

周玉刚
杨安澜

奚定华
黄汉禹

主编

高中数学
解題辞典

(代数 三角)

广东教育出版社

主编

周玉刚 奚定华 杨安澜 黄汉禹

高中数学
解 题 辞 典

(代数 三角)

广东教育出版社

高中数学解题辞典

(代数·三角)

周玉刚 吴定华 主编
杨安澜 黄汉禹

广东教育出版社出版发行

广东省新华书店经销

广东新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 26.75印张 3插页 500,000字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数 1—2,400册

ISBN7-5406-0850-1/G·846

定价：(平装) 7.60元

(精装) 10.50元

编写说明

《中学生解题辞典》丛书是根据国家教育委员会最新修订的《全日制中学数学教育大纲》的精神编写的。先行出版的有《初中数学解题辞典》、《高中数学解题辞典(代数·三角)》、《高中数学解题辞典(几何)》等三种。

先行出版的这几种数学解题辞典，编写的宗旨在于为初、高中学生，中学数学教师，高等师范院校数学系(科)学生，自学数学的知识青年，职工干部以及数学爱好者提供一套中学数学基本概念、基础知识系统，以及题目类型齐全、解题思路清晰、技能技巧灵活多样的工具书。我们认为数学的“双基”是解题的根据，是解题思路的源泉，离开了它，解题就成了无本之木，无源之水。因此，各册均按知识内容，先将“双基”以词条的形式，集中列于各章之首，为读者查找有关概念、公式、定理提供方便。然后，将题目的类型、解题的思路、基本技能和方法，集中系统地叙述。为使读者更快、更好地提高解题能力，切实掌握解题方法，以开拓解题思路，培养能力、发展智力。我们在一种类型的例题叙述以后，随即提出“注意”、“说明”、“研究”和“思考”等项，用于指明解题的注意事项，阐述解题的一般规律，研究解题的思路和方法，并及时提供思考训练的机会。

本套书由周玉刚、奚定华、杨安澜、黄汉禹等四位同志主编。

本册代数篇由黄汉禹同志主编、三角篇由杨安澜同志主编。奚定华同志审读了全稿，最后由周玉刚同志修改定稿。参加编写、绘图和誊写的还有姜宝坤、陈坚强、黄宏志、周莘等同志。书稿编就后董新新同志阅读了全稿，复做了书中全部思考题。由于上述同志的努力，促进了本书质量的提高。此外，上海市数学会副理事长、上海师范大学数学系应制夷教授热情地审阅了全稿，并为这套辞书写了序言。在此，我们谨向上述诸同志表示深深的谢意。

最后，限于我们的水平，书中谬误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编者

1987年8月于上海

序 言

正当我准备来美讲学的前夕，收到本辞书主编热情送来的书稿。在听取作者对这套辞书编辑意图的详细介绍之后，我挤出时间见缝插针阅读了全稿，感触尤深。

众所周知，中学教育是基础教育，而数学又是基础教育中的一门工具学科，它是学习科学技术和其他知识的重要基础。我们培养的人应具备哪些数学基础知识？又该如何培养学生解决数学问题的能力呢？作者们抓住这两个关键问题，潜心研究本手册的编写体例，先将中学数学基础知识以词条的形式，按内容进行系统整理，如同词典一样，使人翻阅时一目了然；然后分类叙述解题的基本技能和方法。书中后一部分，更以题材丰富、结构新颖、叙述严谨、解法合理、技巧灵活等为其特色，足见作者们丰富的教学经验与深厚的业务根底。作者还在适当的地方加入“注意”、“说明”、“思考”、“研究”等专项，将读者的思维步步引向深处，这对培养和发展读者的思维能力极有帮助。相信，本辞典的出版必将成为广大数学爱好者的良师益友。特为序。

应制夷

1987年9月于爱我华大学

目 录

代 数 篇

一、数集	8
(一) 基本概念、定理、公式	8
1. 集合的概念 (3)	
2. 集合的包含关系 (6)	
3. 集合的运算 (7)	
4. 集合的运算律 (9)	
5. 集合间的映射 (9)	
6. 复数的概念 (10)	
7. 复数的运算 (15)	
(二) 基本技能和方法	21
1. 集合的表示方法 (21)	
2. 判别集合间的包含关系和求集合的子集 (22)	
3. 求交集、并集和补集 (23)	
4. 用文氏图解集合问题 (25)	
5. 判别映射和一一映射 (28)	
6. 求逆映射 (29)	
7. 复数的基本概念问题 (31)	
(1) 复数的表示法 (2) 虚数单位 i 的性质 (3) 复数的相等与共轭复数 (4) 复数的模与共轭复数	

8. 复数的计算 (44)

9. 复数的应用 (51)

- (1) 复数在解方程中的应用 (2) 复数在因式分解中的应用 (3) 复数在整除问题中的应用 (4) 复数在证明代数恒等式中的应用 (5) 利用复数计算三角函数的值 (6) 利用复数进行三角函数式的恒等变形 (7) 复数在平面几何中的应用 (8) 复数在解析几何中的应用

二、函数.....74

(一) 基本概念、定理、公式74

1. 基本概念 (74)

2. 函数的性质 (80)

3. 初等函数 (83)

(二) 基本技能和方法93

1. 关于函数概念的问题 (93)

- (1) 对函数符号的理解 (2) 求函数的定义域 (3) 求函数的值域 (4) 反函数的问题 (5) 复合函数的问题

2. 关于函数性质的问题 (109)

- (1) 单调性 (2) 奇偶性 (3) 有界性 (4) 周期性

3. 求函数的极值 (115)

- (1) 利用二次函数求极值 (2) 利用判别式求极值 (3) 利用不等式求极值 (4) 利用变量代换求极值 (5) 利用三角函数的有界性求极值 (6) 利用函数图象求极值

4. 函数图象的作法 (131)

- (1) 简单函数图象的作法 (2) 利用简单平移作函数图象 (3) 利用对称作函数图象 (4) 隐函数的图象的作法 (5) 分段函数图象的作法

5. 正、反比例函数与一次、二次函数的问题 (147)

(1) 正、反比例函数 (2) 一次函数 (3) 二次函数

(4) 二次函数与二次方程、二次不等式的关系

6. 幂函数、指数函数与对数函数问题 (160)

(1) 幂函数 (2) 指数函数 (3) 对数函数

三、不等式171

(一) 基本概念、定理、公式171

1. 基本概念 (171)

2. 不等式的性质 (173)

3. 不等式的同解定理 (175)

4. 重要不等式 (178)

(二) 基本方法和技能180

1. 证明不等式的思维方法 (180)

(1) 比较法、比值法 (2) 分析法 (3) 综合法 (4) 反证法 (5) 数学归纳法

2. 证明不等式的几个技巧 (195)

(1) 放缩法 (2) 三角代换法 (3) 判别式法 (4) 交叉相消法 (5) 配方法 (6) 几何法

3. 不等式的解法 (212)

(1) 一元一次不等式(组) (2) 一元二次不等式(组)

(3) 高次不等式 (4) 分式不等式 (5) 含有绝对值的不等式 (6) 无理不等式 (7) 指数不等式和对数不等式

(8) 用函数图象解不等式 (9) 二元不等式的平面区域

(10) 解不等式的应用

四、方程252

(一) 基本概念、定理、公式	252
1. 基本概念 (252)	
2. 方程的分类 (253)	
3. 方程(组)的同解与增失根 (260)	
4. 行列式与线性方程组 (264)	
5. 一元 n 次方程 (272)	
(二) 基本技能和方法	279
1. 整式方程的解法 (279)	
(1) 一元一次方程 (2) 一元二次方程 (3) 一元二次方	
程根的判别式的应用 (4) 一元二次方程根与系数关系的	
应用 (5) 双二次方程 (6) 二次方程 (7) 倒数方程	
(8) 高次方程	
2. 分式方程与无理方程的解法 (311)	
(1) 分式方程 (2) 无理方程	
3. 指数方程和对数方程的解法 (328)	
(1) 指数方程 (2) 对数方程	
4. 行列式与线性方程组 (338)	
(1) 行列式 (2) 线性方程组	
五、数列、极限与数学归纳法	346
(一) 基本概念、定理、公式	346
1. 数列 (346)	
2. 等差数列与等比数列 (348)	
3. 极限 (352)	
4. 数学归纳法 (356)	
(二) 基本技能和方法	357

-
1. 数列 (357)
 2. 等差数列、等比数列 (362)
 3. 等差、等比数列的应用题 (376)
 4. 特殊数列求和 (384)
 5. 简单的递推数列 (394)
 6. 数列的极限 (402)
 - (1) 利用数列极限的概念解题
 - (2) 数列极限的运算
 - (3) 无穷递缩等比数列各项的和
 7. 数学归纳法 (419)

六、排列、组合、二项式定理与概率433

(一) 基本概念、定理、公式433

1. 排列与组合 (433)
2. 二项式定理 (437)
3. 概率 (439)

(二) 基本技能和方法442

1. 排列与组合问题 (442)
 - (1) 计算题
 - (2) 应用题
2. 二项式定理 (466)
 - (1) 求二项展开式
 - (2) 求二项展开式中的某些特殊项或系数
 - (3) 利用二项式定理解整除问题
 - (4) 利用二项式定理进行近似计算
 - (5) 证明某些组合数恒等式
3. 概率 (479)
 - (1) 等可能事件的概率
 - (2) 互斥事件与相互独立事件的概率
 - (3) 独立重复试验的概率
 - (4) 条件概率

三 角 篇

- 一、三角函数491
- (一) 基本概念、定理、公式491
1. 基本概念 (491)
2. 三角函数 (496)
3. 同角的三角函数与诱导公式 (499)
4. 三角函数的图象与性质 (502)
- (二) 基本技能和方法508
1. 有关角的弧度制的计算 (508)
- (1) 角度制和弧度制的换算 (2) 弧度公式 $|\alpha| = \frac{l}{R}$ 的一些应用
2. 用区间或集合表示角 (510)
- (1) 象限角的表示 (2) 求终边相同的角 (3) 用单位圆中的阴影表示角的终边的位置, 用数轴上的点集表示角的集合
3. 求三角函数值 (517)
- (1) 根据定义求三角函数值 (2) 利用同角三角函数关系式求三角函数的值 (3) 利用同角三角函数式的变换, 求三角函数式的值
4. 诱导公式的应用 (525)
5. 已知三角函数值求角 (530)
6. 求三角函数的定义域 (534)

7. 求三角函数的值域和最大值或最小值 (537)

(1) 求值域 (2) 求三角函数的最大值和最小值

8. 求三角函数的周期 (544)

9. 判断三角函数的奇偶性 (550)

10. 三角函数的单调性 (551)

(1) 判断简单的三角函数的单调性 (2) 比较函数值的大小 (3) 已知函数值的大小比较角的大小

11. 画简单的三角函数的图象 (564)

(1) 三角函数的图象的画法 (2) 关于 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象的研究

12. 求适合三角不等式的角的集合 (572)

(1) 简单的三角不等式 (2) 利用三角函数图象解不等式

二、三角函数式的变换582

(一) 基本概念、定理、公式582

(二) 基本技能和方法587

1. 求三角函数的值 (587)

(1) 求 $15^\circ, 75^\circ, 22.5^\circ, 67.5^\circ, 18^\circ$ 等角的三角函数值

(2) 已知一个三角函数值, 求其它三角函数值 (3) 求三角函数式的值 (4) 已知三角函数关系式, 求三角函数值

2. 化简三角函数式 (603)

(1) 化简为乘积形式 (2) 化简算术根 (3) 化简分式

3. 证明三角恒等式 (615)

(1) 等式两端都是同角的三角函数式 (2) 等式两边含有不同角的三角函数式 (3) 等式两边所含的三角函数的幂次不同 (4) 等式两边的三角函数的角、名、幂次

均不相同 (5) 等式的一边是一个定
值 (6) 证明含有自然数 n 的可以递推的三角恒等式

4. 条件三角等式的证明 (641)

(1) 综合法 (2) 分析法 (8) 代入消去法 (4) 三角消
去法 (5) 换元法 (6) 复数法

5. 证明三角形中的条件等式 (661)

(1) 证明三角形中三内角的三角函数的等式 (2) 证明三
角形中含有边和角的三角函数的等式

6. 证明三角不等式 (676)

(1) 直接利用三角函数的单调性等证不等式 (2) 利用换
元法, 把三角不等式转化为代数不等式, 再加以证明
(3) 利用三角形中的边角关系, 证明三角形中的不等式

7. 求三角函数的最大值和最小值 (698)

三、反三角函数707

(一) 基本概念、定理、公式707

(二) 基本技能和方法714

1. 表示反三角函数的形式 (714)

2. 求反函数的解析式 (716)

3. 求反三角函数的定义域和值域 (720)

4. 求反三角函数的值 (728)

5. 画反三角函数的图象 (728)

6. 比较反三角函数值的大小 (733)

7. 证明反三角函数的等式 (738)

四、三角方程和简单的三角不等式744

(一) 基本概念、定理、公式744

(二) 基本技能和方法747

1. 基本的三角方程 (747)

(1) 简单的三角方程, 形如 $\sin(\omega x + \varphi) = a$ (2) 两个同名函数相等的三角方程 (3) 最简单的二次三角方程

2. 可化为同角同一三角函数的三角方程 (753)

(1) 仅含有一个三角函数的三角方程 (2) 可以化为同名函数的三角方程 (3) 关于 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\tan x$ 、 $\cot x$ 的有理式的三角方程 (4) 齐次方程 (5) 可以化为齐次方程的三角方程 (6) 可以利用配方等方法化为同一三角函数的三角方程

3. 形如 $a\sin x + b\cos x = c$ (a 、 b 、 c 均不为零) 的三角方程 (765)

4. 可以化为右端为零, 左端能分解因式的三角方程 (769)

5. 含有参数字母的三角方程 (776)

6. 三角方程组 (780)

7. 与三角方程有关的综合问题 (783)

8. 基本的三角不等式 (788)

9. 简单的三角不等式 (790)

10. 解反三角函数的方程和不等式 (796)

五、三角函数的应用 (802)

(一) 基本概念、定理、公式 (802)

(二) 基本技能和方法 (810)

1. 解一般三角形 (810)

2. 利用三角方法证明几何命题 (815)

-
3. 求最大值和最小值 (819)
 4. 求轨迹 (824)
 5. 研究无穷变化的几何量 (827)
 6. 解测量等实际问题 (831)
 7. 解代数中的问题 (834)

代 数 篇