

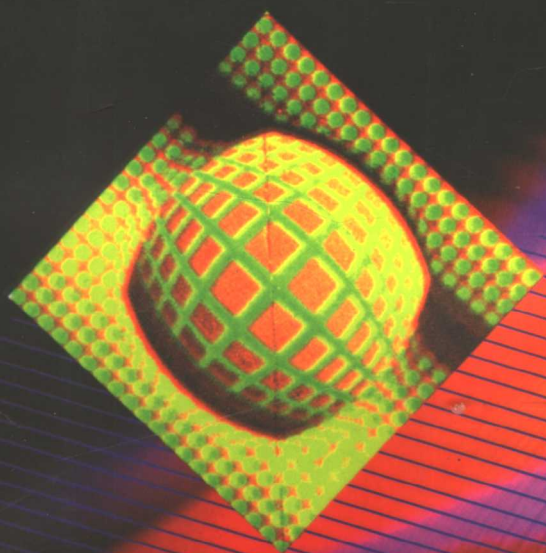
DAXUESHENGSHUXUEJIANMO

JINGSAIFUDAOJIAOCAI

大学生数学建模 竞赛辅导教材

叶其孝主编

(四)



湖南教育出版社

叶其孝主编

大学生数学建模竞赛

辅导教材

(四)

湖南教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

大学生数学建模竞赛辅导教材. 4/叶其孝主编.
长沙: 湖南教育出版社, 2001. 1

I. 大... II. 叶... III. 数学模型-建立模型-教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 05142 号

大学生数学建模竞赛辅导教材(四)

叶其孝 主编

责任编辑: 郑绍辉

湖南教育出版社出版发行(长沙市韶山北路 643 号)
湖南省新华书店经销 长沙国防科学技术大学印刷厂印刷

850×1168 32 开 印张: 12.25 字数: 315800

2001 年 6 月第 1 版 2002 年 7 月第 2 次印刷

印数: 3001—6000

ISBN7-5355-3400-7/G·3395

定价: 15.00 元

本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换

前 言

1989年我国大学生开始参加美国大学生数学建模竞赛(MCM)。当时为向我国数学界、数学教育界和广大的教师及大学生介绍这种竞赛,我写了一篇题为“美国大学生数学模型竞赛及一些想法”的文章,发表在《高校应用数学学报》1989年第四卷第一期上,在该文的最后我写下了:“…若有可能的话,可组织多校的联合竞赛,互相评比,相互促进,最终形成一个全国大学生数学竞赛也不是不可能的。”说实话,当我写下这句话的时候更多的是为了表达我的一种期盼,没有想到这么快就能成为现实!

1990年12月和1991年6月在上海市工业与应用数学学会的组织下,分别举办了“上海市大学生(数学类)数学模型竞赛”和“上海市大学生(非数学类)数学模型竞赛”。1991年11月23日到24日中国工业与应用数学学会第一届第三次常务理事会议决定成立数学模型专业委员会,并责成该委员会组织1992年部分城市大学生数学模型联赛。在上海市工业与应用数学学会的具体组织下,于1992年11月27日到29日举办了“1992年部分城市大学生数学模型联赛”,10省(市)79所院校的314个队参加了这次竞赛。1992年11月28日中央人民广播电台“午间半小时”广播了“话说大学生数学建模竞赛”一文,这是我国新闻界对我们的强有力的支持。

为了进一步使广大的大学生和教师了解并积极参与到这一竞赛中来,我们又于1993年1月30日到2月5日在北京举办了“数学建模教学及竞赛教师培训、研讨班”,邀请多位专家结合国内、外的大学生数学建模竞赛的优秀论文的评析,讲述了数学建模的思想和方法。湖南教育出版社非常支持我国的大学生数学建模竞赛,特向我们组织出版一本有关的书,在各位专家和出版社

的协同努力下,定名为《大学生数学建模竞赛辅导教材》一书很快于当年6月出版。在我国该书第一次系统介绍了大学生数学建模竞赛以及怎样组织大学生参加这个竞赛、数学建模的思想和方法,介绍了数学软件 Mathematica 以及怎样查找数学建模的有关文献、国内外数学建模竞赛的试题等等。该书出版后反应很好,不仅促进了大学生数学建模竞赛的发展,也在一定程度上推动了大学数学教学改革。1993年大学生数学建模竞赛终于被教育部(当时的国家教委)高教司正式确定为我国大学生四项竞赛活动之一,从1994年开始中国大学生数学建模竞赛由教育部(当时为国家教委)高教司和中国工业与应用数学学会共同举办。在教育部的领导和指导下,在中国工业与应用数学学会的有力支持下,在全国组委会和各省、市、自治区教育厅、各赛区组委会、学校领导和广大师生的共同努力和通力合作下,这项赛事的影响和受益面不断扩大,已经发展成为目前我国规模最大的大学生课外科技活动。应广大师生的要求,在专家的大力支持下我们又于1997年编辑出版了《大学生数学建模竞赛辅导教材》(二),该书不仅介绍了更多的数学建模的方法,而且强调了与大学数学教育改革的关系,不少材料比较密切结合教学实践,并已被用于大学数学建模课和主干数学课程的教学,进一步推动了大学数学教育改革。与此同时,由于竞赛需要应用各种数学软件,我们在1997年8月举办了全国性的讲习班,重点介绍多种数学软件及其应用。在此基础上,我们又组织专家编写出版了《大学生数学建模竞赛辅导教材》(三)(1998),该书不仅详细介绍了数学软件的发展以及多种数学软件及其使用,特别介绍了在国际上享有盛名的、与数学机械化证明密切相关的吴文俊方法。该书的出版也推动了大学里数学实验课程和数学实验室的建设。近年来大学生数学建模竞赛得到了越来越多的社会认同,特别是得到了创维集团、网易网络公司等企业的大力资助。为了把多年来国内、外好的经验总结出来,特别是了解美国大学生数学建模竞赛的操作、

评阅和优秀论文,使愿意参加这一竞赛的师生能更加积极主动地参与进来,在全国大学生数学建模竞赛组委会成员的努力下,我们又编写出版了《大学生数学建模竞赛辅导教材》(四)。

在湖南教育出版社领导的积极支持下《大学生数学建模竞赛辅导教材》还将出版两册。这套六册的《大学生数学建模竞赛辅导教材》是一个整体,这套书的内容包括:

- 对大学生数学建模竞赛(包括美国大学生数学建模竞赛)的全方位的介绍;
- 数学建模思想和方法的介绍;
- 各种数学软件及有效算法的介绍;
- 能结合并能融合进大学主干数学课程的数学建模教学单元的介绍;
- 有关数学建模和竞赛的文献、资料和信息介绍。

我们希望这套书在相当长的时期内仍然是想了解、学习和实践数学建模以及参与大学生数学建模竞赛的广大师生的良师益友,为此我们将坚持不懈地努力,不断提高自己的业务水平,不断了解师生的需求。在这里我们要衷心感谢为这套书的编写作出巨大贡献的专家。我们也要感谢湖南教育出版社的领导,特别是郑绍辉编辑的一贯的大力支持。

叶其孝

2000年11月于北京理工大学

序 言

1985 年在美国出现了一种面向大学生的称为“数学建模竞赛”(Mathematical Contest in Modeling, 缩写为 MCM) 的新型竞赛。我国大学生于 1989 年开始参加这一竞赛。我国也于 1992 年开始举办自己的大学生数学建模竞赛 (China Undergraduate Mathematical Contest in Modeling, 缩写为 CUMCM)。特别是, 从 1994 年起由教育部高教司和中国工业与应用数学学会联合举办该项赛事以来, 在教育部的正确领导和指导下, 在全国组委会和各省、市、自治区教育厅和各赛区组委会和学校领导和广大师生的共同努力和通力合作下, 全国大学生数学建模竞赛得到了迅速和健康的发展。全国大学生数学建模竞赛已经成为培养富有创新能力和竞争力的人才的极为重要的载体, 通过大体上说来的“赛前准备、竞赛三天的拼搏和赛后继续”三个阶段的实践, 培养了一大批能初步应用数学建模的思想和方法来解决各种实际问题的学生。自 1989 年以来约有四万多大学生参加过国内外的大学数学建模竞赛, 充分显示了他们的创新意识和创新能力。由于竞赛的全过程在相当程度上“模拟”了同学们今后到了工作岗位可能会碰到的实际情况, 培养了他(她)们为取得事业成功所需要的能力, 受到了广大学生的热烈欢迎。他们用不同的表述方式表达了同一个体会, 即“一次参赛, 终身受益”。许多参加过这项竞赛的毕业生在工作中、在深造学习中作出了优秀成绩, 受到用人单位的好评, 有的甚至被委以重任。其次, 十多年来通过指导学生参加竞赛培养了一批优秀的青年教师, 他们既有扎实的数学理论基础, 又了解怎样通过数学建模的方法去解决实际问题, 并能在教学、科研中运用数学建模的思想、方法和技术手段, 从而为培养更多的优秀学生打下了坚实的基础。第三, 直接推动了大学的数学教学改革。虽说是竞赛, 但实际上是不打乱正常教学

秩序的规模不小的教改试验，竞赛的全过程是培育新型的学习和教学方式的试验。这就是为什么许多教育行政领导所说的“大学生数学建模竞赛的真正意义在竞赛之外”的原因。事实上，这些年来许多成功的教学改革成果都直接或间接得益于大学生数学建模竞赛。第四，大学生数学建模竞赛直接推动了中学生数学知识应用活动和中学数学教学改革。第五，全国大学生数学建模竞赛也为进一步发展我国的应用数学事业提供了许多值得思考的问题。尽管我们取得了很大的成绩，但我们仍然存在着许多问题亟待解决。特别是，不断提高赛题的质量，保证竞赛的公正性，即不能使竞赛落入某种套路又要不断扩大受益面，进一步推动大、中学的数学教育改革，特别是把数学建模的思想渗透、融合到主干课程中去，等等。为此，认真学习世界各国的先进经验，不断改进我们的工作就应该是我们经常要做的工作。全国组委会的成员认真研究了1994年到1999年美国大学生数学建模竞赛的情况和优秀论文，通过自己的消化编写了《大学生数学建模竞赛辅导教材(四)》的大部分内容，希望广大读者能更好地了解美国大学生数学建模竞赛的情况，学习他们好的经验，洋为中用，提高自己。特别值得指出的是美国大学生数学建模竞赛不仅得到美国国家安全局、美国国家基金会的资助，更得到美国数学界和数学教育界的支持，美国运筹学和管理科学学会(ORSA)、美国工业与应用数学学会(SIAM)和美国数学协会(MAA)不仅给予资助而且派专家参加竞赛论文的评阅，这些都是非常值得我们学习的。

由于我们水平有限，书中难免有不妥、错误之处，我们诚恳地希望读者予以批评指正。

最后我们要感谢湖南教育出版社的领导，特别是郑绍辉编辑的一贯的大力支持。

叶其孝

2000年11月于北京理工大学

目 录

前言	叶其孝
序言	叶其孝
第一章 怎样参加大学生数学建模竞赛	1
§ 1.1 人才培养竞争中数学教育所处的重要地位	1
§ 1.2 数学建模再现雄风	3
§ 1.3 大学生数学建模竞赛	6
§ 1.4 大学生数学建模竞赛与数学教育改革	20
第二章 混凝土地板的温度变化	23
§ 2.1 MCM-1994 的评阅、结果和奖励	23
§ 2.2 MCM-1994A 题	24
§ 2.3 创新的供热技术——北卡科学与数学学校队的优 秀论文	26
§ 2.4 实践者的评述	38
§ 2.5 评注	43
第三章 通讯网络问题	45
§ 3.1 问题	45
§ 3.2 问题的背景	48
§ 3.3 优秀竞赛论文	49
§ 3.4 其他获奖论文的模型与方法	61
§ 3.5 评注	62
第四章 螺旋线的交点	64
§ 4.1 MCM-1995 的评阅、结果和奖励	64

§ 4.2	问题的背景	65
§ 4.3	评判者对参赛论文的评论	66
§ 4.4	Macalester 学院队的论文(节选)	67
§ 4.5	Harvey Mudd 学院队的论文(节选)	74
第五章	工资调整方案	80
§ 5.1	问题的提出	80
§ 5.2	Logistic 模型与尺度法	84
§ 5.3	线性模型与对数模型的比较	91
§ 5.4	整体方案与特殊处理	99
第六章	潜艇探测问题	100
§ 6.1	MCM-1996 的评阅、结果和奖励	100
§ 6.2	问题和背景	101
§ 6.3	用环绕噪声使水下目标成像	104
§ 6.4	由环绕噪声场的涨落探测无声潜艇	114
§ 6.5	其他模型和方法	124
§ 6.6	几点启示	125
第七章	竞赛择优问题	130
§ 7.1	问题和背景	130
§ 7.2	基于模拟分析的论文优选方案——复旦大学优秀 获奖论文(答卷)	132
§ 7.3	论文评阅的优化模式——Gettysburg 学院优秀获 奖论文	137
§ 7.4	快速选择优胜者——中国科技大学优秀获奖论文	140
§ 7.5	其余模型简介	145
§ 7.6	来自评阅专家的评论	146
第八章	恐龙捕食问题	149
§ 8.1	竞赛的评阅、结果和奖励	149
§ 8.2	MCM-1997A 题	151

§ 8.3 Calvin 学院队的优秀论文——晚白垩纪的追逃对策	152
§ 8.4 评阅人的评述	164
§ 8.5 评注	167
第九章 会议分组安排	170
§ 9.1 问题的提出	170
§ 9.2 模型建立	171
§ 9.3 模型求解	176
§ 9.4 模型检验与推广	182
§ 9.5 “充分混合”的度量标准	183
第十章 扫描问题	186
§ 10.1 MCM-1998 的评阅、结果和奖励	186
§ 10.2 问题和竞赛结果	188
§ 10.3 三维网格数据截面的取法	190
§ 10.4 任意平面成像的模型	201
§ 10.5 MRI 成像截面的三维三次插值算法	213
§ 10.6 MRI 切片成像	224
§ 10.7 论文评述	237
第十一章 分数贬值问题	243
§ 11.1 问题和背景	243
§ 11.2 对 GPA 进行修正的两个方法	246
§ 11.3 能力分的最小二乘法	248
§ 11.4 成绩排名的其他方法	250
§ 11.5 若干讨论	252
第十二章 小行星撞击地球问题	254
§ 12.1 MCM-1999 的评阅、结果和奖励	254
§ 12.2 MCM-1999A 题 强烈的碰撞	256
§ 12.3 哈佛·马德(Harvey Mudd)学院队的优秀论文 ——强烈的碰撞	257

§ 12.4	评阅人的评注·····	273
§ 12.5	评注·····	275
第十三章	公众场所的法定容量·····	278
§ 13.1	公众场所的法定容量·····	278
§ 13.2	速率模型与房间分解·····	279
§ 13.3	房间的六边形分割·····	287
§ 13.4	图-流模型和粒子模拟模型 ·····	294
§ 13.5	评阅人和专家的忠告·····	299
第十四章	大地污染问题·····	303
§ 14.1	MCM-1999C 题 大地污染 ·····	303
§ 14.2	厄勒姆学院队的优秀论文——污染的侦测：经由 水文-化学物质的分析对地下溢出的建模 ···	305
§ 14.3	浙江大学队的优秀论文——污染源的定位····	319
§ 14.4	评阅人的评注——关于大地污染问题的论文 ·····	332
§ 14.5	命题人的评述——关于大地污染问题优秀论文的 评述·····	335
§ 14.6	评注·····	337
附录 I	1998 年~2000 年中国及美国大学生数学建模竞赛 试题·····	339
附录 II	20 世纪最好的 10 个算法 ·····	375

第一章 怎样参加大学生数学建模竞赛

叶其孝

北京理工大学 应用数学系

提 要

本章论述了在世界范围人才培养竞争中数学教育所处的重要地位、数学建模及其发展、数学建模竞赛出现的必然性、大学生数学建模竞赛培养学生什么样的能力以及和大学数学教育改革的关系。本章还就怎样参加大学生数学建模竞赛以及同学们关心的问题作了较详细、深入的论述、分析和建议。本章可以作为初次参赛的师生了解大学生数学建模竞赛的参考材料，也可以作为向广大公众作宣传的参考材料。

§ 1.1 人才培养竞争中数学教育 所处的重要地位

人类已经进入了以计算机、网络、数码、光纤和多媒体等为代表的信息时代，进入了科学和技术以惊人速度发展的知识经济时代、“全球化”经济的时代。人们越来越明白并深切地体验到21世纪经济竞争的关键是科学技术的竞争，科学技术竞争的关键就是人才培养的竞争，而人才培养的竞争就是教育的竞争，教育改革迫在眉睫。然而，教育改革应该怎样进行，主要应该抓什么，众说纷纭。因而许多国家，特别是西方发达国家，早在十多年前就开始进行有关教育情况、教育改革的调查研究，这些调查研究共同发现之一就是：科学和数学的教育改革处在关键的重要地位。1989年经合组织（OECD）在其会员国中发起了一场关

于科学、数学和技术教育正在发生怎样的变化的大规模的调查。调查在1991~1995年进行，经历四年之久。于1996年4月8日在美国华盛顿召开的一个会议上公布了由美国斯坦福大学的J. M. Atkin教授和英国帝国学院的P. J. Black教授执笔撰写的题为“改变课程：科学、数学和技术教育中的创新”的长达230页的调研报告。该报告指出：“全世界工业国家的决策者们愈来愈把这些（科学、数学和技术教育）领域看做是经济增长的关键。”（见〔1〕）在1996年7，8月号《未来学家》杂志公布的一份题为“学生必须掌握哪些知识和技能才能在21世纪立于不败之地”的调研报告指出“运用数学、逻辑和推理的技能；熟练的读写能力；以及了解统计学。正如人们一直强调的，数学是一种语言，是一种交流和认识世界的方法。应建立用以指导学校制订和评价数学课程的内容、教学以及评估的标准。掌握数学的概念、计算和解决问题的能力对一个真正有文化的人来说是至关重要的。”（见〔2〕）由美国参议员格伦（John H. Glenn，他是在1962年作第一次绕地球轨道飞行的宇航员）担任主席的“21世纪数学和科学教育委员会”于2000年9月27日公布的题为“亡羊补牢，犹未为晚”的调研报告指出：“在新世纪和千禧年已经来临之际，本委员会确信我们国家和人们未来的安康不仅有助于我们对我们的孩子们的一般教育有多好，而且特别有助于我们对他们的数学和科学教育有多好。”（见〔3〕）美国教育部长赖利（Richard W. Riley）在1998年1月对美国数学研究界和数学教育界的报告中鼓励他们“让我们的国家认清数学的重要性，以使所有的教师教更好的数学以及更好地教数学”的同时，更深情地说出了“‘数学等于机会’。当我们为即将来临的世纪作准备时，我们不可能送给美国的父母和学生别的更关键的信息了”。这是分量很重的话语（见〔4〕）。所有这些充分表明了培养富有创新能力和竞争力的人才中数学教育的关键重要性，各级各类教育中数学教育改革的紧迫性。当然，并非各级领导、企业界、学术界

和广大的公众都已对此有了共识，甚至可以说距离达成共识还相当远。尽管世界各国都很重视从幼儿园(学前)、小学、中学、大学和研究生院的数学教育，甚至数学课是每学期都要修的必修课，然而数学教育在相当程度上却没有能跟上科技、经济和社会的迅速发展和变化。数学教学的内容、方法和手段变化甚微，不能体现数学在科技和社会以及个人工作和生活中的重要作用，甚至不能满足专业后继课程的需要。特别是，就业市场的变化以及对计算机技术和软件的迅速发展及其作用的过分的宣传也误导了人们，使人们以为只要掌握计算机和软件就能确保个人的事业前途。各科学分支学科的迅速发展，知识膨胀也要求更多的课时，导致数学课时的减少，教材陈旧，教学方法和手段的落后，数学教师的进修没有及时跟上，加上公众本来对数学的作用缺乏了解甚至有着种种误解。而且，由于各级学校的数学教育中还存在不少问题，更由于对数学科学的重要性了解不够，尽管包括美国在内的许多发达国家正在潜心研究我国数学教育成功经验的时候，在我国却出现了对于数学的重要性相当缺乏了解的种种误解的言论(例如见[5]和[6])。这实在是相当令人担忧的。怎样让人们真正了解数学的重要性是数学界和数学教育界的迫切而又艰巨的任务。数学建模的迅速发展，特别是，大学生数学建模竞赛的成功举办为我们完成这个迫切而又艰巨的任务创造了很好的条件。

§ 1.2 数学建模再现雄风

1.2.1 数学建模是用数学来解决实际问题的桥梁

数学科学(Mathematical Sciences, 简称数学(Mathematics))是研究现实世界中抽象出来的数量关系和空间形式的科学。数学是一切自然科学的基础，它与其他科学提供语言、观念和方法。自然科学中几乎所有的重大发现无不依赖于数学的发展与进步。数学也是一切重大技术发展的基础，计算机的发明以及当今各个高科

技领域和经济领域的发展是最好的明证。数学又是人类的一种文化，它在教育中一直占有特殊地位，在提高人的逻辑推理能力、分析判别能力、想像力和创造力上具有其他学科所不能替代的重要作用。但是要用数学去真正解决实际问题还需要在实际问题和数学理论和方法之间“搭建桥梁”，数学建模就是“桥梁”之一。实际上，数学的发展始终是和解决各种各样的实际问题密切相联的，数学建模的思想和方法自古以来一直在使用。事实上，数学模型(Mathematical Model)这一术语早就有了(见〔7〕)，它有两个含义，一是用以表达抽象数学概念的物理实物模型，另一个就是我们现在所谓的数学建模。因而不能说数学建模是新东西，不过数学建模(Mathematical Modeling)这一术语确实是在 20 世纪 60 年代之后才流行起来的。

确切地说，数学建模就是通过对实际问题的分析，通过抽象和简化，明确实际问题中最重要的变量和参数，通过某些“规律”建立变量和参数间的数学问题(我们也可以说是把实际问题“翻译”为数学问题，或称之为这一简化阶段的一个数学模型)，再用精确的或近似的数学方法求解之，然后把数学的结果“翻译”成普通人能懂的语言，并用现场实验数据或历史记录数据或其他手段来验证结果是否符合实际并用来解决实际问题。这样的过程的多次执行和完善就是数学建模的全过程。欧几里得几何和微积分的发明就是科学史上最光辉、最成功的两个数学模型，正是由于欧氏几何是建立在高度抽象的没有厚度的面、没有长度的线和没有长、宽、高的点的基础上的公理系统，才能应用于土地的丈量等工农业问题的解决；也只有把太阳、地球和月亮等天体抽象成只有质量而没有长、宽、高的点才能把牛顿的微积分用上，从而发现了万有引力。微积分在 17、18 世纪广泛应用的成果也充分显示了数学建模的威力。很有意思的是，从百科全书或字典上看 Modelling (Modeling) 的意思是“塑造艺术”(见〔8〕)或“造型术”。〔8〕中说：“……塑造和雕刻相反，它是一种添加性工艺，

它不同于雕刻之处在于塑造过程中可以修正形象”。这和“这样的过程的多次执行和完善”是一致的，因此，也有专家认为数学建模带有艺术的特点。所以，我们也可以把数学建模形象地称为“数学的塑造艺术”。

1.2.2 计算和信息技术的发展使数学建模雄风再现

但是，用数学建模来解决实际问题却强烈依赖于多种因素，不仅要对实际问题有深刻的了解，能抓住主要因素，并能从中作出正确的数学抽象，更有赖于计算技术的发展。微积分发明以来，数学建模用于解决各种各样的实际问题从未停止，但往往停留于某个数学模型(明确的数学问题)的表述而计算不出结果，只好放在一边。浏览一下20世纪50年代以前的许多工程杂志不难看到这种情况。只有到了20世纪后半世纪，计算机、计算技术、仿真技术及数学软件得到了迅速发展(数学理论同样为计算机的发明作好了充分的理论准备)，才使数学建模焕发了新生，得到了迅猛的发展。数学建模正在成为科学研究和工程技术的关键工具。正如〔9〕指出的“一切科学和工程技术人员的教育必须包括数学和计算科学的更多的内容。数学建模和与之相伴的计算正在成为工程设计中的关键工具。科学家正日益依赖于计算方法，而且在选择正确的数学和计算方法以及解释结果的精度和可靠性方面必须具有足够的经验。对工程师和科学家的数学教育需要变革以反映这一新的现实”。此外，历史的经验告诉我们任何一项成功的技术最终必然会进入到培养人的教育领域。事实也是如此，到了20世纪60年代，英国牛津大学开始为研究生开设数学建模课程，并进一步开创了“牛津工业研究小组(Oxford Study Group with Industry, 缩写为OSGI)”研究课题，每年有10天到两周的时间，牛津大学的教授、博士生和工业、企业界的代表会聚一起研讨如何用数学的方法解决工业中的各种问题，并取得了很大的成功。从此，在大学里开设数学建模课程、建立工业数