

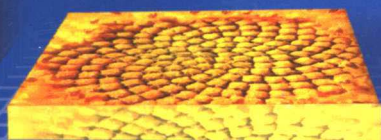
走向科学的明天丛书

ZOUXIANG
KEXUE
DE
MINGTIAN
CONGSHU

精益求精的最优化

JINGYI QIUJING
DE
ZUIYOUHUA

李惠玲等 著



广西教育出版社

肇庆分校建校二十周年纪念册

肇庆分校建校二十周年纪念册

肇庆分校建校二十周年纪念册

肇庆分校建校二十周年纪念册





国家“九五”重点图书
出版规划项目

走向科学的明天丛书

精益求精的最优化

李惠玲 施洪亮 刘开峰 刘玲 著

广西教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

精益求精的最优化/李惠玲等著. —南宁:广西教育出版社, 2000. 4

(走向科学的明天丛书)

ISBN 7-5435-2977-7

I. 精... II. 李... III. 最优化-普及读物
IV. 0224-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 19553 号

走向科学的明天丛书

精益求精的最优化

李惠玲 施洪亮 刘开峰 刘玲 著

☆

广西教育出版社出版

南宁市鲤湾路 8 号

邮政编码: 530022 电话: 5850219

本社网址 <http://www.gep.com.cn>

读者电子信箱 master@gep.com.cn

全国新华书店经销 广西民族印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 4.75 印张 插页 4 96 千字

1999 年 12 月第 1 版 2000 年 8 月第 3 次印刷

印数: 9 001—14 000 册

ISBN 7-5435-2977-7/G·2261 定价: 9.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与承印厂联系调换

序

在世纪之交,我们这套《走向科学的明天丛书》问世了。这是一套面向青少年朋友的大型科普读物,是为了补充学校教育之不足,从数学、物理学、化学、天文学、地球科学和生命科学六大基础科学的历史发展、当前的成就、未来的璀璨远景,分类展示给读者。

本世纪末,有一股反科学的逆流,认为科学的时代已经过去。例如美国的约翰·霍根,他写了一本书《科学的终结》,他说:“科学(尤其是纯科学)已经终结,伟大而又激动人心的科学发现时代已一去不复返了!”与此同时,法国当代女巫伊丽莎白·泰西埃也写了一本畅销书《占星术——21 世纪的科学》,再加上那些“世纪末”的谣言和形形色色的邪教,把社会搅得似乎有点混乱。

然而,科学永远是照亮世界的火炬,光芒所至,一切邪魔歪道都会原形毕露。这套《走向科学的明天丛书》也正是告诉大家,21 世纪的科学非但不会终结,还将会有更大的发展。

为什么《走向科学的明天丛书》还是从数、理、化、天、地、生这老的六大基础科学讲起?因为我们不能割断人类认识客

观世界的历史,这是人类认识绝对真理的长河中的一个非常重要的环节,近代科学和未来的科学都是在这个基础上发展起来的,边缘科学、前沿科学……我们都在科学的明天中讲到了。有人不顾客观的科学发展的历史事实,主观地想把科学体系打乱,从而建立个人的“新科学体系”,这样只能把科学搞乱,给伪科学以钻空子的机会。

在80年代初期,科普界曾有过一场争论,那就是有人说知识的科普已经过时,科普的任务是普及科学思想和科学方法,而这个任务将由科学文艺(主要是科幻小说)来完成。我们说科学基础知识与科学思想和科学方法是刀与刃的关系,抛弃科学基础知识,科学思想和科学方法就成了无刀之刃,只是幻想与空话。科学基础知识越深厚,科学之剑也就越坚实,砥砺出来的剑刃也就无坚不摧。我们推出这套《走向科学的明天丛书》,也就是想让每一位读者都能得到这柄坚实的剑,而砥砺剑刃则需要读者们自己的努力了。

这套丛书的编写是在一批老科普作家支持下集体完成的,他们多年来在教育 and 科研第一线工作,如今大多已年近花甲或年过花甲,但为了科普事业的发展,他们仍然在百忙之中创作了这批精彩的科普作品,我们应该向他们表示衷心感谢。

最后,要特别感谢广西教育出版社,正是在编辑们的精心设计和组织下,这套《走向科学的明天丛书》才能与读者早日见面。

郭正谊

1999年8月20日

致青少年朋友

无论哪个国家,数学和本国语文都是学生的主课。这两科构成了人们最基本的文化素养。数学,则是最具国际性的学科。到20世纪中叶,世界各国的数学课程大体上是相同的。算术、几何、代数、三角成为人类基础教育的主题。这一切,古希腊的学者都已完成了,埃及、巴比伦、印度、阿拉伯和古代中国的数学家也都有特定的贡献。因此,现在的中小学数学内容,是人类的共同财富。

17世纪牛顿和莱布尼兹发明微积分,20世纪冯·诺依曼等发明了计算机,使得数学文明发生了巨大的变化。数学,以更新的面貌推动着社会前进。20世纪的数学发展,抵得上过去的几百年。现在的标准数学学科分类,有96门大学科,几百门小学科。现在世界上已经找不到能够通晓整个数学的数学家了。

一方面是中小学数学内容相对不变,另一方面是现代数学内容飞速发展。这二者间如何协调?除了加强中小学数学教育改革之外,对公众进行数学普及是一件大事。在“科教兴国”的今天,没有数学的普及是不可想像的。

2000年,被国际数学家联合会确定为数学年,目的是让公众了解数学。

广西教育出版社出版《走向科学的明天丛书》,其中包括的数学学科一套共6册。数学学科的内容是如此广泛,一套科普丛书是不可能介绍完全的。我们只选择一些重要的、比较熟悉的部分向读者做一些力所能及的介绍,希望本丛书能帮助读者对当代数学及其前景作一管窥。

数学全套书由以下6册组成:

1.《数学的明天》,这是我个人对现代数学的一些感受,主要由一些新闻和故事组成,期望从整体上看看数学。

2.《集合与面积》,这是一本涉及无限的书,是现代数学的精华部分,我们做了简单的描述。主要作者是李惠玲和金家樑。苏明剑、刘珊、吴作章写了一些初稿。

3.《精益求精的最优化》,反映了人类期望用数学方法求得精确控制经济、管理、军事以及生产过程的愿望。李惠玲是主要作者。参加写作的有施洪亮、刘开峰和刘玲。

4.《大千世界的随机现象》,主要介绍概率和数理统计的简单内容。当“降水概率”在电视屏幕上出现时,高中毕业生却全然没有在课堂上听说过“概率”,这是数学教育的悲哀。对这本书,我花了一些力气,刘萍作了一些整理工作。初稿由张东鸿、李雪峰、何君等完成。

5.《组合数学方兴未艾》,对未来会有重大发展的一门学科做了介绍。计算机是“离散”的,数据是离散的。“组合”爆炸是一个现实问题。书中谈了许多中国古代数学家的贡献。此书由王春萍、张建国写初稿。

6.《平面几何定理的机器证明》,是一本介绍当代中国数学家成就的普及性书籍。由江西师范大学孙熙椿教授撰写,

预想会受到读者的关注。

这套书是1998年动手写的。我拟订了提纲。开始时由华东师范大学数学系一批研究生写初稿,开过几次会。有些同学很用心,写得不错。不过毕竟第一次写作,需要改动之处甚多,有许多则完全是另起炉灶。我在匆忙中找李惠玲教授帮忙。她费了许多工夫。

由于匆忙,参与的人多,错误之处在所难免,对此心中十分忐忑,诚恳地希望读者原谅。

数学不像有些人宣传的那样,存在“数学危机”。数学在一日千里地前进。祝愿中国数学繁荣发展,尽早实现“21世纪数学大国”梦想。

张奠宙

1999年12月

写在前面的话

优中选优,好上加好,精益求精乃是人类昨天、今天和明天的一个永恒的话题。随着生产方式的进步,优化问题日益突出。如果说,19世纪以前已经有了优化问题,那么只是在20世纪才形成了独立的最优化数学理论。

有一句广告词是“没有最好,只有更好”。这是指在一门学问、一个事业乃至一种产品的历史发展过程中,总是从一个高峰到另一个高峰,永无止境。但是,每一个高峰在当时当地的条件下,都是最好的,达到了“最优”状态。数学工作的一个重要任务,就是在数量上刻画各种“最优”,为人类的利益服务。

做任何事情,都有一个效益问题。“多”、“快”、“好”、“省”这四个字,概括了工农业生产中的“最优化”要求。反映在数学上便产生了最优规划论、最优策略论、最优控制论以及最优流程论等学科,并陆续归纳出如人事指派、物资调度、运输计划、金融策略、投资组合、经济调控、节约下料、仓库存储、优选试验、统筹安排等数学研究课题,这些统称为“最优化”的理论,构成了20世纪数学发展的一个亮点。

最优化数学理论,古已有之,于今为盛。古代先人对某些事情的数学道理虽然说不清楚,但在实践中已经加以了运用。

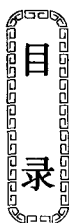
举例来说,挑水的水桶为什么是圆柱形的?方形水桶做起来不是更方便吗?殊不知这也是一个典型的数学最优化问题。从数学上可以证明,在周长一定的条件下,圆的面积最大。于是,在高度相同的柱体中,圆柱体的体积最大。也就是说,高度一样的长方体、棱柱体、圆柱柱体等形状的水桶,以圆柱体水桶所装的水最多。当然,圆柱形水桶还有美观的艺术特征以及不易损坏的好处,这些就离开数学了。

由这一简单的例子可见,优化是一种数学意识。本书的安排是从一些例子谈起,通过中学里常见的优化问题,领会华罗庚先生推广优选法、统筹法的良苦用心,然后由浅入深,逐步介绍线性规划、微积分方法以及目前还在发展着的各种优化的理论和技术。21 世纪的信息交换、生产效益、服务安排等,将会更加“量化和优化”。可以毫不夸张地说,缺乏“优化意识”的公民,是难以在未来社会上立足的。

愿读者在向大自然作斗争、为人类社会作贡献的历程中,以不断进取的精神和意识,完成最好,获得最快,达到最优!

李惠玲

1999 年 12 月



序

致青少年朋友

写在前面的话

最优化——人类智慧的结晶	1
▣ 追求最优——从一些例子谈起	1
▣ 旗落帆升——堵丁柱	3
▣ 中学数学中的极值问题	8
▣ 莫斯科大学入学试题中的优化问题	14
▣ 采购的窍门——库存策略	18
统筹法和优选法	27
▣ 华罗庚的愿望	27
▣ 协调技术——统筹法大意	30
▣ 0.618 与优选法	36
▣ 进一步研究	44
线性规划	49
▣ 历史概况与经济意义	49
▣ 求解思路与图上作业法	58
▣ 0—1 规划	68
▣ 其他问题	75
微积分方法	79
▣ 从二次函数的极值谈起	79
▣ 曲线的切线和极值	82
▣ 微分方法求极值的推广	90
优化问题的未来发展	100
▣ 非线性规划	100
▣ 随机规划	108

■ 动态规划.....	120
■ 多目标规划.....	129
■ 组合优化.....	133

最优化

——人类智慧的结晶



追求最优

——从一些例子谈起

中国古代有许多精彩的最优化决策，田忌赛马的故事更是尽人皆知的。齐王与他的大将田忌赛马时约定：各自出上、中、下三种等级的马各一匹，进行三场对抗赛，双方每输一场要付给对方黄金一千两。由于田忌的马比齐王同等级的马都略逊一筹，如果双方都用同等级的马进行比赛，齐王肯定会赢得全部三场比赛。田忌的军师孙臆替田忌出了个主意：用自己的下等马

和国王的上等马比赛,而用自己的上等马和国王的中等马比赛,用中等马和国王的下等马比赛。第一场比赛,齐王的马以极大的优势取得胜利,但紧接着的第二、第三场比赛,田忌的马都取得胜利。这样,齐王倒反输了一千两黄金。实际上,齐王在三类马的对比中,占得了局部最优,但全局不一定最优。局部的优化是总体优化的必要条件,但不是充分条件!

这一例子也说明,优化问题并不神秘,它们大量存在于生活之中。优化决策不涉及设备添置、大量资金和人力的投入等,只是一种智力的角逐。田忌的马并没有增加实力,成功的只是策略。在知识经济时代,这种以知识和智力为基础的数学学科,受到人们的重视,自不待言。

最优化问题也出现在大自然的“优胜劣汰”的自然选择之中。天工造物,使人惊叹,生物进化,积数亿年的优胜劣汰,繁衍至今,创造了许多最美、最经济的最优结构。人体的结构、动植物的结构和生长规律,无不体现最优原理。让我们来看一看蜂房的结构。

蜂窝结构令建筑师、工程师和经济师们倾倒。蜂窝的形状如图 1,单个蜂房(图 2)的横断面是正六边形,房底由三个菱形拼成(图 3)。蜂窝由一个个蜂房连接而成。截面为正六边形的蜂房是最省料的结构。在面积一定的平面图形中,圆

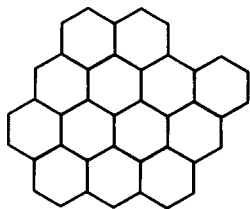


图 1

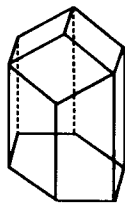


图 2

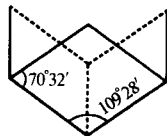


图 3

的周长最短(即最省料),但圆不能铺满整个平面,能铺满整个平面的多边形只有三种:正三角形、正方形和正六边形,在这三种图形中,正六边形的周长最短(即最省料)。蜂房底部由三个菱形拼成,菱形的钝角是 $109^{\circ}28'$,锐角是 $70^{\circ}32'$,这种结构也是最省料的。由于蜂窝结构具有省料且质量轻的特点,使要求最大限度地减轻自身质量的航空零部件及一些建筑构件,常采用蜂窝结构,如有些直升机的旋翼后段件就采用了蜂窝结构。物竞天择,适者生存,优胜劣汰,大自然的奥秘,令人类世代探索不尽,永无止境。

实际上,大自然并不懂得“最优化”,蜜蜂不可能有数学知识。但是,省工省料的要求却是蜜蜂生存所必需的。人类的最优化知识和理论,不仅能顺应大自然的规律,而且能够主动加以运用。充分发挥人的主观能动性,在人类活动中发挥更大的效益,当是“最优化”理论的鲜明特色之一。

最优化理论在工程技术领域的重要性容易了解。火箭的最佳发射时间,人造卫星的最佳工作姿态,钢铁厂的最佳轧钢控制,铁路交通的最佳运行图,现代农业的最佳管理体制……处处都有最优化理论的踪迹。

旗荫帆升——堵丁柱

美国北卡罗来纳州中部有三所大学——北卡罗来纳州大学、北卡罗来纳大学和公爵大学。它们分布在一个正三角形的三个顶点上,还有一些公司依附在这个三角区域内,称为“研究三角”。1966年,“研究三角”向电话公司申请一张“私家网络”连接这三所大学,因而需要构造一个总长最短的线路

网连接各大学,作为电话公司收费的依据。

对于呈正三角形的“研究三角”,只要任取正三角的两边即可(图4)。不妨假设正三角形的边长为1个单位,则该网络的总长为2个单位,“研究三角”照此付款,电话公司也满

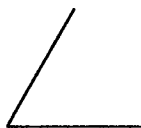


图4

意。它仍可用公共的网络线路,不需要另铺设线路。作为电话公司,如何在若干城镇铺设通讯线路,使总费用最小,且让交费与收费双方都满意?这是通讯线路网络优化问题,是电话公司所必须解决的。

为了反映一些复杂的关系,人们常常在纸上用点、线等符号画出各种各样的示意图,如铁路交通图、电话线路图、自来水管分布图、航空线图等等,这些图表示各地点之间的通路关系。不仅如此,一些“活动”过程也可以用图表示,如一个学院举行系际的球赛,就可用点表示系队,两队间的比赛用连线表示,比赛的全过程就可用一张图来表示;管理系统中各部门之间的领导和被领导关系亦可用图表示。为了反映图所表示的内容,可根据实际问题的需要,在点或线旁标上数(有时称权数),这些数在不同场合有不同的含义,如两点间的距离、比赛时间、日期……这种用连线表示对象之间的某种特定关系的图能使复杂的事情具体化、简单化。一般情况下,对图中相对点的位置及线的曲直不作要求,如图5与图6所示的关系是相同的。在形形色色的图中,有一种图很像一棵树,图中所有的点都必须通过线连成一片,且不含圈(图7),不妨称它为“树”。但是图8不是树,因为点1,2,3形成圈,如果去掉圈中的任一边便是树。对于电话公司,它要研究的问题是不仅要使通话点之间能通话(允许通过其他通话点),而且要使电话线最短。