

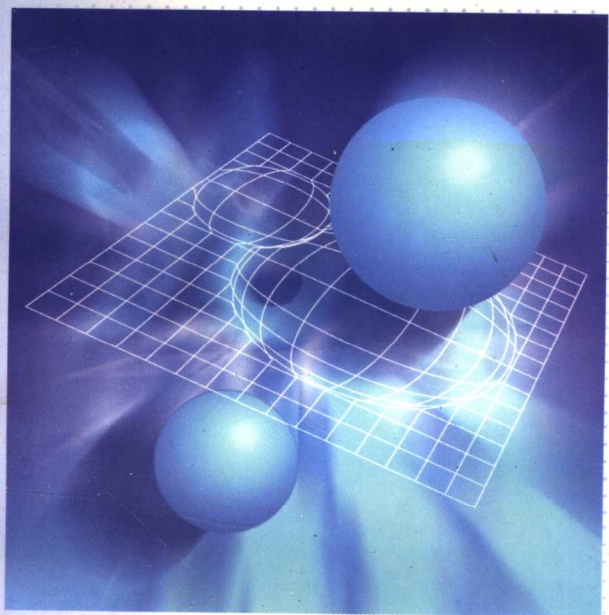
中 学 数 学 视 野 丛 书

ZHONGXUESHENGSHUXUESHUYE CONGSHU

趣味逻辑问题

QUWEI LUOJI WENTI

堵丁柱 编著



湖 南 教 育 出 版 社

中 学 生 数 学 视 野 丛 书

ZHONGXUESHENG SHUXUE SHIYE CONGSHU

趣味逻辑问题

QUWEI LUOJI WENTI

堵丁柱 编著

湖 南 教 育 出 版 社

图书在版编目(C I P)数据

趣味逻辑问题/堵丁柱编著. —长沙: 湖南教育出版社, 2000. 9

(中学生数学视野丛书)

I. 趣… II. 堵… III. 数学—逻辑思维—中学—课外读物 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 50672 号

中学生数学视野丛书

趣味逻辑问题

堵丁柱 编著

责任编辑: 郑绍辉 胡 坚

湖南教育出版社出版发行(长沙市韶山北路 643 号)
湖南省新华书店经销 湖南广播电视大学印刷厂印刷

787×1092 32 开 印张: 3.75 字数: 89000

2001 年 6 月第 1 版 2001 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—1000

ISBN7—5355—3399—X/G·3394

定价: 5.60 元

本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换

《中学生数学视野》丛书编委会

主 编：刘绍学

副主编：冯克勤

编 委：周民强 李培信 潘一民
贺贤孝 赵雄辉 胡 坚
郑绍辉

序 言

我们有一个数学世界，它为现实世界(科学)提供大量有力的工具，它还为精神世界(哲学)贡献丰富深刻的思想。

人们创造数去记载物件的个数、长度、速度等，运用多项式去表述物理定律，用矩阵去作多种商品的价目表，去刻画几何中的变换。人们创造微积分，使得在研究几何图形和物理现象时有了强有力的工具。例如，根据物理定律，数学工作者通过计算能判定某一从未发现的星体必将在某天某时在某方向上出现，而后天文观测者的确在该天该时该方向观测到它。数学世界在爱因斯坦的相对论出现之前已准备好一种几何空间，刚好满足它的需要，我们日常生活中离不开的计算机也是先在数学世界中酝酿，而后由数学工作者设计出来的。只要想一想，装进一个特殊软件，计算机就能帮你证明平面几何定理，就能和国际象棋冠军对阵，就能在平稳对接宇宙飞船中起重要作用，只要想一想数学和计算机科学的手足关系，谁都会赞赏数学世界提供解决问题能力的神奇和伟大，今日数学世界仍在继续为我们创造和贡献新工具、新方法、新理论。

数学世界中的确还有另外一面。按照数学自身发展的规律提出和研究的一些问题，它们是数学世界中特有的现象，例如大家都听说过的哥德巴赫问题，当你接触、研究它们时，你会感到

一种棋艺味、艺术味、哲学味，它们本身看来不像是研究现实世界可以用得上的工具，然而它们却和数学世界中的工具性质部分相互呼应、相互影响、紧密联系而共同组成一个绚丽多彩的统一世界。

中学数学是数学世界的基石，是进入数学世界的必经之路，是数学教育工作者精心为全体中学生设计的多层台阶。然而他（她）们中的一些数学爱好者一定会希望向周围看一看，或者爬到一个山头，或者钻入小林的深处，领略一下数学世界中的风采，体验一下数学世界的气氛，从而获得一些数学兴趣和数学修养，我们这套丛书就是为这些中学生编写的。如果说英语给我们打开一个通向境外世界的窗口，那么中学数学给我们打开了通向数学世界的大门，而这套丛书将引导我们去欣赏它的一些景点，扩大我们的数学视野。

我们常谈论数学的力量（这是大家都同意的）。的确，搞经济理论的人，常是数学出身的人得到大奖，搞计算机科学的人，也常是数学出身的人有出色表现。人们还谈论数学的美（有人不同意）。的确，在形式符号掩盖下，数学中完美的结构、深刻的和谐、意外的联系都给人一种美的享受，美是有力量的。无疑，在青少年时期给自己建立一个好的数学基础和数学修养，那将是一笔终身享受、终身受益的资本。

但愿这套丛书在这方面能对有数学兴趣的中学生们有所帮助。

刘绍学

1997年11月写于北京师范大学

目 录

1	你长大想做什么?	1
2	完美匹配	8
3	三维匹配	20
4	你喜欢福尔摩斯吗?	31
5	图与超图的点覆盖	39
6	什么是数学推理的数学?	52
7	怎样化三维匹配为逻辑方程?	66
8	怎样跳出逻辑怪圈?	76
9	不等式组和它的整数解	88
10	怎样解渡河问题?	98
	后记	110
	习题答案	112

1 你长大想做什么？

世界是你们的……

——毛泽东

“你长大想做什么？”我问五岁的小丹丹，他毫不犹豫地告诉我“当警察”，说罢，一个握枪的手势，“啪，啪”就是两枪。警察通过电视画面在丹丹的记忆中留下了不可磨灭的形象。小童天真、无邪、直率、可爱，让人羡慕。触景生情，我想起一个有趣的题目。

题1 我在小学时有三个被老师称为“好高骛远”的好朋友。一个想当宇宙飞行员，一个想当核物理学家，还有一个想当数学家。当有人问：“你们长大做什么？”他们常常不直接回答。

武敏说：“如果我想当宇宙飞行员，那么罗春就不想当数学家。”

郭臣说：“如果我想当宇宙飞行员或数学家，那么武敏想当物理学家。”

罗春说：“如果武敏想当物理学家或数学家，那么郭臣想当宇宙飞行员。”

你能够从他们的回答中发现武敏、郭臣和罗春各自想当什么吗？

这是个趣味逻辑问题。勿需预备知识，仅靠良好逻辑思维能力，就能解决它。

解 首先，假定武敏想当宇宙飞行员，那么罗春不想当数学家，当然只能想当物理学家。这样，郭臣只能想当数学家。依据郭臣的回答，武敏想当物理学家，这与“武敏想当宇宙飞行员”的假定矛盾。这一矛盾说明，武敏想当物理学家或数学家。依据罗春的回答，郭臣想当宇宙飞行员。再依据郭臣的回答，武敏想当的是物理学家，剩下的数学家当然是罗春的理想。

再看一个例题。

题2 武敏、郭臣和罗春长大以后只有一个实现了理想，另外两个，一个是工程师，一个是中学老师。中学老师教的恰好是自己喜欢的课，他的一名学生实现了他的理想。有一天，我碰到一个老乡，问到三个朋友的近况。他说，他不十分清楚，只知道如下情况：

“罗春的工资比工程师的要高，但工程师的工资非最低。”

“你那位当教师的朋友的哥哥和我挺熟。他说，他的弟弟挣得比武敏少。”

你能告诉我，武敏、郭臣和罗春分别做什么工作吗？

解 从叙述中，我们知道罗春不是工程师，而武敏不是教师。假如罗春是教师，那么罗春的工资比工程师的要高，而比武敏的要少。这样，工程师的工资最少，与第一句叙述矛盾。因此，罗春不是教师。这意味着罗春实现了他的理想，成为了数学家。而武敏不是教师，只能是工程师。剩下的郭臣只能是教师了。

你喜欢这类问题吗？上面两个问题有一个共同的特点，所求的解是个一一对应关系。这是趣味逻辑问题中相当多的一类。有许多问题是挺难的，需要一些计算或一些图表来帮助分析。但是，最重要的是从若干关系中选出关键关系。围绕关键关系分析，问题常常迎刃而解。下面是些例题。

题3 章祥、潘鸣、方武和杨庄住在一栋十八层高楼的不相同的楼层。他们都是数学家，但是研究的方向不同，有图论、概率、优化和网络。

- (1) 方武所在的楼层比章祥的低，但是比潘鸣的高。
- (2) 杨庄所在的楼层比概率论学者的低。
- (3) 章祥所在的楼层数恰好是优化学者所在的楼层数的五倍。
- (4) 如果概率论学者往上走两层，那么所在的楼层恰好在图论学者和网络学者所在的楼层的正中间。如果他往下走一半，那么他恰好处于图论学者和优化学者所在的楼层的正中间。

如果他们没人住第一层，你能告诉我四人所在的楼层和他们的研究方向吗？

解 本题虽然涉及四人与楼层和四人与研究方向两种关系，但是，四人与楼层的关系是关键关系。依(1)和(2)，章祥所在的楼层最高。依(3)，章祥所在的楼层数只能是十或十五，优化学者所在的楼层数相应为二或三。由于没人住一层，并且二和三层之间没有正中层，依(4)，图论学者不可能住得比优化学者低。假如图论学者住得比网络学者还高。依(4)，图论学者应该比概率论学者住得高，也就是说他住得最高，是章

祥。这样，他住十或十五层。设概率论学者所在的楼层数为 x ，网络学者所在的楼层数为 y 。依(4)，我们得到两组方程：

$$\begin{cases} x+2=(10-y)/2, \\ x/2=(10-2)/2. \end{cases} \quad \begin{cases} x+2=(15-y)/2, \\ x/2=(15-3)/2. \end{cases}$$

解之，得

$$\begin{cases} x=8, \\ y=-10; \end{cases} \quad \begin{cases} x=12, \\ y=-13. \end{cases}$$

这两组解都含负数，不为所求。因此，“图论学者住得比网络学者还高”的假定不对，也就是说，图论学者住得比网络学者要低。依(4)，网络学者住得最高，是章祥。设概率论学者所在的楼层数为 x ，图论学者所在的楼层数为 y 。依(4)，我们可以列出两组方程：

$$\begin{cases} x+2=(15-y)/2, \\ x/2=(y-3)/2. \end{cases} \quad \begin{cases} x+2=(10-y)/2, \\ x/2=(y-2)/2. \end{cases}$$

解之，得

$$\begin{cases} x=5, \\ y=8; \end{cases} \quad \begin{cases} x=4/3, \\ y=10/3. \end{cases}$$

第二组解不是整数，得舍掉，这样，章祥住十五层，图论学者住八层，概率论学者住五层，优化学者住三层。依(3)，杨庄是优化学者，住三层。依(1)，潘鸣是概率论学者，住五层，而方武是图论学者，住八层。

题4 邓铁、王生、姜涛和贾华各带夫人去跳舞。四个夫人的姓名是韩君、艾兰、肖娜、卢英。某一时刻，乔红发现他们每个人都在同其他人的夫人共舞。其中，王生的舞伴是肖娜，邓铁的舞伴是姜涛的夫人，贾华的舞伴是邓铁的夫人，韩君的舞伴是艾兰的丈夫，艾兰的舞伴是肖娜的丈夫。谁是谁的夫人？谁是谁的舞伴？

解 本题涉及舞伴关系和夫妻关系，其中舞伴关系是关键关系。由于每个人的舞伴是他人的夫人，从给出的舞伴关系中可以进一步分析出如下的对应关系：

王生的舞伴是贾华的夫人，
姜涛的舞伴是王生的夫人，
肖娜的舞伴是卢英的丈夫，
卢英的舞伴是韩君的丈夫。

由于王生的舞伴是肖娜，因此肖娜是贾华的夫人，并且王生是卢英的丈夫。现在，用甲→乙来表示“甲的舞伴是乙的夫人”或者“乙的舞伴是甲的丈夫”。我们来比较一下如下两个顺序：

贾华→邓铁→姜涛→王生
艾兰→韩君→卢英→肖娜

由此可知，姜涛的舞伴是卢英，邓铁的舞伴是韩君，贾华的舞伴是艾兰。因此，邓铁的夫人是艾兰，姜涛的夫人是韩君。

题5 周末，甲、乙、丙、丁四个人玩扑克。他们之中，有律师、教授、工程师和导演。闲谈中，他们告诉我说：

“乙的年龄比甲大。”

“律师同其他三人无亲戚关系，年龄非最小。”

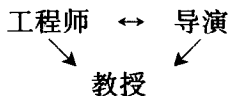
“工程师和导演是同龄的表兄弟。”

“乙是丙的侄子，年龄比丙小。”

“导演不是教授的叔叔，教授不是工程师的叔叔。”

你能确定出四人的职业吗？

解 本题的关键关系是叔侄关系。由于律师同其他三人无亲戚关系，叔侄关系只能发生在教授、工程师和导演之间。用→表示“不是某某的叔叔”。我们可以得到下图：



由此可见，叔侄关系只有两种可能性。先考虑第一种，假定教授是导演的叔叔，那么工程师不可能是教授的叔叔。原因是，工程师和导演是表兄弟。这意味着，丙是教授，乙是导演。又因为乙的年龄比甲大，所以甲只能是律师。这导出，律师的年龄最小，与已知矛盾。因此，教授不是导演的叔叔。这样，只剩一种可能性了。也就是说，工程师是教授的叔叔，即乙是教授，丙是工程师。这导出，甲是律师，丁是工程师。

从错综复杂的众多关系中选出关键的来。这是非常好的一种对逻辑思维能力的训练。无论你长大做什么，都会有益。这本小书会带领读者遨游趣味逻辑问题的王国，从特殊的解题技巧到一般的理论，从趣味的数学问题到重要的数学定理。我们编选了大量的例题，同时放入了同等数量的习题。希望读者看懂例题后，能做一做习题。请记住本书的一个小“秘密”：在总共 100 道题中，一道题是习题当且仅当它的题号的最后一位数字是 6 或 7 或 8 或 9 或 0。例如说，下面的五道题都是习题。

题 6 甲、乙、丙和丁之间有亲属关系。

- (1) 其中一个与其余三个性别不同。
- (2) 这四个人有甲的妈妈，乙的兄弟，丙的爸爸和丁的女儿。
- (3) 最老的和最年轻的性别不同。

试问，哪一个的性别与其余三人不同？

题 7 我的一个同学在下乡返城后讲了个他的有趣见闻。

他所在大队的五个重要岗位，队长、书记、会计、医生和机耕组长，都有亲属关系。这五人中有一对夫妻，他们的儿子，以及儿子的姑姑和外祖父。我的同学说：

“队长和医生没有血缘关系。”

“女会计比队长年龄大，但是比女医生年龄小。”

“书记当过模范，比机耕组长年龄大。”

你能确定五人各自的岗位吗？

题 8 张罗、王冠、李克和周刊在大学是同班同学，后来出国读研究生，在不同的系找到了工作。

(1) 数学系的教授工资是历史系的两倍，计算机系的教授工资是数学系的两倍，工商管理系的教授工资是计算机系的两倍。

(2) 虽然张罗的工资低于王冠，但是王冠的工资不是张罗的两倍。

(3) 周刊的工资比李克高出 3776 元。

如果四人的工资均为整数，试问四人都在何处工作？

题 9 张罗、王冠、李克和周刊相聚一起吃晚饭。数学系教授坐在张罗左面，历史系教授坐在王冠对面，李克和周刊相邻，张罗和李克之中有一个坐在计算机系教授的左面。试问谁是工商管理系教授？

题 10 甲、乙和丙是亲属。三人中有甲的父亲，乙的惟一女儿，以及丙的父亲与前妻生的孩子。丙的父亲与前妻生的孩子不是甲的父亲，也不是乙的惟一女儿。试问谁与其余两人性别不同？

2 完美匹配

笑从双脸生。

——晏殊

当关键关系是两个集合之间的关系时，表格是个很有用的辅助工具。假如需要找的关系是在集合 A 与 B 之间，那么用 A 的元素标记行，并且用 B 的元素标记列。若 A 的元素 a 和 B 的元素 b 有所考虑的关系，则在 (a, b) 格里放入 1。否则，在 (a, b) 格里放入 0。这样一来，该关系就可以用 0-1 表格表示了。

题 11 甲、乙、丙和丁四个留学生来自四个不同的国家。这些国家是英国、法国、德国和意大利。每人能说这四国中的两种语言，并且只能说两种语言。可是，没有一种语言，四人全懂。只有一种语言，三个人能懂。

(1) 无人能既懂法语又懂德语。

(2) 虽然甲不会说英语，但是他能在乙和丙之间当翻译。

(3) 虽然丙懂德语，丁不懂德语，但是二者可以直接对话。

(4) 甲、乙和丁三人无共同懂的语言。

问四人各自能懂什么语言？

解 根据给出的条件(1)、(2)和(3)，我们可得下表：

	英	法	德	意
甲	0			
乙		1	0	
丙		0	1	
丁			0	

其中，我们注意，(2)说明，乙和丙之间无共同懂的语言。这样，四种语言中，乙不懂的，丙一定懂，反之亦然。

(2)同时说明，甲和乙之间，甲和丙之间，可以分别直接对话。假如意大利语是甲和乙之间共同语言，那么由(4)知，丁不懂意大利语。又由于乙和丙之间无共同懂的语言，丙也不懂意大利语。这样一来，丁只能懂英语和法语，并且丙除德语外还懂法语。由于甲和丙之间可以直接对话，因此，甲还必须还懂德语。最后，乙除意大利语外，还懂法语。这构成了下表：

	英	法	德	意
甲	0	0	1	1
乙	0	1	0	1
丙	1	0	1	0
丁	1	1	0	0

由此表易知，无语言为三人所懂，与已知矛盾。

这样一来，意大利语不是甲和乙之间共同语言。因此，甲和乙之间的交流语言只能是法语。依(4)知，丁不懂法语。依(1)知，甲不懂德语。

	英	法	德	意
甲	0	1	0	
乙		1	0	
丙		0	1	
丁		0	0	

注意，甲和丙之间可以直接对话。由表知，他们必须都懂意大利语。这时，乙不能也懂意大利语，只能懂英语。为满足“只有一种语言，三个人能懂”的条件，丁必须懂意大利语。这样，我们得到答案如下：

	英	法	德	意
甲	0	1	0	1
乙	1	1	0	0
丙	0	0	1	1
丁	1	0	0	1

题 12 在章荪、李勇、张惠和程林四人之中有所长、外事处长、秘书和会计。有一天，我到所里看到外事处长在同张惠和李勇讨论事情。过一会儿，看到程林和张惠正在所长那里汇报工作。可是，再过一会儿，等我要找程林时，他已不在所长那儿了。问张惠，她要我去会计那里看看。结果，章荪和外事处长正在会计那里报销。你能知道谁是所长、外事处长、秘书和会计吗？