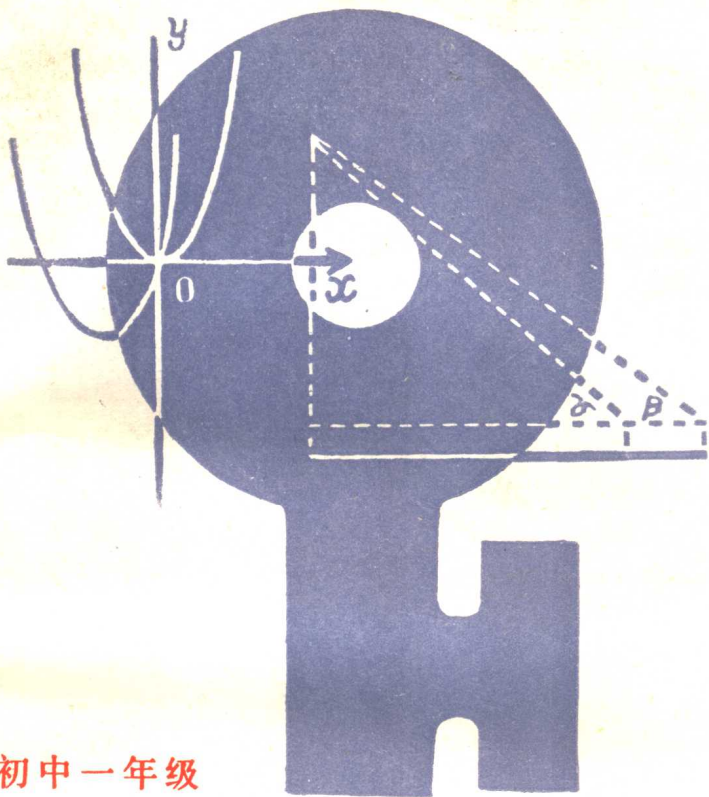




初中一年级

代数问答

DAI SHU WEN DA

江苏少年儿童出版社

初 中 一 年 级

代 数 问 答

王永建 主编

江苏少年儿童出版社

代 数 问 答

初 中 一 年 级

王永建 主编

江苏少年儿童出版社出版

江苏省新华书店发行 南通县印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张 6.5 字数 140,000

1985年6月第1版 1985年6月第1次印刷

印数 1—231330册

书号: R7352·074 定价: 0.92元

责任编辑: 冯家俊

目 录

第一章	有理数.....	(1)
第二章	整式的加减.....	(24)
第三章	一元一次方程.....	(48)
第四章	一元一次不等式.....	(73)
寒假作业		(80)
第五章	二元一次方程组.....	(85)
第六章	整式的乘除.....	(117)
第七章	因式分解.....	(137)
第八章	分式.....	(153)
暑假作业		(182)
答案		(188)

第一章 有理数

1. 为什么会有负数?

答：我们在小学学过整数，如1，1985，0等；分数，如 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{355}{113}$ 等；还有小数。小学数学里所学的小数都可以化为分数，所以，小学里所学的小数属于分数的范围。

日常生活中，存在着大量相对的量，也就是说，除了用小学数学中所学的数来表示的量以外，还有与这些量意义相反的量。

地球的最高点是喜马拉雅山的珠穆朗玛峰，高度为8848.13米；最低点是西太平洋的马里亚纳海沟，深度是11034米。山高、海深，都是以海平面为零点来计算的，如果我们把珠穆朗玛峰的高度用正数来表示，即+8848.13米，显然，马里亚纳海沟的深度就不能再用正数表示了。它是一种和正数相对的量，我们用负数来表示：-11034米。

夏日炎炎，室内寒暑表指示着的气温是33℃。炼钢炉里的铁水，温度达到1500℃，电焊工人在焊接和截断金属时，利用电石气和氧气燃烧能产生6000℃左右的高温。显然，这里所指的一些温度都是零上的温度，它们的数值应该用正数表示：+33，+1500，+6000。与零上温度相对的是零下温度，把氧气变为液体，需要零下183℃的低温；液化氢气温度更低，零下253℃；凝固液态氮，竟需要零下272℃。上面这些温度都是和零上温度相对的温度，它们的数值就不能再用正数表示了，得用负数表示：-183，-253，-272。

实际生活中存在着的大量相对的量这样的事实向我们提出，仅有正数和零是不够用了，需要新的数，这就是负数产生的基础。

2、为什么代数一开头就学习有理数？

答：古人打仗，是“兵马未动，粮草先行”。没有吃的用的，怎么和敌人交战？学代数就好比打仗，也需要“粮草”，这“粮草”就是代数学中要学的各种数。不要看代数里全是一些很抽象的式子，它们都是表示一定的数量关系的。我们可以说，数是一个“先行官”，没有这个“先行官”，就无法学习代数。所以，初一代数一开始，就得学习新的数——负数，把数的系统从小学正有理数和零的范围，扩充到有理数的范围，这就为我们下面学习代数式、方程等一系列代数知识奠定基础。

3. 负数是怎样在数学王国里“安家落户”的？

答：古时候，负数正式引进数学，并在数学王国里“安家落户”，并不是一帆风顺的，它曾经历过一个较长期曲折的过程。

十二世纪，印度人在计算中已经用过负数。如公元1150年，巴斯卡洛在计算时就用到负数。当时，人们对具有相反意义的正负量已经有所了解。象计算财产时，用到收益和负债的概念；计算位移时，用到方向完全相反的两个量。但尽管如此，当时负数并没有作为一种数被大家普遍承认，计算中一遇到负数，往往就被另眼看待，最后被关在数的大家庭之外。

在欧洲，文艺复兴时期（十一——十三世纪），负数就开始被采用，但人们对它们有不同的看法。例如，十六世纪法国著名数学家韦达（1540—1603年）在计算中一遇到负数就

都弃去。德国人斯梯弗尔在1544年把负数称为“荒谬”，他说：“自零减去零上的数所得到的‘无稽的零下’”。直到1637年，法国伟大的数学家笛卡儿发明了解析几何学，创立了“坐标”的概念（“数轴”实际上就是直线上的解析几何学），建立了负数、零与正数和直线或平面的对应关系，使抽象的负数得到实际的解释。从此以后，负数就逐渐被人们承认，它在数学中的地位才得到确立。

我国历史上对负数的研究有着独特而光辉的成就。《九章算术》是我国西汉时期（公元前206年到公元8年）编成的一部古典数学著作，全书共分九章，包括二百四十六个应用题以及各题的解法，负数最早出现在这部书的“方程章”里。为了使这部经典数学著作的内容能被后人看得懂，有的数学家曾对它作过一些注释。例如，三国时魏国的刘徽（公元263年）在注解《九章算术》时，对正负数部分解释说：

“两算得失相反，要令‘正’、‘负’以名之。”意思是说，在计算时，由于所给数量可能具有相反意义，因而引起正负数的概念。

古时是用算筹（竹子做成的一种筹码）来计算的，刘徽在注解中对算筹的颜色和放置的位置都给了明确的说明。他说：“正算赤，负算黑，否则以邪正为异。”意思是说，用红色的算筹表示正数，黑色的算筹表示负数，用这样的方法来区别正负数。刘徽阐述的正负数概念，比外国要早八九百年，这在数学发展史中是一个非常伟大的成就。

4. 有理数都能表示为分数吗？

答：教材P.4讲：整数和分数统称为有理数。我们可以反过来说，有理数不外乎是整数和分数。但是，整数可以看成是分母为1的分数。如

$$3 = \frac{3}{1}, \quad 0 = \frac{0}{1}, \quad -3 = \frac{-3}{1}.$$

因此，整数可以看成是分数的特例，分数包括整数。

这样看来，任何有理数都可以表示为分数的形式。以后若是要证明一个数不是有理数，只要能证明这个数不能表示成分数就可以了。

5. 有理数和小数有什么关系？

答：任何分数都可以表示为小数，分数若是化为小数，不外两种情况，一是有限小数，另一是无限循环小数。如

$$\frac{1}{8} = 0.125, \quad \frac{1}{7} = 0.142857142857\cdots.$$

既然任何有理数都可以用分数来表示，因此，一个有理数若化为小数，不是有限小数，就是无限循环小数。

6. 数轴有什么用处？

答：日常生活中，常常需要用有一个有理数来表示一条直线上某个点子的位置。例如，三好中学在本市东海路369号。

“东海路”可以理解为一条直线，有了这条马路，就把三好中学的位置从整个城市约束到这条直线上，再加上“369号”，就可以在这条直线上确定三好中学的位置了。可见，只要有了一个有理数，我们就可以在一条特定的直线上找到一个固定的点。

为什么这里要加“特定的”三个字呢？第一，直线上总得有个起点，例如东海路369号，是从几号开始的？从1号开始。如果没有这1号，哪来这369号？1号就是起点。当然，数轴上的起点（原点）是用0表示，而不是用1表示的。第二，要有方向，比如说，站在东海路上，朝哪个方向去找369号？是从东往西，还是自西向东？门牌号码总是按

一定方向排的。在代数里，就是要明确直线的正方向。从原点起，正数朝正方向数，负数朝与此相反的方向数。第三，应该有单位，比如说，找369号，现在已经找到301号了，你就一个门牌一个门牌按次数下去，就会找到369号。这一个门牌代表一个户头，一个门面。这户头、门面就好像是排门牌的“单位”。有了原点、正方向、单位，这条直线就称做一条“特定的”直线，它就是我们代数里所讲的数轴。

上面，我们是从门牌引入数轴的，这样讲起来比较容易懂，但是，用门牌来理解数轴有很大的缺点。第一，数轴上表示有理数的点是和有理数对应的，而马路上的门牌号码只能和正整数对应，而且只能分别和正偶数与正奇数对应（马路两侧门牌号码一边是正偶数，一边是正奇数）。第二，数轴上自原点开始，向右（正方向）表示正有理数，向左（负方向）表示负有理数，原点表示0，而门牌则只能表示某些正整数，既无负的门牌，又无0号门牌。如果象教材里用寒暑表来说明，就要比门牌好得多。因为上述门牌的两个弊病都解决了：温度既有零上温度，又有零下温度和零度；温度的变化不一定是整数，而数轴上表示有理数的点是密集的，因此，任何一个温度都可以找到一个（或与它非常接近的）有理数来表示它。

举了门牌和寒暑表的例子，说明数轴的产生不是偶然的，它是生产和生活实际的反映。如果生产中没这一类实例，人们是不能凭空想出这个概念的。

点是最简单的几何图形，有理数是至今我们所学过的数的统称，一个是形，一个是数，看起来两者是不搭界的。当有了数轴以后，每个有理数都可以找到一个与它对应的点；反过来，数轴上每个表示有理数的点，我们都可从数轴

上读出这一点所表示的有理数，这样，通过数轴，数和形得到初步的结合，有利于数学问题的研究。在今后数学学习中，将会越来越多地看到它的作用。

7. $|-a|$ 等于 a 么？

答：代数计算在许多情况下需要讨论，不能简单化，求绝对值问题就是一例。

$+\frac{1}{4}$ 的绝对值是什么？很简单： $\left|+\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$ 。

$-\frac{4}{1}$ 的绝对值是什么？很明确： $\left|-\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$ 。

$-a$ 的绝对值是什么？这就不简单，也不明确了。有人说， $-a$ 的绝对值自然是 a ，这就犯了简单化的毛病。因为我们并不知道 a 是正数，是负数，还是零，不能简单地下结论。所以，这时就需要讨论：

$$|-a| = \begin{cases} a(a > 0); \\ 0(a = 0); \\ -a(a < 0). \end{cases}$$

8. 能不能这样连写： $-9 < 16 > -11$ ？

答：不能。

比较三个或三个以上的数的大小，如果题目没有特别的要求，你得先把它们“整整队”，从大到小排列，或者从小到大排列，可不能时大时小，大小混杂，那样连写就错了。例如，要用不等号把三个有理数 -9 、 16 、 -11 连接起来，不能写成 $-9 < 16 > -11$ ，一定要按大小顺序写，即 $16 > -9 > -11$ 或 $-11 < -9 < 16$ 。

9. 怎样区别性质符号和运算符号？

答：小学数学运算中，加、减法出现了加、减号：“+”、“-”。在代数中，加、减号“+”、“-”仍然是经常运用的符号。不过，学了有理数，符号“+”和“-”就不仅表示加、减号，还可以表示数的“正”、“负”。所以，今后符号“+”、“-”不仅作为运算符号出现，而且还可以作为性质符号运用。这就需要在解题时善于区别，正确使用，避免产生混乱。如在式子

$$(+15) + (-30) - (+14) - (-25)$$

中，括号内各数前面的符号，即+15、+14前面的“+”和-30、-25前面的“-”都是性质符号；括号之间的“+”、“-”都是运算符号。

教材§1.9“加减法统一成加法”中，是把含有加、减法的式子写成代数和的形式。如

$$\begin{aligned} & (-20) - (+5) + (+3) - (-7) \\ &= (-20) + (-5) + (+3) + (+7) \\ &= -20 - 5 + 3 + 7. \end{aligned}$$

书上说，最后这个式子读成“负20、负5、正3、正7的和。”显然，这里运算符号全部省略了。这种形式比较简单，可以避免性质符号、运算符号混在一起容易产生错误的弊病。

10. 什么叫逆运算？

答：世界上许多事情都是呈互逆状态出现的：

早晨，吃完早饭，背着书包，走向学校；放学，三五成群，有说有笑，回到家里。家——校，校——家，同一条路，你都在走这条路，但方向不同，目标也不同。

一般说来，物质都有“热胀冷缩”的性质。为什么火车轨道每两节之间都要留一点空隙？为什么工厂里传送气体的管道，达到一定的长度时，都要设一个“膨胀节”？原因都

是为了防止热胀冷缩而发生事故。这里“热胀”与“冷缩”就是两种互逆的物理现象。

我们在小学数学中学过加法、减法、乘法、除法四则运算。在有理数这一章里，除了要继续学习加、减、乘、除四则运算以外，还要学习“乘方”这种新的运算。加法和减法是一对互逆运算，这就是说，加法是减法的逆运算，减法又是加法的逆运算；乘法和除法也是一对互逆的运算，这就是说，乘法是除法的逆运算，除法又是乘法的逆运算。乘方也有逆运算，以后要学到。

11. 互逆运算法则之间有什么关系？

答：教材上对有理数加法的法则讲得很详细（§ 1.6），减法法则就讲得很简单了：“减去一个数，等于加上这个数的相反数”（§ 1.8）。大家注意，这里有理数减法的法则是改变减数的符号后，按加法的法则去算。

再看看除法。书上引出了它的独立的法则（§ 1.12），但紧接着用黑体字又提出：“一个数除以另一个数，等于被除数乘以除数的倒数”。这样，在乘法法则的基础上，有理数除法就可以转化为乘法来做了。

在一定的条件下，把减法变成加法做，除法变成乘法做，把一种运算转化为它的逆运算做，这种思想方法是很重要的，恩格斯把它称为“有力的杠杆”（《自然辩证法》）。加法总是比减法要容易些，乘法总是比除法要容易些，把减法转化为加法做，除法转化为乘法做，不仅把加减法、乘除法的运算法则分别统一起来了，而且起到化难为易、化繁为简的作用。

12. 交换律与结合律是不是到处可用？

答：日常生活中许多事情是可以交换顺序的，早晨起

床，可以先洗脸，后漱口；也可以先漱口，后洗脸。但也有许多事是不能随便交换顺序的：

给猪喂料，先粗后精，猪越吃越香，容易长膘，但喂养的顺序不能颠倒。

硫酸是一种很强烈的酸，如果想把它稀释，只能把硫酸慢慢地倒入水中，而决不能把水向硫酸里倒。否则，就会燃烧，从而发生事故。

体育老师喊口令：

“向前五步走！向后转！”若改成：

“向后转！向前五步走！”前后顺序一倒，结果位置相差十步。

有些事情交换以后，事理虽然成立，但意思就不大相同，比如说：

“王强吃东西的时候还看书。”讲话的人虽不一定提倡王强同学的这种做法，但认为他学习很刻苦，带有表扬的意思，对他这种精神是肯定的。若是交换一下，说：

“王强看书的时候还吃东西。”

这就带点贬意了，使人感到王强嘴太馋，看书不专心。

上面这些例子说明，在日常生活中，交换律并不一定都是成立的。不仅交换律如此，结合律也是这样：淘米煮饭，得在米里放适当的水，米和水结合才能煮成香喷喷的大米饭。我们还可以在饭碗里打几个鸡蛋，拌水，调匀，加上盐、猪油、葱花和味精，放在饭锅头上蒸熟，这就是把鸡蛋，水，盐，猪油，葱花和味精合在一起，就成为美味可口的蒸蛋了。上面这样的结合是可以的，但你不能乱来。比如，若是把米、盐和葱花放在一起煮，那就不好吃了。

在有理数的运算中，加法和乘法有交换律和结合律，但

减法和除法就不具有交换律和结合律，也就是说，一般来讲，

$$a - b \neq b - a, a \div b \neq b \div a.$$

$$a - b + c \neq a - (b + c),$$

$$a \div b \times c \neq a \div (b \times c).$$

这一点在运算时要特别注意。

13. 乘方和幂有什么区别？

答：乘方是一种新的运算方法，幂是乘方运算的结果，两者是不同的。

大家对加、减、乘、除四种运算方法比较熟悉：

$$\begin{array}{r} 3 + 2 = 5 \\ \diagup \quad | \quad | \\ \text{被加数} + \text{加数} = \text{和} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 - 2 = 1 \\ \diagup \quad | \quad | \\ \text{被减数} - \text{减数} = \text{差} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 = 6 \\ \diagup \quad | \quad | \\ \text{被乘数} \times \text{乘数} = \text{积} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \div 2 = 1.5 \\ \diagup \quad | \quad | \\ \text{被除数} \div \text{除数} = \text{商} \end{array}$$

乘法是在加法基础上发展起来的，除法是在减法基础上发展起来的，乘方则是在乘法基础上发展起来的，它是第五种运算方法。仿照上面加、减、乘、除四则运算方法中的一些名称，我们首先也得掌握有关乘方运算的几个名称：

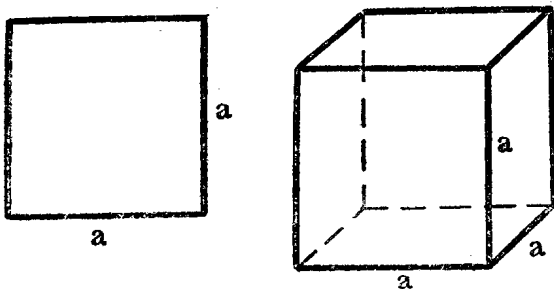
$$\begin{array}{c}
 \text{指数} \\
 \diagup \\
 3^2 = 9 \\
 \begin{array}{cc}
 | & | \\
 \text{底数} & \text{幂}
 \end{array}
 \end{array}$$

在上面这个式子中，参加运算的数有两个，即 3 与 2，3 叫做底数，2 叫做指数；运算结果是 9，叫做幂，这种运算方法就叫做乘方。

3^2 和 2^3 的幂是不同的，也就是说，在乘方中，底数和指数是不能随便交换的。幂指的是运算结果，它相当于加法中的和，减法中的差，乘法中的积，除法中的商；乘方则是指的运算方法，它相当于加法、减法、乘法、除法，这些概念要弄清楚，不能混淆。

14. 乘方在实际中有哪些应用？

答：我们学过正方形的面积公式和正方体的体积公式。如果正方形的边长为 a ，正方体的棱长也为 a ，则



(图 1)

$$S_{\text{正方形}} = a^2;$$

$$V_{\text{正方形}} = a^3.$$

从面积公式和体积公式可以看到二次方和三次方的应用。

工程师计算各种材料的强度，要经常和四次方打交道；计算蒸汽管的直径，甚至要用到六次方；水力学家研究流水冲击石块的力量，也要遇到六次方。物体白热的时候，总的亮度依温度（绝对温度）的十二次方而增高；而赤热的时候，依温度的三十次方而增高。

表示天文数字，离不开指数形式；天文数字运算，离不开乘方计算，例如，地球到仙女座星云的距离是

9,500,000,000,000,000,000米，

把它写成指数形式 9.5×10^{21} 米就简便得多。又如，太阳的质量为

1,938,000,000,000,000,000,000,000,000,000公斤，

这个数更大了，写成指数形式 1.938×10^{33} 公斤就很简单。

有一只古老的保险柜，保险锁有五个圈子，每圈边上都有36个字母，只有当这五个圈子里的字母恰好拼成某个单词，保险柜才能打开。现在想打开保险柜，慢慢地试排。如果每试一次需要3秒钟，共需要多少时间，才能保证打开这个保险柜？

第一个圈子36个字母的随便哪一个都可以和第二个圈子36个字母中随便一个组合，所以，这两个圈子里字母组合的数目是

$36 \times 36 = 36^2$ 。（注意：不必乘开，这样下面算起来方便。）

这些组合中任何一个都可以和第三个圈子36个字母中的任何一个组合。所以，前三个圈子字母的组合数是

$$36^2 \times 36 = 36^3.$$

这样推想下去，第四个圈子的字母参加组合，数目是

36^4 ；而五个圈子字母所有组合数是 36^5 ，就是60,466,176。根据假设，试组一次需要3秒钟，所以，一共需要

$$3 \times 36^5 (=181,398,528) \text{ 秒}.$$

按每天工作8小时计算，大约6300个工作日——约 $17\frac{1}{4}$ 年！

15. 有理数运算的关键是什么？

答：有理数运算的关键在于掌握好符号的运算法则。

一九六二年，美国发射了一艘飞往金星的“航行者一号”太空飞船，根据预测时的规定，在发射四十四分钟以后，九千八百个太阳能装置自动开始工作；八十天以后电脑会将最后的航行矫正；一百天以后太空飞船将环绕金星航行，开始拍照。可是，飞船起飞不到四分钟，就突然发生了事故，随即就堕入大西洋中。这到底是什么原因呢？经过仔细调查，发现原来在把资料输进电脑时，有个数字漏了一个“-”号，于是由负变正，一个数据一错，就影响全部计算方案，从而使整个试验计划都失败了。这个小小的“-”号使美国航天局浪费掉一千万美元，由此可见符号的重要。

有理数的运算法则和小学数学里整、小、分数运算法则“大同小异”，异就异在符号上。请你仔细研究一下有理数的加、减、乘、除、乘方五则运算法则，就不难发现，每一条法则总不外乎两个方面：一是如何求得运算结果的绝对值，另一是如何确定运算结果的符号。前者就是小学算术运算问题，用老办法解决；后者则是新情况，要用新方法来解决。所以，我们说，学习有理数运算法则，关键在于掌握好符号法则。最容易错的还是符号，符号一错，整个题目就算错了。当然这并不是说绝对值运算无需注意，显然那也是不能有丝毫疏忽的。