分类理科高考试题荟萃

伍谷奇　何平　主编

吉林教育出版社

分类理科高考试题荟萃　　伍谷奇　何　平　主编

责任编辑：阙家栋　　封面设计：曲刚

出版：吉 林 教 育 出 版 社　787×1092毫米32开本　13 印张 287,000字
1990年 7 月第 1 版　1990年 7 月第 1 次印刷
发行：吉 林 省 新 华 书 店　印数：1—4,450册
定价：3.50元
印刷：长 春 科 技 印 刷 厂　ISBN　7-5383-1061-4/G·972

目　　录

试题　　答案

数学

物理

试题部分

数　学

高考数学试题评析

高考命题原则是既要有利于高校选拔新生，又要有利于中学教学。因为它是选拔性考试，难度要大一些。拉开档次有利于高校优选新生。又要考虑中学实际起指挥棒作用。1984年以来高考数学命题方向渐趋稳定，给予中学师生以信任感。特别是1987年国家教委颁发了《全日制中小学教学大纲》。它是中小学教学的依据，命题的依据，教学质量评估的依据和编写教材的依据。因此，认真学习、体会和贯彻新大纲的精神，把握住高考命题方向和特点责无旁贷。要理清各部分知识点和高考的采分点，以及它们之间的衔接点，形成许多知识块，作到知识、方法的沟通和纵、横向联系，实现整体效应。这样有利于发展学生智力，培养能力，便于实行知识的整体迁移。高中数学教材中共有115个知识点：其中代数43个、三角19个、立几22个、解析几何31个。按内容分，形成十四个知识块。代数中有复数的概念及运算；函数（集合对应）图象、性质及应用；不等式（方程）解法与证明；数列、极限、数学归纳法，数列的递推关系；排列，组合，二项式定理等五个知识块。三角中有三角函数图象和性质；三角恒等变形；反三角函数和三角方程；解三角形等四块。立体几何中有直线与平面；多面体和旋转体两大部分。解析几何中分直线、圆锥曲线、极坐标、参数方程等部分。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c

共十四块。每块中，按三个层次对有关知识，数学技能训练，能力培养和思想教育提出具体要求。即了解，认识；理解，领会；掌握，熟练掌握和运用。在立体几何中明确指出，对于异面直线的距离，只要求会计算已给公垂线时的距离。对于截面问题，除几种特殊的基本截面外，一般截面都应给出图形和它的全部顶点。在解析几何中，不要求利用曲线的参数方程或极坐标方程求两条曲线的交点。而通篇要求数、形结合，函数为纲、以及各部分知识间相互转化的思想，培养学生的对立统一观点。对于每一个知识点都有其发生过程和应用过程，这是两个有机结合的过程，大纲在这方面都提出较具体的要求。在不加重学生课业负担的前提下，提高教学效率，提高教学质量，必须认真钻研大纲、教材和教法。

十几年高考考题，回答了一个基本事实，就是数学命题不回避重点。不论题型怎样变化，不论各年度难易程度如何，不论梯度大小，考题总是侧重考查中学教学大纲、高中教材的重点内容和常用方法，特别是客观性命题份量增加以来，复盖面很大，每年涉及近七十个知识点。要求中学教学要抓纲务本。要求学生掌握基本概念、基本技能和基本方法，甚至到熟练程度。卷面的后几题，档次高一些，主要围绕立体几何，解析几何和代数中的数列、不等式、复数，以及函数性质应用拿出综合性题。几年来对数列的递推关系的要求远远超出课本内容，课本代数第二册77页17题是用递推关系式给出只要求用数学归纳法证明，而高考试题要求是观察——猜想——证明。求通项，或给出递推关系与不等式、等式（代数、三角）证明有关问题。档次较高几乎年年有题。高考试题对参数方程要求较高课本中内容及课时远远不足。

在其他方面，在高中教材十四章34节中集合、排列组合、二项式，极坐标、多面体旋转体的体积，反三角函数，充要条件等虽分值不高，年年必考。但对截面、几何体的切接问题，复数与极坐标、参数方程综合等内容涉及尚少。

近几年来由于高考数学命题范围有所缩小，试题深度有所加强，较为重视近代数学思想的渗透，命题的热点较为集中在动态性内容以及与高等数学联系较密切的知识点上（如变换、参数、递推、数列、不等式、数学归纳法、复数、函数性态等），对于高等数学联系较紧密或从近代数学的观点来看较为重要的内容都作了适当的考查。

1984年以来的考题，在难度、区分度、信度、效度大体趋于合理，各科试题分数匹配基本按授课时数（代数182节三角72节立体几何57节，解析几何60节）分配。

下面把1984年——1988年高考（理科）考查知识范围列表如下，仅供参考。

代数部分

应用知识范围	考题年度				
幂、指、对、函数图象及性态讨论	84	85	86	87	88
对数计算及性质	84	85	86	87	88
解不等式和证明不等式，比较大小	84	85	86	87	88
排列组合及应用	84	85	86	87	88
二项式定理	84	85	86	87	88
求数列极限	84	85	86	87	88
复数横、转角，共轭复数性质复数计算	84	85	86	87	88
二次函数极值最值问题	84	85	86	87	88
求数列的递推关系	84	85	86	87	
解一元二次方程、判别式，韦达定理	85	86	87	88	
等差等比数列，求通项，求和	85	86	87		
数学归纳法	86	87			

三角部分

应用知识范围	考题年度				
三角函数概念、性质及应用	84	85	86	87	88
反三角函数	84	85	86	87	88
三角方程	84	85	88		
和差倍半角公式应用	84	87	88		
同角三角函数关系	86	88			
和积互化	84	87			
解三角形	84				

立体几何部分

应用知识范围	考题年度				
体积计算	84	85	86	87	88
三垂线定理应用	85	86	87		
直线与平面成角	85	88			
二面角及平面角	85	88			
异面直线	88				
切线、与图有关的角	84				

解析几何部分

应用知识范围	考题年度			
极坐标方程图象的判定	85	86	87	88
充要条件	85	86	87	88
直线方程的点斜式	84	85	87	
点到直线距离	84	85	87	
直线的参数方程	85	86	87	
抛物线方程	85	86	87	
求圆的方程	84	86	88	
直线与圆锥曲线关系	86	87	88	
椭圆及性质	84	87	88	
求轨迹方程	85			
求二直线交点坐标	86			

现拟以教材中和高考中重点内容，就近几年试题中几例作一剖析：

复数。大纲要求是：1．了解复数引入的必要性。2．理解复数的有关概念（定义、实部、虚部、单位i，模和辐角，共轭复数及性质）和复数运算的几何意义。3．掌握复数运算的代数、几何和三角表示法及它们之间的转换；复数运算法则，并正确地进行运算，以及在复数集合上解一元二

次方程和二项方程。

近几年高考主要围绕复数有关概念，共轭复数性质，复数几何运算等知识和方法展开。和大纲要求基本一致，几乎年年有大题，而且在能力要求上有逐年提高的趋势。常常与其他方面知识结合出综合题，档次较高。如，1987年第六题。

设复数Z_1和Z_2满足关系式

$Z_1\overline{Z_2}+\overline{A}Z_1+A\overline{Z_2}=0$，其中A为不等于0的复数，证明

（1）$|Z_1+A|\cdot|Z_2+A|=|A|^2$

（2）$\dfrac{Z_1+A}{Z_2+A}=\dfrac{|Z_1+A|}{|Z_2+A|}$　　　　解法（略）

本题得分率很低，它难在它的要求超出中学数学领域内的复数教学的常规，它是通过反演变换得到的试题，学生习惯的用代数式来处理又很难完成。直接用复数Z，$\overline{Z}$及共轭复数有关性质作抽象的运算和推理才是可行的。此题贵在有探索性和启发性，不仅考查了学生能否直接用复数运算的一般技能、技巧，而且更重要的是临场发挥，怎样选择解题道路的思维方法，当用代数式作不出来时，迷途知返，另辟蹊径。从条件凑出结论，将已知等式左边化为两个因式之积，右边化成$|A|^2$，将等式两边同加$A\overline{A}$得

$Z_1\overline{Z_2}+\overline{A}Z_1+A\overline{Z_2}+A\overline{A}=|A|^2$

有 $(Z_1+A)(\overline{Z_2}+\overline{A})=|A|^2$

有$|(Z_1+A)(\overline{Z_2+A})|=||A|^2|$

即$|Z_1+A|\cdot|Z_2+A|=|A|^2$※　　　（结论）

再以结论（1）凑出结论（2）

※式两边同除以$|Z_2+A|^2\neq 0$

$$\frac{|Z_1+A|}{|Z_2+A|}=\frac{|A|^2}{|Z_2+A|^2}=\frac{(Z_1+A)(\overline{Z_2+A})}{(Z_2+A)(\overline{Z_2+A})}$$

$$=\frac{Z_1+A}{Z_2+A}$$

此题得分率低，与其说知识上的欠缺，还不如说是能力上的差距。因此在复习时要注意前后呼应，相互渗透，相互作用，努力使新旧知识与其他知识汇成一个整体，才能拿下复数单元这一题。

集合与函数。中学教材中集合与对应思想、函数概念，在中学数学领域内，特别是在高中数学领域内，其地位和作用，已由教学大纲予以确定。除集合仅仅要求理解外，其他不但强调要求掌握，而且涉及应用解决某些有关问题。高考试题中，函数部分比重很大，基本上涉及所有知识点，而且频率比较高，具有一定综合性的中难度的，以考查运用知识的基本能力为主的试题大量出现了。

函数内容主要指八种函数定义，图象及性态变化。即一次函数，二次函数，反比例函数，幂函数，指数函数，对数函数，三角函数和反三角函数等。根据定义，结合图象来研究它们的定义域、值域、函数值，单调性、周期性、奇偶性、有界性、互反性、最值等性态变化。而方程、不等式都与函数相通，数列是整标函数。因式分解，配方法，待定系数法、数学归纳法等重要数学方法是解决有关问题不可少的工具。象转换的思想、变换的方法、递推思想在函数中得到广泛的应用。

特别是二次函数，一元二次方程、一元二次不等式，经

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c

常在试卷中出现。综上所述、函数概念、性质和方法象根红线一样贯穿中学数学知识和方法之间，素有“函数为纲”之称，抓住函数有益于带动全局，把握住高考重点内容。

例如1985年第八题

设 a，b 是两个实数，$A=\{(x,\ y)|\ x=n,\ y=na+b,$ n是整数$\}$

$B=\{(x,\ y)|\ x=m,\ y=3m^2+15,\ m$是整数$\}$

$C=\{(x,\ y)|x^2+y^2\leqslant 144\}$是平面 $x\overline{0}y$ 内的点集合，讨论是否存在 a，b 使得

（1）$A\cap B\neq 0$（ϕ为空集）

（2）$(a,\ b)\in C$同时成立。

设 a，b 使（1）（2）成立，即使（1）成立有一点 $(n,\ y)\in A$且$(n,\ y)\in B$

∴得 $an+b=3n^2+15$

即 $3n^2-an+15-b=0$

∵ n 为整数 ∴$\triangle=a^2+12b-180\geqslant 0$ ※

由（2）成立得 $a^2+b^2\leqslant 144$※※

∴ $b^2-12b+36\leqslant 0$ 即 $(b-6)^2\leqslant 0$

∴ $b=6$

将 $b=6$ 代入判别式※得 $a^2\geqslant 108$

而把 $b=6$ 代入※※式得 $a^2\leqslant 108$

因而必有$a^2=108$ ∴ $a=\pm 6\sqrt{3}$

将 $a=\pm 6\sqrt{3}$，$b=6$ 代入（1）

$3n^2+6\sqrt{3}n+9=0$ 即$n^2+2\sqrt{3}n+3=0$

∴ $n=\pm\sqrt{3}\neq 1$整数

∴不存在实数 a 、b 使得（1）（2）同时成立。

此题是用集合形式给出档次较高的试题，大量知识和方

法是二次方程和二次不等式内容并用了反证法。由此可得一改三。在集合教学中除强调掌握基本概念及基本运算外，要加强综合训练，与不等式、排列组合、数列，以及三角，几何等知识相结合的综合题训练，才能适应高考要求。

又如1988年　第六题

给定实数 a，$a\neq 0$ 且 $a\neq 1$，设函数

$$y=\frac{x-1}{ax-1}\quad (x\in R \text{ 且 } x\neq \frac{1}{a})$$

证明（1）经过这个函数图象上任意两个不同的点的直线不平行于 x 轴；

（2）这个函数的图象关于直线

$y=x$　成对称图形。

（略解）（1）任取一条与 x 轴平行的直线 l，则 l 方程为 $y=c$（c 为常数）l 与所给函数图象交点的个数：

$$\begin{cases} y=\dfrac{x-1}{ax-1} & (1) \\ y=c & (2) \end{cases}$$

将（2）代入（1）得　$(ca-1)x=c-1$　　（3）

当 $c=\frac{1}{a}$ 时③式：$a=1$ 与已知 $a\neq 1$ 矛盾

即当 $c=\frac{1}{a}$ 时原方程组无解，从而直线 l 与所给函数的图象无交点。

当 $c\neq\frac{1}{a}$ 时　③式解　$x=\dfrac{c-1}{ca-1}$

原方程组恰有一个解，直线 l 与所给函数图象恰有一个交点。

综上所述，平行于 x 轴的直线与所给的函数的图象或者

不相交，或者恰有一个交点。因此，经过这个函数图象上任意两个不同的点的直线不平行于x轴。

（2）先求所给函数的反函数，由

$$y=\frac{x-1}{ax-1}\ (x\in R\quad x\neq\frac{1}{a})$$

得 $y(ax-1)=x-1$ 即 $(ay-1)x=y-1$

假如 $ay-1=0$ 则 $y=\frac{1}{a}$ 代入所给函数解析式，得

$$\frac{1}{a}=\frac{x-1}{ax-1},$$

由此得 $a=1$ 与已知矛盾 $\therefore ay-1\neq 0$

$$\therefore\quad x=\frac{y-1}{ay-1}\ (y\neq\frac{1}{a})$$

即函数 $y=\frac{x-1}{ax-1}$（$x\in R$ 且 $x\neq\frac{1}{a}$）的反函数是自身.

由于函数 $y=f(x)$ 图象和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，所以函数 $y=\frac{x-1}{ax-1}$（$x\in R$ 且 $x\neq\frac{1}{a}$）的图象关于直线 $y=x$ 成轴对称图形。

此题难度不大，但得分率不高，反映出研究函数性态变化能力不够。函数教学在抓住有关性质基础上，必须注意结合函数图象来研究，作到数形结合，才能体现其穿针引线“函数为纲”的地位和作用.

方程和不等式．方程的解法和讨论，不等式的解法和证明，分布在中学教材各个年段中，在高考中占有一定比重。象不等式部分，要掌握不等式意义和性质基础上较熟练地解不等式，主要是一元一次不等式，一元二次不等式，分式不

等式，根式不等式，绝对值不等式，指数不等式，对数不等式，三角不等式等。重点是一元二次不等式，指数、对数不等式。特别要注意二次函数图象、性质的研究。不等式证明，要掌握比较法（差0法，商1法）、综合法、分析法、反证法、放缩法、极值法、构造函数法，以及数学归纳法等证明方法。至于函数的定义域、值域、单调性、极值、方程根的性质、曲线变化范围的讨论，可放在相应章节进行复习，它们的基础部分仍是解不等式、证明不等式的范畴。值得提及的这部分知识运用常与字母的讨论联系在一起，分类讨论的思想和方法是数学一个基本能力。近几年有关不等式方面大题都是如此。例如1987年第五题

设对所有的实数 x，不等式

$$x^2\log_2\frac{4(a+1)}{a}+2x\log_2\frac{2a}{a+1}+\log_2\frac{(a+1)^2}{4a^2}$$

>0 恒成立、求 a 的取值范围。

〔解〕由题意得

$$1.\quad\begin{cases}\dfrac{a}{a+1}>0 & (1)\\ \log_2\dfrac{4(a+1)}{a}>0 & (2)\\ \left(\log_2\dfrac{2a}{a+1}\right)^2-\log_2\dfrac{4(a+1)}{a}\\ \quad\cdot\log_2\dfrac{(a+1)^2}{4a^2}<0 & (3)\end{cases}$$

令 $Z=\log_2\dfrac{2a}{a+1}$，则（3）式变为

$$Z^2-(3-Z)(-2Z)<0$$

化简 $Z(6-Z)<0$

解得 $Z>6$ 或 $Z<0$ （4）

（2）式变为 $\log_2 8-Z>0 \to Z<3$ （5）

综合（4）（5）得 $Z<0$

即 $\log_2\frac{2a}{a+1}<0 \to \frac{2a}{a+1}<1$ （6）

解（1）（6）得 $0<a<1$

2．

$$\begin{cases} \frac{a}{a+1}>0 & (7) \\ \log_2\frac{4(a+1)}{a}=0 & (8) \\ \log_2\frac{2a}{a+1}=0 & (9) \\ \log_2\frac{(a+1)^2}{4a^2}>0 & (10) \end{cases}$$

此时由（8）得 $a=-\frac{4}{3}$ 由（9）得 $a=1$

此混合组无解

综上 $0<a<1$

可以看出有关不等式问题中，要有较强变形能力。虽然不等式证明这个难点课题，国家教委已决定了降低教学要求，但不等式论证的思想和方法是十分重要的。常与数列综合命题作为压轴题，显然难度很大。必须熟练掌握不等式性质，不断提高论证能力。

数列与数学归纳法．是高考热点话题，在学生掌握数列有关概念基础上熟练掌握简单数列（等差、等比数列）的意义、性质的应用，特别是给出递推关系的数列，在高考卷面上连年出现高档次压轴题，不能不引起人们高度重视。要作到“立足双基”“着眼于转化”，要学生掌握迭加（迭乘）

原理和方法（$a_n=a_{n-1}+d$，$a_n=qa_{n-1}$）会通过观察——猜想——证明方法求通项公式、会用加减消去法、乘除约去法处理一些问题。要求学生掌握形如：给出递推关系式$a_{n+1}=f(n)a_n+g(n)$　$a_1=g$（$n\in N$）求通项a_n问题和形如数列$\{a_n\}$满足

$$a_{n+1}=\frac{Ca_n+d}{Pa_n+q}\qquad a_1=1\quad 求a_n$$

的问题一般解法，最终还是归结为等差、等比数列解决．这方面例题比比皆是，不一一举例了。

关于立几部分，立体几何在培养学生空间想象能力和逻辑思维能力上起特殊作用。历年来高考立体几何试题都处于中档位置，占卷面分数的1/6左右，体积计算年年有题，并且近二年连续出大题，线面垂直关系是试题结构的支架，为此要把握住重点和方向，收到实效。要注意以下几点：

1．讲清立体几何知识结构，线线、线面、面面之间联系，平行和垂直自身和它们之间的沟通，作到左右逢源。

2．加强概念教学，对概念内涵和外延要使学生弄清楚，概念教学中注意关键词语的表述，如直线与平面所成的角就要注意“射影”“锐角”两个词。

3．注意培养学生求同思维，通过典型例、习题使学生形成思维定势，这是培养能力的基础，进而进行多向、全方位的求异思维，建立起空间概念培养空间想象能力，灵活解题。如1987年第四题，证明三棱锥体积

$V=\frac{1}{6}l^2h$，就要灵活运用公式

$V=\frac{1}{3}Sh$，底面积不能拘泥于

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com