的系统模型作为其数学模型;另一方面,由于结构的不确定变量的分析模型的假定是人为的,于是乎所有的不确定模型都能够通过概率模型获得与真实系统任意接近的模型。正是由于这种矛盾促使人们考虑用非概率模型来研究各种各样的不确定性。应该指出,试图获得充分的统计数据以便直接地模拟全部结构的不确定性是不现实的。概率统计方法是和由样本观察所得出的推断有关。各种结构的不确定性只有依靠考察随机试验的样本数据才能数量化。而且,一方面,样本的大小受到实际情况和经济上考虑的限制;另一方面,由于背景噪声的存在,不确定变量的各种统计值必然存在某些误差或不确定性。这些局限性,在很大程度上阻碍了概率论和数理统计方法的工程应用,而以“不准确的”概率分析所得到的结论有时又会导致“灾难性”的后果。例如,按现行可靠性理论设计的建筑物在日本的“大阪”和“神户”的地震中毁坏。振动的不确定性导致多起航天结构的失事。如何解决这类问题?近几年来,人们开始借助于非概率集合理论(non - probabilistic set - theory)方法,如凸模型(convex models),区间分析(interval analysis)等。在这类理论中,是用一集合对不确定变量进行定量化(在凸模型中是用凸集合,在区间分析中是用超长方体),然后,通过优化方法(在凸模型中是用条件极值的优化方法等,在区间分析中是用区间的四则运算和区间扩张等)确定系统响应所在的集合界限。在系统响应所在的集合界限里,不仅可以知道系统响应的近似值,而且还能知道近似值的误差界限。非概率集合理论是继概率论、模糊集合之后的又一个处理不确定性的数学工具。作为一种较新的理论分析和计算方法,非概率集合理论近年来越来越受到重视,其有效性已在许多科学与

工程领域的成功应用中得到证实,是当前国际上人工智能理论及其应用领域中的研究热点之一。对不确定问题的非概率集合理论的处理,是首先在控制论中开始的。Schweppe 在系统的状态估计中建立了凸模型的理论框架,Bialas 则提出了用端点矩阵的稳定性判断区间矩阵的稳定性充分必要条件。Ben - Haim 和 Elishakoff 将凸模型理论引进结构的分析中,成功地解决了一些理论问题和工程问题。1995 年,Ben - Haim 又用凸模型理论研究结构的可靠性问题,创造性地提出了结构鲁棒可靠性理论。近几年来,中外学者在非概率集合理论中又开辟了新的研究方向。如 Koyuluglu 等人尝试将区间分析引入具有不确定性的有限元分析中。

区间分析也叫区间数学,是 20 世纪 60 年代产生的计算数学分支,最初是为了解决误差和非线性问题,近几年学术界发现它还可以用来解决不确定问题。非线性问题的区间迭代法,具有全局收敛性,可综合考虑初值所具有的误差和不确定性,可以计算出非线性问题的全部解,对解的存在性具有计算检验等优点。凸模型理论是为解决力学中不确定问题而产生的,它可以求出具有不确定性问题的最大或最有利响应和最小或最差响应,以及响应所在范围的集合估计。凸模型理论具有计算简单、适应性好等优点。这些算法还可以综合考虑非线性、误差和不确定性等因素,并且这种算法具有鲁棒性好、运算简单和适用面广等优点。美国 University of Virginia 的 Ahmed K. Noore 教授在其计算结构力学方面的综述性论文中,已将集合理论凸方法定为计算结构技术在 20 世纪最新进展之一。

非概率集合理论的主要优点如下。第一,与概率理论不同,不需要知道不确定变量的概率分布密度,只需知道不确定变量所在的范围。不确定变量的分布范围要比不确定变量的概率分布密度更容易确定。有时候,不知道不确定变量的分布范围仍可用非概率集合理论对结构进行灵敏度或鲁棒性分析和设计。第二,非概率集合理论可以给出结构响应所在的范围或鲁棒裕度。结构响应所在的范围要比概率分布密度更容易确定,更容易理解。这样,非

概率集合理论可以被看成是对概率型可靠性理论的一种补充、一种深化,开辟了研究结构系统可靠性的新途径。非概率集合理论的发展与完善将对结构的不确定问题和非线性问题等的可靠性分析和设计产生重大的影响。

本书是对作者博士、博士后和洪堡研究工作部分成果的系统总结。在本书即将出版之际,作者首先要感谢博士导师陈塑寰教授、博士后导师程耿东院士和顾元宪教授、德国伍珀塔尔大学的洪堡研究指导教师 Mueller 教授和 Frommer 教授的鼓励与支持,这些研究成果中也凝聚着他们的精心指导。同时感谢高镇同院士和钟万勰院士的指导和帮助,高镇同院士还特别为本书作序。感谢博士生王晓军、仝宗凯、李飞、夏育颖等同学参与了本书的部分工作。感谢国防科技图书出版基金的资助。感谢国防科技工业出版社的王坡麟和汪淳老师在本书出版过程中的大力支持与帮助。

衷心欢迎读者对本书提出宝贵意见并批评指正。

作者

2004年12月20日

于北京航空航天大学

目 录

第 1 章	绪论	1
第 2 章	凸集合的数学基础	17
2.1	凸性和不确定性	17
2.2	凸集	18
2.3	超平面	24
2.4	凸函数	25
2.5	凸集分离定理	27
2.6	线性空间中的凸集分离定理	27
2.7	\mathbf{R}^n 中的凸集分离定理	28
2.8	凸规划	28
第 3 章	区间数学简介	30
3.1	区间数及其运算	30
3.2	区间向量与区间矩阵	32
3.3	函数的区间扩张	38
3.4	复区间及其运算	43
第 4 章	集合理论凸模型	46
4.1	有界不确定参数结构的工程问题	46
4.2	有界不确定结构响应上下界泰勒方法的 一阶近似解公式	47
4.3	有界不确定结构响应上下界泰勒方法的 二阶近似解公式	50
4.4	有界不确定椭球的确定	53
4.5	集合理论凸方法的适用范围	57
第 5 章	有界不确定参数结构静力位移所在集	

	合上下界的摄动数值算法	59
5.1	有界不确定性结构静力位移响应范围问题	59
5.2	结构静力位移上下界摄动近似公式	63
5.3	结构静力位移上下界的一阶摄动近似公式	64
5.4	结构静力位移上下界的二阶摄动近似公式	67
5.5	数值算例	70
5.6	结论	74
第6章	有界不确定参数结构静力位移范围的	
	两种区间摄动法	75
6.1	引言	75
6.2	区间参数的定义	76
6.3	有界不确定参数结构静力位移问题定义	78
6.4	区间参数摄动方法	79
6.4.1	区间参数线性方程组	79
6.4.2	区间参数摄动方法的结构静力位移上下界 摄动近似计算公式	79
6.5	区间矩阵摄动方法	82
6.5.1	区间线性方程组	82
6.5.2	区间矩阵摄动方法的结构静力位移上下界 摄动近似计算公式	84
6.6	数值算例	85
6.7	结论	89
第7章	区间参数结构振动固有频率界限的参数摄动法	90
7.1	引言	90
7.2	刚度矩阵和质量矩阵的非负分解	91
7.3	区间参数结构特征值问题定义	93
7.4	结构特征值上下界的摄动公式	94
7.5	区间参数结构特征值问题的区间参数摄动法	95
7.6	数值算例	98
7.7	结论	104

第 8 章	非比例阻尼结构固有频率区域的区间摄动法 ·····	105
8.1	引言·····	105
8.2	问题的定义·····	106
8.3	复特征值摄动理论·····	108
8.4	复特征值区间摄动法·····	109
8.5	数值算例·····	111
8.6	结论·····	113
第 9 章	有界参数结构特征值的上下界定理 ·····	115
9.1	引言·····	115
9.2	问题的定义·····	116
9.3	矩阵的非负分解·····	117
9.4	特征值包含定理·····	119
9.5	数值算例·····	122
9.6	结论·····	125
第 10 章	不确定参数复合材料结构屈曲问题的区间 分析方法 ·····	126
10.1	引言·····	126
10.2	复合材料层合板和壳屈曲问题的 基本公式 ^[52,150] ·····	127
10.3	不确定参数的屈曲问题·····	133
10.4	屈曲载荷的凸模型理论·····	134
10.5	屈曲载荷的区间分析理论·····	136
10.6	区间向量和椭球之间的关系式·····	137
10.7	屈曲问题的区间分析模型和凸模型的比较·····	139
10.8	数值算例与讨论·····	140
10.9	结论·····	143
第 11 章	非概率凸模型理论的鲁棒可靠性准则 ·····	145
11.1	引言·····	145
11.2	问题的定义·····	146
11.3	Ben-Haim 鲁棒可靠性准则剖析·····	146

11.4	凸集合代数运算	148
11.5	鲁棒可靠性准则	152
11.6	数值算例与讨论	154
11.7	结论	156
第12章	非概率集合理论凸模型理论的拓展	157
12.1	引言	157
12.2	复合材料层合板的振动方程	158
12.3	有界不确定参数的复合材料层合板振动问题的 小范围集合理论凸模型	161
12.4	有界不确定参数的复合材料层合板振动问题的 大范围集合理论凸模型	166
12.4.1	大范围凸区域	166
12.4.2	非凸区域	167
12.4.3	提高非概率集合理论凸模型求解 问题的精度	168
12.5	数值算例	169
12.6	结论	174
第13章	基于泰勒展式的不确定结构复特征值问题的 两种非概率方法比较	175
13.1	引言	175
13.2	问题的定义	176
13.3	复特征值的泰勒展式理论	178
13.4	复特征值一阶导数的确定	181
13.5	复特征值的凸模型理论	184
13.6	由试验数据确定椭球的方法	186
13.7	区间泰勒展开方法和凸模型方法的比较	189
13.8	数值算例	190
13.9	结论	194
第14章	非线性区间迭代法在结构后屈曲分析中的应用 ...	195
14.1	引言	195

14.2	屈曲分析区间迭代法的基本原理与算法	196
14.3	区间迭代法中几个问题的处理	202
14.3.1	解的存在惟一性判定	202
14.3.2	多个解的分离过程	203
14.3.3	增量步求解的实现	204
14.3.4	选定对分的分量	205
14.3.5	迭代停止准则	205
14.4	数值算例及分析	207
14.4.1	单自由度桁架的后屈曲分析	207
14.4.2	多自由度桁架的后屈曲分析	208
14.5	计算效率的讨论	209
14.6	结论	211
第 15 章	结构灵敏度分析的新工具——区间分析方法	212
15.1	引言	212
15.2	标准灵敏度分析方法存在的问题	213
15.3	灵敏度分析的区间方法	216
15.4	结构特征值灵敏度分析的区间方法	219
15.5	结论	223
第 16 章	结构疲劳寿命估计概率统计方法和区间分析	
	方法的比较	224
16.1	引言	224
16.2	问题的定义	225
16.3	概率统计模型	226
16.4	非概率区间分析模型	227
16.5	数值算例	230
16.5.1	线性算例	230
16.5.2	非线性算例	231
16.6	结论	232
附录 A	结构有限元静力位移摄动理论	234
	参考文献	235

Contents

Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Mathematical Foundation of Convex Set	17
2.1 Convexity and Uncertainty	17
2.2 Convex set	18
2.3 Hyperplane	24
2.4 Convex Function	25
2.5 Separation Theorem of Convex Set	27
2.6 Separation Theorem of Convex Set in Linear Space	27
2.7 Separation Theorem of Convex Set in \mathbf{R}^n	28
2.8 Convex Programming	28
Chapter 3 Introduction to Interval Mathematics	30
3.1 Interval Number and its Operations	30
3.2 Interval Vector and Interval Matrix	32
3.3 Interval Extension of Function	38
3.4 Complex Interval and its Operations	43
Chapter 4 Convex Model Based on Set – theory	46
4.1 Engineering Problem of Structure with Uncertain – but – bounded Parameters	46
4.2 First – Order Taylor Solution of Response Range of Structure of with Uncertain – but – bounded Parameters	47
4.3 Second – Order Taylor Solution of Response Range of Structure of with Uncertain – but – bounded Parameters	50