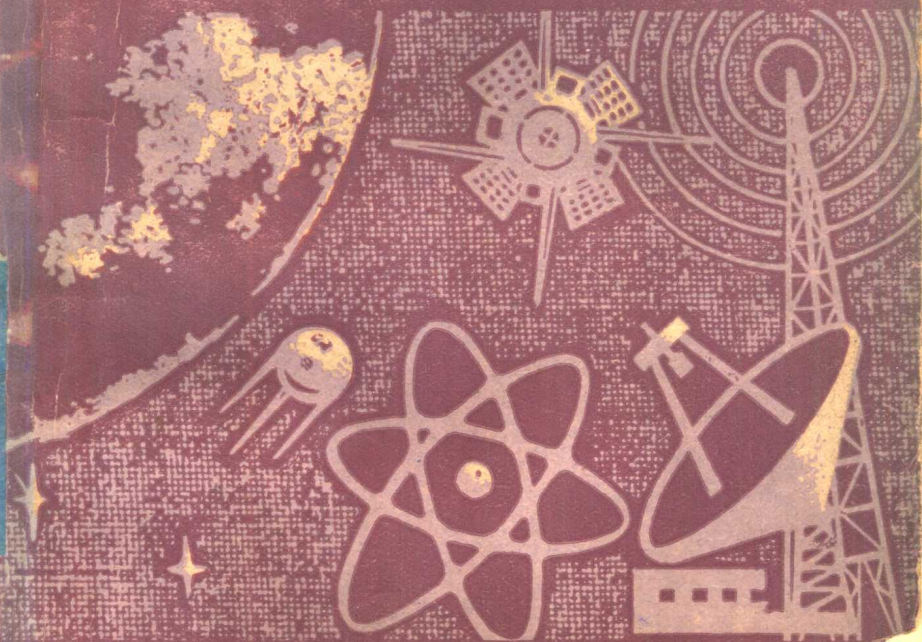


力学基础知识

王义民 编著

(下)



力学基础知识

(下)

王义民 编著

安徽人民出版社

力学基础知识

(下)

王义民 编著

*

安徽人民出版社出版

安徽省新华书店发行

安庆地区东方红印刷厂印刷

☆

开本 787×1092 1/32 印张8.975 字数191,000

1979年8月第1版 1979年3月第1次印刷

印数1—200,000

统一书号18102·89 定价0.63元

第八章 功 和 能

前几章我们讨论了运动学、动力学和静力学的基本内容。现在我们将研究牛顿力学中另一方面的重要问题，即机械运动中功和能的概念以及功和能之间的关系。

在动力学中讲到动量原理时曾经指出，物体所受的力与力的作用时间的乘积叫做冲量，冲量愈大，表明物体的动量变化得愈多；因而根据力与时间的乘积的大小，就可以直接判明物体动量的改变数值。那么，力与距离的乘积、力与速度的乘积有没有物理意义呢？

下面我们就来回答这个问题。

§1 功

一、功 的 概 念

长期以来，人们从拉犁耕地、井中提水、推车运货等等劳动实践中逐渐形成了做功的概念。井越深，提的水愈多，人们就会说做的功越大。推的货越多，走的路愈长，人们也会说做的功越大。可见，人所做的功，同人用的力和物体在人力作用下移动的路程有关。此外我们还知道，不但人能够做功，机器也能做功，马牛等动物也能做功；为了比较各种外力对物体所做的功的大小，为了了解做功之后物体得到什

么效果，必须首先明确功的含义。在物理学和工程技术中，对功的定义作了如下规定(图8—1)：外力(F)对物体所做的功(W)，等于力和物体在力的方向上所通过的路程(s)的乘积，用数学式子表示为

$$W = F \cdot s \quad (8-1)$$

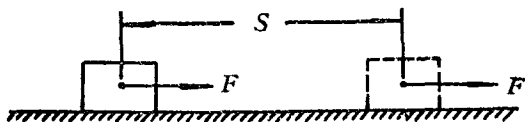


图 8—1

作出了这个规定，就使我们对功的概念有了统一的认识。这样一来，一个演员尽管用了力气消耗了不少能量唱了许多歌，在物理学上不算她做了功；一个举重运动员把杠铃举在头顶上不动，即使经过很长时间，也不算他做了功，因为这两种情况下都没有物体的移动发生。同样，在一列作匀速直线运动的火车上，如果有人背着很重的行李站立不动，尽管火车行驶了好多公里，行李也有了同样长的移动路程，但我们也说此人没有对行李做功，因为行李运动了很长路程，不是在此人用力的方向上发生的，而恰恰在此人用力的方向上(朝上)，行李一点运动距离也没有发生。由此可见，物理学中的功的概念，要比通常所说的“工作”或“劳动”的概念狭窄得多。虽然如此，物理学中的功的概念，在生产实践中却有着重大的意义，只有学会了如何计算功，才能解决工程技术中的许多实际问题。

二、功 的 计 算

从公式(8—1)我们看出,功的单位是由力和路程的单位决定的。在SI制中,力的单位是牛顿,路程的单位是米,故功的单位就是牛顿米,简称焦耳:1焦耳=1牛顿米。功的单位与力矩的单位相同,都是牛顿米;当力用公斤作单位时,功和力矩的单位都是公斤米。由于1公斤=9.8牛顿,故1公斤米=9.8牛顿米=9.8焦耳。不过尽管二量的单位相同,二者的物理意义却并不相同:在力矩中,力与距离的关系是互相垂直的;在功中,力与距离的关系是沿一条直线的。所以,过去有些书上把力矩的单位故意写成米牛顿或米公斤。如今,在SI制中,这些多余的规定都取消了。下面我们举一个例子来说明功如何计算。

例1 起重机把10吨钢材从地面匀速举高2米,问它对钢材做了多少功? 如果起重机把这些钢材用1米/秒²的加速度举高2米,它对钢材做了多少功?

解 匀速上升时,加速度等于零,所以钢材所受上举力 F 等于重力 P ,即等于10吨。由公式(8—1)得知上举力对钢材所做的功为

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s = 10 \text{ 吨} \cdot 2 \text{ 米} = 20 \text{ 吨米} \\ &= 20000 \text{ 公斤米} = 196000 \text{ 焦耳} \end{aligned}$$

匀加速上升时,加速度 $a=1$ 米/秒²,故由第二定律得知

$$F - P = ma$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad F &= P + ma = 10000 \times 9.8 + 10000 \times 1 \\ &= 108000 \text{ 牛顿} \end{aligned}$$

代入公式(8—1)得到匀加速上升时起重机对钢材所做的功为

$$W = F \cdot s = 108000 \times 2 = 216000 \text{ 焦耳}$$

在很多情况下,外力的方向与物体移动的方向并不一致,这时如何来计算外力对物体所做的功呢?图8—2表明作用在物体上的力 F 与物体移动的方向夹成 α 角,这时尽管物体也会移动 s 路程,但外力 F 对此物体所做的功不等于 F 与 s 的直接乘积。显然, F 的垂直分力不对物体做功,只有与移动方向一致的 F 的水平分力 ($F\cos\alpha$) 做功,所以这时外力 F 对物体所做的功的大小为

$$W = F\cos\alpha \cdot s = Fs\cos\alpha \quad (8-2)$$

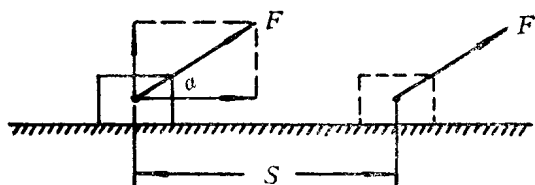


图 8—2

此式说明,当外力 F 与物体的移动路程 s 之间成一 α 角时,外力 F 所做的功就等于 F 、 s 以及二者之间夹角 α 的余弦的乘积。

仔细讨论公式 (8—2) 中 α 角的大小,可以得出外力的三种做功情况。

(1) $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ (图 8—3 a)。

在这种情况下, $\cos\alpha > 0$, $W > 0$, 这说明外力 F 对物体的运动起了推动作用,即外力 F 对物体做了正功。

(2) $\alpha = 90^\circ$ 或 270° (图 8—3 b)。

这时 $\cos\alpha = 0$, $W = 0$ 。这表明外力 F 对物体的运动不起作用,即外力 F 对物体不做功,或者说做了零功。

(c) $90^\circ < \alpha < 270^\circ$ (图 8—3 c)。

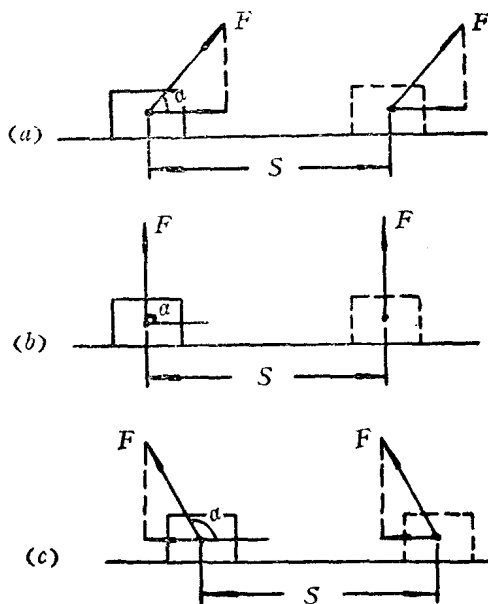


图 8—3

这时 $\cos \alpha < 0$ ， $W < 0$ 。这表明外力 F 对物体的运动起了阻碍作用，即外力对物体做了负功，或者说物体克服阻力 F 做了功。例如一个竖直上抛的物体，在上抛的过程中，重力的方向和运动方向相反，这时重力对物体做负功，或者说物体克服重力做功。当物体自由下落时，重力对物体做正功。

总之，力对物体做功的正负，反映了力对物体的运动起推动作用还是起阻碍作用。

功虽然有正负之分，但是这个正负并不是功的方向。功并没有方向，功不是矢量而是标量。

例 2 将一个重量为100公斤的木箱，沿着3米长的木板斜面拉上汽车。斜面的倾角为 30° ，木箱与木板斜面之间的摩擦系数 $\mu=0.2$ ，绳的拉力 F 与斜面成 10° 的角度，拉力 F 的大小为66公斤(如图8—4a所示)。问：(1)木箱受到哪几个力的作用？(2)这几个力所做的功各是多少？

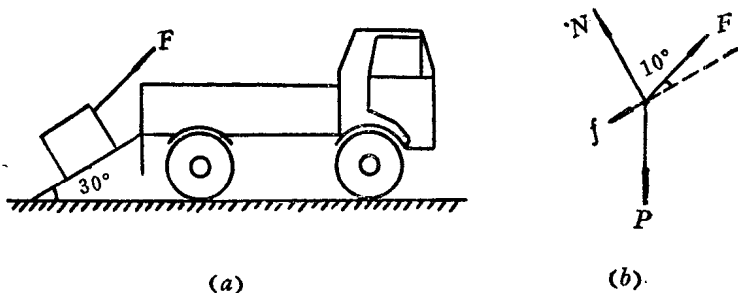


图 8—4

解 对木箱取隔离体，作它的受力图，如图8—4(b)所示，木箱共受四个力的作用：拉力 F ，重力 P ，斜面的弹力 N ，斜面的摩擦力 f 。

已知 $s=3$ 米，由公式(8—2)，可分别求得每个力对木箱所做的功。

拉力 F 所做的功，以 W_1 表示，

$$W_1 = Fs \cos 10^\circ = 66 \times 3 \times 0.9848 = 195 \text{ 公斤米}$$

重力 P 所做的功，以 W_2 表示。由于重力和运动方向之间的夹角 $\alpha=180^\circ+60^\circ$ ，所以

$$\begin{aligned} W_2 &= Ps \cos(180^\circ + 60^\circ) = -Ps \cos 60^\circ \\ &= -100 \times 3 \times 0.5 = -150 \text{ 公斤米} \end{aligned}$$

弹力 N 所做的功，以 W_3 表示。由于 $\alpha=90^\circ$ ，所以

$$W_3 = N s \cos 90^\circ = 0$$

摩擦力 f 所做的功，以 W_4 表示。由于木箱对斜面的正压力等于重力 P 垂直于斜面的分力 $P \cos 30^\circ$ 减去拉力 F 垂直于斜面的分力 $F \sin 10^\circ$ ，所以摩擦力

$$f = \mu (P \cos 30^\circ - F \sin 10^\circ)$$

$$= 0.2 (100 \times 0.866 - 66 \times 0.174) = 15 \text{ 公斤}$$

因而摩擦力所做的功为

$$W_4 = f s \cos 180^\circ = 15 \times 3 \times (-1) = -45 \text{ 公斤米}$$

可见，拉力 F 对木箱做正功，弹力 N 对木箱不做功，重力和摩擦力都对木箱做负功。在本题中，正功值正好等于负功值，所以木箱获得的总功等于零，即木箱沿斜面匀速上移。

三、变力的功

上面我们讨论的是做功过程中外力不变的情况，我们称之为恒力做功。但有些问题中，会碰到做功时外力的大小不断地变化，这种做功过程称之为变力做功。变力做的功一般很难计算，只有先知道力的变化规律，方能讨论功如何计算。

不过在变力做功中有一种情况最简单，这就是在做功过程中力均匀地增大，或者均匀地减小。计算这种力所做的功时，只要取力的平均值代入公式(8—2)中就行了。例如在图8—5中，木块原来处于光滑桌面上的 O 点，若

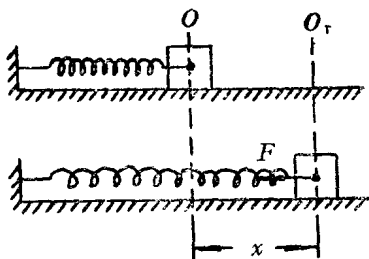


图 8—5

将弹簧拉长 x 距离, 使木块达到位置 O_1 点, 这时木块上将受到一个弹力 $F=kx$ 的作用。如果我们松开手, 那么木块将在弹力 F 的作用下从 O_1 点返回 O 点, 但弹力对木块所做的功是不是等于 F 乘 s 呢? 显然不是, 因为随着木块向 O 点移近, 弹力 F 愈来愈小, 当木块运动到 O 点时, 弹力也减小到零, 所以这是一个变力做功的问题。不过, 由于弹力的减小是均匀的, 所以在木块运动 x 的路程上, 我们可以取 F 的平均值, 即 $\frac{F+0}{2}=\frac{F}{2}$ 来计算弹力的所做的功, 于是

$$W=\frac{F}{2} \cdot x=\frac{1}{2} kx \cdot x=\frac{1}{2} kx^2$$

例 3 用辘轳从深井打水。已知井深 15 米, 铁桶盛满水之后的重量为 40 公斤, 当铁桶刚露出井水水面时, 井中那段钢丝绳重 6 公斤。问将一桶水匀速提上来, 人力做功多少?

解 这是一个变力做功问题, 因为铁桶刚露出水面时, 通过辘轳产生的上提力为 46 公斤, 而当铁桶升到井口时, 上提力减为 40 公斤。不过按题意得知, 铁桶匀速上升, 所以上提力的减小也是均匀的, 因而我们可以用平均上提力来计算功。设平均上提力为 $\bar{F}$, 则

$$\bar{F}=\frac{46+40}{2}=43 \text{ 公斤}$$

所以上提力所做的功等于

$$W=\bar{F} \cdot s=43 \times 15=645 \text{ 公斤米}$$

这个功是人转动辘轳的把手做的, 所以人力所做的功也等于这个数值。

习 题

8-1 一辆带有拖车的卡车开上斜坡时,前面的牵引车共受几个力的作用?哪些力对它做功?哪些力对它没有做功?它克服哪些力做功?

8-2 在光滑水平面上滚动的小球是否在做功?其他物体有没有对它做功?

8-3 探空气球下面挂着10公斤仪器匀速上升了100米,问气球对仪器做功多少?地球对仪器做功多少?

8-4 卡车拉2吨重的拖车在水平公路上前进了100米。它对拖车的水平拉力是250公斤,地面对拖车的摩擦阻力是50公斤,问在这段路程上,拉力、摩擦力和地面对拖车的支持力各做多少功?

8-5 在上题中若卡车对拖车的拉力与水平成 15° 的角度,大小仍是250公斤,则各力所做的功又是多少?

8-6 将货箱沿斜面拉上卡车,卡车底板高1米,斜面长4米,货箱重400公斤,如果以120公斤的力沿斜面方向向上拉货箱,问要将货箱拉上车需做多少功?重力做功多少?摩擦力做功多少? ($\mu=0.04$)

8-7 一个竖直上抛的物体在抛出后经过3秒钟到达最高点,物体的质量是0.5公斤。试计算物体在上升过程中克服重力所做的功。计算时取 $g=10\text{米/秒}^2$,不考虑空气阻力。

8-8 起重机通过钢丝绳起吊重量为2吨的物体。(1)当物体匀速吊起4米高时,钢丝绳的拉力多大?作功多少?(2)若物体的初速为零,到4米高度时速度均匀增大为1.2米/秒,问拉

力和作功各是多少？在这两种情况下重力作功多少？

8-9 一个小池塘的平均截面积为 100米^2 ，平均水深为2米。若开始抽水时水面到田埂的高差为5米，问把一塘水抽干，抽水机做功多少？

8-10 在图8-5中，若弹簧的倔强系数 $k=2\text{公斤/厘米}$ ，问在把弹簧拉长到 $x=10\text{厘米}$ 的过程中，外力做功多少，弹力做功多少？

8-11 北京火车站有一架倾角为 α 的自动扶梯，当扶梯以速度 v 匀速向下运动时，有一个重量为 P 的小孩，他以速度 u 沿扶梯向上走。问当他上升到高度为 h 的二楼时，他做了多少功？

8-12 有一个活动吊架，它由 CE 、 BD 、 DH 和 EN 四根等长的长棒和另外四根等长的短棒连接成铰链形状，如图8-6所示。 OM 是连结在铰链上的一根细绳。若整个吊架的重量为 P ，试求细绳 OM 中的拉力。

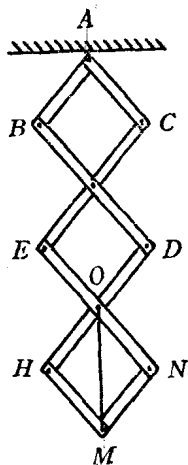


图 8-6

§2 功率和机械效率

一、功率

在功的讨论中，我们没有考虑到完成这些功要化多少时间。但在实际工作中，时间的因素是极其重要的。我们不仅

要计算功，而且还需要知道完成一定的功需要花费的时间。如果两部机器做同样多的功，显然，能够在较短时间内完成这些功的机器具有较大的实用价值。在力学中，我们引入功率这个物理量来描述做功的快慢。

力所做的功(W)与力做此功所用的时间(t)的比叫做功率(N)，用数学式子表示为

$$N = \frac{W}{t} \quad (8-3)$$

由公式(8—3)所求出的功率，实际上只是对外做功的物体在时间 t 内的**平均功率**。同一个物体有时可以产生比平均功率大的功率，也有时可以产生比平均功率小的功率。例如，汽车在爬坡的时候，它的功率可以比在平坦的公路上行驶时大一半甚至一倍。但是发动机不能在这样大的功率下长时间工作，因为这样发动机会损坏。

公式(8—3)还可以写成另一种常用形式。由于 $W = F \cdot s$ ，所以代入(8—3)式后得到

$$N = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t}$$

$$\therefore N = F \cdot v \quad (8-4)$$

式中 v 是外力对物体做功时，物体的运动速度。我们常用这个公式来计算做功机械的实际输出功率。这个公式告诉我们，如果发动机的功率保持一定数值，减小速度就能增大它的牵引力；反之，增大速度就会使牵引力减小。汽车在平坦的公路上行驶时，由于阻力较小，需要的发动机牵引力也较小，所以汽车的速度可以加大；但在爬坡时，汽车遇到的阻力较大，这时需要的牵引力也应相应地增大，所以汽车要挂慢档，

减低速度。

功率的单位，在 *SI* 制中是焦耳/秒，简称瓦特：

$$1 \text{ 瓦特} = 1 \text{ 焦耳/秒}$$

当功用公斤米作单位时，功率的单位相应地变为 公斤·米/秒，它和瓦特的换算关系如下：

$$1 \text{ 公斤米/秒} = 9.8 \text{ 牛顿米/秒} = 9.8 \text{ 焦耳/秒} = 9.8 \text{ 瓦特}$$

在实用中，有时嫌瓦特这个单位太小，可以用它的倍数单位——千瓦(或写成瓩)：

$$1 \text{ 瓩} = 1000 \text{ 瓦特}$$

在很多做功机械中还沿用功率的英制单位——马力，它和瓦特的换算关系如下：

$$1 \text{ 马力} = 75 \text{ 公斤米/秒} = 735 \text{ 瓦特}$$

我们应当记住瓦特，因为其它功率单位都在淘汰之中，因而只需知道它们同瓦特的换算关系就可以了。

例 4 一台东方红拖拉机的功率为75马力，拉着5米宽的耙犁耕地，平均行驶速度为5.4公里/小时，问拖拉机的牵引力多大？耕完120亩地做功多少？需要多少时间？

解 (1) 拖拉机的牵引力可以根据公式(8—4)来求。由于已知 $N = 75 \text{ 马力} = 75 \times 735 \text{ 瓦特} = 5.52 \times 10^4 \text{ 瓦特}$ ，而速度 $v = 5.4 \text{ 公里/小时} = 1.5 \text{ 米/秒}$ ，所以牵引力为

$$\begin{aligned} F &= \frac{N}{v} = \frac{5.52 \times 10^4}{1.5} = 3.67 \times 10^4 \text{ 牛顿} \\ &= 3.75 \times 10^3 \text{ 公斤} \end{aligned}$$

(2) 为了计算耕完120亩地拖拉机所做的功，必须先亩化为米²。我们知道，1亩 = 60丈² = 6000尺²，但由于1米 = 3尺，

1米²=9尺²，所以 1亩= $\frac{6000}{9}$ 米²。则 120亩= $120 \times \frac{6000}{9}$ 米²
 = 8×10^4 米²。又因耙犁的宽度为 5 米，故拖拉机耕完 120
 亩地所走的路程 $s = \frac{8 \times 10^4}{5} = 1.6 \times 10^4$ 米。

于是，拖拉机耕完这片地所做的功

$$W = F \cdot s = 3.75 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^4 = 6.0 \times 10^7 \text{ 公斤米}$$

(3) 所用时间为

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1.6 \times 10^4}{1.5} = 1.07 \times 10^4 \text{ 秒} \approx 3 \text{ 小时}$$

例 5 某机械厂工人在龙门刨床上进行高速切削表演。
 如果传动机构推动工作台和工件运动的动力做功 1500 公斤
 米，工件的刨削长度为 3 米，每刨一次所花时间为 3 秒。问
 刨刀的切削力是多大？刨刀所消耗的功率是多少？

解 龙门刨床是一种大型刨平面的金属切削机床，机床
 工作台和工件来回运动，而刨刀夹持在刀架上不动，如图
 8—7所示。工件在刨削时作匀速运动，刨刀的刨削力 F 与工

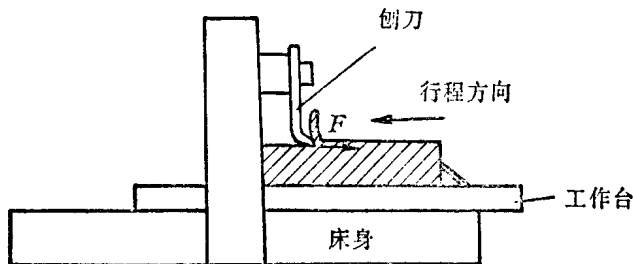


图 8—7

件的运动方向相反,所以切削力 $F = -\frac{W}{s} = -\frac{1500}{3} = -500$

公斤。(负号表明 F 力的方向向右)

工件在3秒钟内向左移动3米。可以看成是工件不动,而刨刀以 $v = \frac{s}{t} = \frac{3}{3} = 1$ 米/秒的速度向右运动。所以刨刀所消耗的功率为 $N = F \cdot v = 500 \times 1 = 500$ 公斤米/秒 $= 500 \times 9.8$ 牛顿米/秒 $= 4900$ 焦耳/秒 $= 4900$ 瓦特 $= 4.9$ 瓩。

二、机械效率

任何机器在正常运转时,动力对机器所做的功并不等于机器对外所做的功。因为在动力对机器所做的功中,有一部分要用来克服机器中的摩擦阻力而做功以及消耗在其他损失上,所以,机器对外所做的功,总是小于动力对机器所做的功。

我们把动力对机器所做的功,叫做**输入功**;把机器对外所做的功,叫做**输出功**;而把输出功占输入功的百分比,叫做**机械效率**,机械效率总是小于1的。如果用 $W_{\text{入}}$ 表示输入功,用 $W_{\text{出}}$ 表示输出功,用 η 表示机械效率,那么

$$\eta = \frac{W_{\text{出}}}{W_{\text{入}}} \times 100\% \quad (8-5)$$

如果用 $N_{\text{入}}$ 表示输入功率,用 $N_{\text{出}}$ 表示输出功率,由公式(8-3)得到

$$W_{\text{入}} = N_{\text{入}} t \quad W_{\text{出}} = N_{\text{出}} t$$

所以,公式(8-5)又可写成

$$\eta = \frac{N_{\text{出}}}{N_{\text{入}}} \times 100\% \quad (8-6)$$