

初中数学

复习提要



福建人民出版社

初中数学

复习提要



湖南教育出版社

—初中数学复习提要—

—CHUZHONGSHUXUEFUXITIYAO—

福州市数学学会

福州市中学数学校际教研组

福建人民出版社

初中数学复习提要

福州市数学学会
福州市中学数学学校际教研组

福建人民出版社出版

(福州得贵巷27号)

福建省新华书店发行

福州第二印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 7.125印张 156千字

1981年4月第1版

1981年4月第1次印刷

印数: 1—210,000

书号: 7173·430 定价: 0.52元

编 者 的 话

为了帮助初中毕业班学生系统地进行数学学科的总复习，我们根据部颁数学教学大纲的精神和部编初中数学课本的内容要求，编写了这本《初中数学复习提要》。

本书包括代数、平面几何、三角、解析几何初步四个部份，共分为十一章。每章皆由内容提要、范例、练习题三部分组成。练习题分为A、B两类，A类是基本练习题，B类是具有一定深度的参考题并在书末附有答案。本书在编写时，着重注意知识的系统性以及它们之间的相互联系和综合运用，以帮助读者掌握和巩固基本概念和基础理论，进一步加强基本技能的训练和逻辑思维的能力，从而提高分析问题和解决问题的能力。

参加本书编写工作的有：张金炎、刘仲宣、卢炎林、吴本铤、庄其武、吴章霞、陈逸森等老师。成稿后，曾由福州市教师进修学院数学组的同志审改、定稿。

编 者

一九八〇年十一月

目 录

第一章 数与代数式

- 一、 实数.....(1)
- 二、 代数式.....(4)

第二章 方程

- 一、 方程的基本知识.....(37)
- 二、 方程(组)的解法.....(38)
- 三、 列方程(组)解应用题.....(41)

第三章 不等式

- 一、 不等式的概念和基本性质.....(65)
- 二、 常见的不等式(组)及其解法.....(66)

第四章 函数

- 一、 函数概念.....(79)
- 二、 正比例函数.....(80)
- 三、 反比例函数.....(80)
- 四、 一次函数.....(80)
- 五、 二次函数.....(81)

第五章 指数与常用对数

- 一、 指数的概念和运算法则.....(92)

二、	对数	(92)
----	----	--------

第六章 统计初步

一、	总体和样本	(107)
二、	平均数和方差	(107)
三、	频率分布直方图	(109)

第七章 直线形

一、	相交线与平行线	(115)
二、	三角形	(117)
三、	四边形	(122)

第八章 圆

一、	圆的基本性质	(147)
二、	与圆有关的角	(147)
三、	点与圆的位置关系	(148)
四、	直线与圆的位置关系	(149)
五、	圆与圆的位置关系	(149)
六、	与圆有关的多边形	(150)
七、	有关圆的计算	(151)

第九章 命题、轨迹、作图

一、	命题	(170)
二、	反证法	(170)
三、	轨迹	(171)
四、	作图	(172)

第十章 三角函数和解三角形

- 一、三角函数.....(182)
- 二、解三角形.....(184)

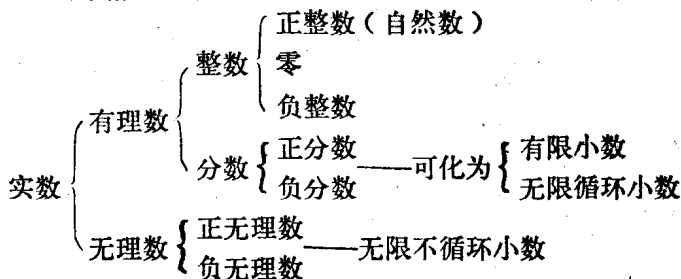
第十一章 平面解析几何初步

- 一、平面直角坐标系.....(202)
- 二、直线.....(203)
- 三、圆.....(206)
- 附录 习题答案.....(217)

第一章 数与代数式

一、实数

(一) 实数的分类



(二) 自然数

1. 定义: 表示物体个数的数如 1, 2, 3, ... 等叫做自然数。

2. 性质

(1) 自然数是无限多的, 它有最小的数 1, 而没有最大的数;

(2) 任意两个自然数都可以比较大小, 即自然数是有顺序的;

(3) 在自然数集合里, 加、乘、乘方运算永远可以施行, 而减法和除法运算不能完全施行。

(三) 整数

1. 定义: 正整数 (自然数)、零、负整数统称整数。

2. 性质

(1) 在整数集合里没有最小的数，也没有最大的数；

(2) 在整数集合里，任意两个数都可以比较大小；

(3) 在整数集合里，加、减、乘、乘方的运算永远可以施行，而除法运算不能完全施行。

(四) 有理数

1. 定义：整数、分数（包括有限小数、无限循环小数）总称有理数。任何一个有理数总可以表示成 $\frac{p}{q}$ （ p 、 q 为整数， $q \neq 0$ ）的形式。

分子分母是互质数的分数叫做既约分数（最简分数）。

当一个既约分数的分母只含有 2 和 5 的因数时，可化为有限小数；如含有 2 和 5 以外的质因数时，只能化为无限循环小数。

2. 性质

(1) 在有理数集合里没有最小的数，也没有最大的数；

(2) 在有理数集合里，任意两个数可以比较大小；

(3) 在有理数集合里，加、减、乘、除（除数不为零）、乘方运算都能施行，但开方运算不能完全施行。

(五) 无理数：无限不循环小数叫做无理数。

两个无理数的加、减、乘、除、乘方的结果不一定是无理数。

(六) 实数：有理数、无理数总称实数。

1. 数轴、相反数、绝对值

规定了方向、原点和长度单位的直线叫做数轴。

只有符号不同的两个数叫做互为相反数；零的相反数是零。

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。一个实数 a 的绝对值用符号 $|a|$ 来表示，即

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

$|a|$ 在数轴上是表示实数 a 的点至原点的距离。

2. 实数的性质

(1) 在实数集合里没有最小的数，也没有最大的数；

(2) 在实数集合里的数与数轴上的点之间存在一一对应的关系。这就是：对于任意一个实数，在数轴上都有一个确定的点与它对应；反过来，对于数轴上的任意一个点，也都有一个确定的实数与它对应；

(3) 在实数集合里，任意两个实数都可以比较大小。实数大小的比较，可以按实数在数轴上所对应的点的排列顺序来比较：在数轴上的点越往右，它表示的数就越大。任何正实数都大于零，任何负实数都小于零，任何正实数都大于任何负实数。

(4) 在实数集合里，加、减、乘、除（除数不为零）、乘方运算永远能施行，而开方运算不能完全施行。

3. 实数的运算

(1) 六种基本运算

① 加、减、乘、除运算法则

运 算	原 数 运 算 则	同 号		异 号	
		符 号	绝对值	符 号	绝对值
加 法		保持原号	相 加	同绝对值较大者	大减小
减 法		按“减去一个数等于加上它的相反数”故转化为加法			
乘 法		+	相 乘	-	相 乘
除 法		+	相 除	-	相 除

②乘方： n 个相同因数相乘，如 $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}}$ 记作 a^n 。这

种求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。
在 a^n 中， a 叫做底数， n 叫做指数。

正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；零的任何正次幂都是零；1 的任何次幂还是 1。

③开方：开方是乘方的逆运算。（见根式部分）

(2) 实数的运算定律

①交换律： $a+b=b+a$ ， $a \cdot b=b \cdot a$ 。

②结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ ，
 $(ab)c=a(bc)$ 。

③分配律： $(a+b)c=ac+bc$ 。

(3) 实数运算顺序：在实数运算中，如果没有括号，应该首先进行第三级运算（乘方、开方），然后进行第二级运算（乘、除），最后进行第一级运算（加、减）；如果有括号，一般应先进行括号里面的运算；在同一级的几个连续运算中，应依照从左到右的次序进行计算。

在运算过程中，还要注意应用运算定律进行简便计算。

(4) 近似数和有效数字：一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。这时，从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。

(5) 科学记数法：把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为整数，这种记数法称为科学记数法。

二、代数式

(一) 代数式

1. 定义：用代数运算符号把数字或表示数的字母连接而成

的式子叫做代数式。

2. 分类

代数式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理式} \\ \text{无理式} \end{array} \right\}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{整式} \\ \text{分式} \end{array} \right\}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{array} \right\}$

3. 代数式的值：用数值代替代数式中的字母，计算后所得的结果叫做代数式的值。

(二) 整式

1. 有理式和整式：只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式叫做有理式，没有除法运算，或虽有除法运算但除式中不含有字母的有理式，叫做整式。

2. 单项式和多项式：没有加、减运算的整式叫单项式（单独一个字母或一个数也是单项式）。单项式中的数字因数叫做系数，所有字母指数的和叫做这个单项式的次数。几个单项式的代数和叫做多项式，其中每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项。多项式里，次数最高的项的次数，叫做这个多项式的次数。

3. 整式的四则运算

(1) 加减法

① 去括号

$a + (b - c + d) = a + b - c + d$ ；（括号前面是正号，去括号后，括号内各项都不变号）

$a - (b - c + d) = a - b + c - d$ 。（括号前面是负号，去括号后，括号内各项都变号）

② 合并同类项：将多项式中所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项——同类项，合并成一项。合并时，只要

把同类项系数的代数和作为结果的系数，字母及其指数不变。

(2) 乘除法、乘方：在进行乘除法、乘方运算时，经常用到下面的正整数指数幂的运算法则以及乘法公式。

正整数指数幂的运算法则：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}; \quad (a \neq 0, m > n)$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^n = a^n b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}. \quad (b \neq 0)$$

乘法公式：

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

①乘法

单项式乘以单项式：应用乘法交换律、结合律以及幂的运算法则，对系数和字母分别进行计算。

单项式乘以多项式：应用乘法对加法的分配律转化为单项式乘以单项式进行计算。

多项式乘以多项式：把一个多项式的各项分别乘以另一个多项式的每一项，并把所得的积相加（也可以用竖式计算）。在特殊情况下可直接应用乘法公式。

②除法

单项式除以单项式：将系数和相同字母的幂分别相除，并把只在被除式里有的字母连同它们的指数保留在商里。若某些字母在被除式里的指数小于除式里的指数，或者除式里出现某些

在被除式里所没有的字母，则结果用分式表示。

多项式除以单项式：先把多项式的每一项除以这个单项式，再求商的代数和。

③乘方：应用积的乘方和幂的乘方法则进行计算。

(三) 因式分解

1. 定义：把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解。

一个多项式能不能分解因式，要根据在什么数范围内进行因式分解来决定。在指定的数的范围内分解因式时，一定要分解到不能再分解为止。在分解因式之后，如有相同因式，要写成幂的形式，并且各个因式要化简。

2. 因式分解常用的几种基本方法

(1) 提取公因式法：提取多项式中各项的最高公因式；

(2) 公式法：将乘法公式反过来应用，可将某些多项式分解因式；

(3) 十字相乘法：对于某些二次三项式 $ax^2 + bx + c$ ，如果将二次项系数 a 和常数项 c 分别分解成 p, q, r, s 后，这四个因数恰好满足 $ps + qr = b$ ，则原二次三项式可以分解为 $(px + r)(qx + s)$ ；

(4) 配方法或求根公式法：对于判别式不小于 0 的二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 都可以通过配方或利用求根公式将它分解为

$$a \left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \text{ 的形式；}$$

(5) 分组分解法：如果应用上述方法都不能分解，那么将多项式适当分组（有时需添、拆项分组）后，再应用上述方法分解。

(四) 分式

1. 定义: 除式中含有字母的有理式叫做分式。分式中字母的允许值是使分母的值不为零的那些数值。

2. 基本性质

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} \quad (m \neq 0)$$

3. 约分、通分

(1) 约分: 应用分式的基本性质, 把分式的分子、分母的公因式都约去, 这种运算过程叫做约分。所得结果叫做最简分式或既约分式。

(2) 通分: 应用分式的基本性质, 把两个或两个以上分母不同的分式化成分母相同的分式, 且又不改变分式的值的过程叫做通分。通分时, 一般取各分母最低公倍式作为公分母, 运算较为简便, 这样的公分母叫做各分式的最简公分母。

4. 公式的四则运算

(1) 加减法: $\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$;

$$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} \pm \frac{ad}{ac} = \frac{bc \pm ad}{ac}.$$

(2) 乘法: $\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{bd}{ac}$.

(3) 除法: $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}$.

(4) 乘方: $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$. (n 为正整数)

5. 繁分式: 如果分式的分子或分母含有分式, 这样的分式叫做繁分式。繁分式实际上是分式除法的另一种写法。它的化简可应用分式除法法则和分式的基本性质来进行。

(五) 根式

1. 方根的定义与性质

(1) 定义: 如果 $x^n = a$ (n 是大于1的整数), 那么 x 叫做 a 的 n 次方根. 其中, 如果 $n^2 = a$, 那么 x 叫做 a 的平方根 (或二次方根); 如果 $n^3 = a$, 那么 x 叫做 a 的立方根 (或三次方根). 求数 a 的平方根的运算叫做把 a 开平方; 求 a 的立方根的运算叫做把 a 开立方.

(2) 性质

① 奇次方根: 在实数范围内, 正数的奇次方根是一个正数, 负数的奇次方根是一个负数.

② 偶次方根: 在实数范围内, 正数的偶次方根是两个互为相反的数, 负数没有偶次方根.

零的任何次方根都是零.

③ 算术根: 正数的正的方根叫做算术根, 记作 $\sqrt[n]{a}$ ($a \geq 0$), 其中 a 叫做被开方数, n 叫做根指数, 特别规定零的算术根是零.

根据方根的定义, 可以得到, 如果 $\sqrt[n]{a}$ 有意义, 那么就有: $(\sqrt[n]{a})^n = a$.

当 n 为奇数时, $\sqrt[n]{a^n} = a$;

当 n 为偶数时, $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

2. 根式

(1) 定义: 表示方根的代数式叫做根式. 即当 $\sqrt[n]{a}$ (n 是大于1的整数) 有意义时, 式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式. 在根式 $\sqrt[n]{a}$ 中, a 叫做被开方数 (式), n 叫做根指数. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式.

(2) 性质

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad (a \geq 0)$$