

标准化题型 解题思路精析

数学·初中三年级用

山西高校联合出版社

标准化题型解题思路精析

(代数·初三年级用)

耿淑云 薛喜娥
畅俊 阴卫星
卢云飞

山西高校联合出版社

责任编辑:张小芒

封面设计:阿媛

标准化题型解题思路精析

(代数·初三年级用)

耿淑云 薛喜娥

畅俊 阴卫星

卢云飞

*

山西高校联合出版社出版发行

(邮编:030012 太原市并州路 267 号)

各地新华书店发行 山西省新闻出版局老龄委晋阳印刷厂印刷

*

开本:32K 印张:31.5个印张 字数:673.9千字

1996年1月第1版 1996年1月 第1次印刷

印数:1——10000册

*

ISBN 7-81032-836-0

0·77 全套定价:26.40元

目 录

第十二章 一元二次方程	(1)
一、一元二次方程	(1)
12.1 一元二次方程	(1)
习题 12.1	(1)
12.2 一元二次方程的解法	(3)
练习(第 8 页)	(3)
练习(第 12 页)	(4)
想一想(第 12 页)	(5)
练习(第 16 页)	(6)
习题 12.2(1)	(9)
练习(第 22 页)	(20)
习题 12.2(2)	(23)
12.3 一元二次方程的根的判别式	(28)
想一想(第 28 页)	(28)
习题 12.3	(29)
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	(32)
想一想(第 34 页)	(32)
习题 12.4	(33)
12.5 二次三项式的因式分解(公式法)	(37)
习题 12.5	(37)
12.6 一元二次方程的应用	(43)

练习(第42页)	(43)
习题12.6	(46)
二、可化为一元二次方程的分式方程	
和无理方程	(52)
12.7 分式方程	(52)
练习(第49页)	(52)
习题12.7	(55)
12.8 无理方程	(67)
练习(第56页)	(67)
习题12.8	(67)
练习(第60页)	(73)
三、简单的二元二次方程组	(74)
12.9 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组	(74)
练习(第64页)	(74)
习题12.9	(75)
12.10 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组组成的方程组	(83)
练习(第67页)	(83)
习题12.10	(84)
复习题十二	(91)
自我测验十二	(129)
第十三章 函数及其图象	(135)
13.1 平面直角坐标系	(135)
练习(第88页)	(135)

	习题 13.1	(136)
13.2	函数	(142)
	练习(第 92 页)	(142)
	练习(第 94 页)	(143)
	习题 13.2	(144)
13.3	函数的图象	(148)
	练习(第 101 页)	(148)
	习题 13.3	(149)
13.4	一次函数	(154)
	练习(第 105 页)	(154)
	习题 13.4	(154)
13.5	一次函数的图象和性质	(156)
	练习(第 109 页)	(156)
	练习(第 110 页)	(157)
	习题 13.5	(158)
	二元一次方程组的图象解法	(165)
	练习(第 115 页)	(165)
13.6	二次函数 $y=ax^2$	(167)
	习题 13.6	(167)
13.7	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	(171)
	练习(第 129 页)	(171)
	习题 13.7	(173)
	想一想	(175)
13.8	反比例函数及其图象	(190)
	练习(第 136 页)	(190)
	习题 13.8	(192)

复习题十三	(197)
自我测验十三	(217)
第十四章 统计初步	(223)
14.1 平均数	(223)
练习(第 157 页)	(223)
练习(第 158 页)	(224)
习题 14.1	(225)
想一想	(227)
14.2 众数与中位数	(231)
练习(第 165 页)	(231)
习题 14.2	(231)
14.3 方差	(233)
习题 14.3	(233)
14.4 用计算器求平均数、标准差与方差	(242)
练习(第 184 页)	(242)
14.5 频率分布	(243)
习题 14.5	(243)
复习题十四	(249)
自我测验十四	(259)
1995 年全国部分省市中考试题选	(264)
四川省.....	(264)
山东省.....	(269)
答案	(275)
四川省.....	(275)
山东省.....	(279)

第十二章 一元二次方程

一、一元二次方程

习 题 12.1

A 组

2. 把下列方程先化成一元二次方程的一般形式, 写出它的二次项系数、一次项系数及常数项:

$$(1) 6x^2 = 3 - 7x; \quad (2) 5x^2 + 5 = 26x;$$

$$(3) 3x(x-1) = 2(x+2) - 4;$$

$$(4) (2x-1)^2 - (x+1)^2 = (x+3)(x-3);$$

$$(5) (3y+2)^2 = 4(y-3)^2;$$

$$(6) (y + \sqrt{y})(y - \sqrt{y}) + (2y+1)^2 = 4y - 5.$$

B 组

1. 写出下列一元二次方程的二次项系数、一次项系数及常数项:

$$(1) abx^2 + cx + d = 0 \quad (ab \neq 0);$$

$$(2) (m-n)x^2 + m + n = 0 \quad (m \neq n).$$

2. 把方程 $mx^2 - nx + mx + nx^2 = q - p$ ($m+n \neq 0$) 化成一元二次方程的一般形式, 再写出它的二次项系数、一次项系数及

常数项。

答案:

A 组

2. (1) $6x^2+7x-3=0$, 6, 7, -3;

(2) $5x^2-26x+5=0$, 5, -26, 5;

(3) $3x^2-5x=0$, 3, -5, 0;

(4) $2x^2-6x+9=0$, 2, -6, 9;

(5) $5y^2+36y-32=0$, 5, 36, -32;

(6) $5y^2-y+6=0$, 5, -1, 6.

B 组

1. (1) ab , c , d ; (2) $m-n$, 0, $m+n$.

2. $(m+n)x^2+(m-n)x+p-q=0$, $m+n$, $m-n$, $p-q$.

【精析】

A 组

2. (4) 方法 I: 方程的左边利用完全平方公式展开, 方程的右边利用平方差公式展开得:

$$4x^2-4x+1-(x^2+2x+1)=x^2-9.$$

去括号, 移项, 合并同类项, 得方程的一般形式:

$$2x^2-6x+9=0.$$

方法 I: 方程左边先用平方差公式分解因式, 得:

$$[(2x-1)+(x+1)][(2x-1)-(x+1)]=(x+3)(x-3),$$

$$3x(x-2)=x^2-9,$$

$$3x^2-6x=x^2-9,$$

得一般式: $2x^2-6x+9=0$.

$$(6)y^2-(\sqrt{y})^2+4y^2+4y+1=4y-5,$$

$$y^2-y+4y^2+6=0,$$

$$5y^2 - y + 6 = 0.$$

B 组

2. 将含有 x^2 的项和含有 x 的项分别合并同类项, 得

$$(m+n)x^2 + (-n+m)x = q-p$$

整理, 得一元二次方程的一般形式

$$(m+n)x^2 + (m-n)x + (p-q) = 0.$$

容易看出二次项系数为 $(m+n)$, 一次项系数为 $(m-n)$, 常数项为 $(p-q)$.

12.2 一元二次方程的解法

练习(第8页)

2. 解下列方程:

$$(1) (2x-3)^2 = 5;$$

$$(2) (x+1)^2 - 12 = 0;$$

$$(3) (x-5)^2 - 36 = 0;$$

$$(4) (6x-1)^2 = 25.$$

答案:

$$2. (1) x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2};$$

$$(2) x_1 = -1+2\sqrt{3}, x_2 = -1-2\sqrt{3};$$

$$(3) x_1 = 11, x_2 = -1;$$

$$(4) x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{3}.$$

【精析】

2. (2) 将原方程变形为

$$(x+1)^2 = 12.$$

开方得

$$x+1=\pm 2\sqrt{3},$$

$$x=-1\pm 2\sqrt{3},$$

$$\therefore x_1=-1+2\sqrt{3}, x_2=-1-2\sqrt{3}.$$

(4)直接开方得

$$6x-1=\pm 5,$$

$$6x=1\pm 5,$$

$$x=\frac{1\pm 5}{6},$$

$$\therefore x_1=\frac{1+5}{6}=1, x_2=\frac{1-5}{6}=-\frac{2}{3}.$$

练习(第12页)

1. 填空:

$$(1) x^2+6x+ \quad = (x+ \quad)^2;$$

$$(2) x^2-5x+ \quad = (x- \quad)^2;$$

$$(3) x^2+\frac{4}{3}x+ \quad = (x+ \quad)^2;$$

$$(4) x^2-\frac{5}{2}x+ \quad = (x- \quad)^2;$$

$$(5) x^2+px+ \quad = (x+ \quad)^2;$$

$$(6) x^2+\frac{b}{a}x+ \quad = (x+ \quad)^2.$$

答案:

$$1. (1) 9, 3; \quad (2) \frac{25}{4}, \frac{5}{2}; \quad (3) \frac{4}{9}, \frac{2}{3};$$

$$(4) \frac{25}{16}, \frac{5}{4}; \quad (5) \frac{p^2}{4}, \frac{p}{2}; \quad (6) \frac{b^2}{4a}, \frac{b}{2a}.$$

【精析】

1. 本题的六个小题都是同一类型的填空题, 等式右边是

两数和或差的平方,左边是右边完全平方方式的展开式。根据完全平方公式的结构特征可知,等式左边的空应为右边括号中第二项的平方,而寻找该项可将 x 的一次项写成“ x 与另一个数的积的2倍”,那么这另一个数就是右边括号中的第二项,由此很容易地就得出了左边空上的数,如第(6)小题,先将 x 的一次项 $\frac{b}{a}x$ 写成 $2 \cdot \frac{b}{2a}x$ 的形式,则右边括号中的空应填“ $\frac{b}{2a}$ ”,左边的空是该项的平方“ $\frac{b^2}{4a^2}$ ”。

想一想(第12页)

1. 当 $x^2=c$ 时, c 必须是一个非负数,方程才有解,为什么?

2. $a^2+2ab+b^2$ 是一个完全平方方式,即:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

试用上式说明,

$$x^2+8x$$

必须加上 4^2 (即一次项系数8的一半的平方),才能得到一个完全平方方式。

【精析】

1. 当 c 为负数时, $x^2=c$ 在实数范围内无意义,因为任何一个实数的平方都不能成为负数。

2. 完全平方公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 的意义是两个数的平方和加上这两个数积的2倍,等于这两个数和的平方,式子 x^2+8x 中将 x 看作第一个数, $8x$ 看作两数积的2倍,那么第二个数就是4,所以还必须加上第二个数的平方“ 4^2 ”,才能等于两数和的平方,构成完全平方方式。

练习(第16页)

2. 用公式法解下列方程:

$$(1) 2x^2 + 5x - 3 = 0;$$

$$(2) 6x^2 - 13x - 5 = 0;$$

$$(3) 2y^2 - 4y - 1 = 0;$$

$$(4) \frac{5}{2}y^2 + 2y = 1;$$

$$(5) t^2 + 2t = 5;$$

$$(6) p(p-8) = 16;$$

$$(7) 0.3x^2 + x = 0.8;$$

$$(8) x^2 + 3 = 2\sqrt{3}x.$$

3. 用公式法解方程 $x^2 + 3x - 5 = 0$ (精确到 0.01).

4. 解关于 x 的方程 $2x^2 - mx - n^2 = 0$.

答案:

$$2. (1) x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -3;$$

$$(2) x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = -\frac{1}{3};$$

$$(3) y_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, y_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2};$$

$$(4) y_1 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{5}, y_2 = \frac{-2 - \sqrt{14}}{5};$$

$$(5) t_1 = -1 + \sqrt{6}, t_2 = -1 - \sqrt{6};$$

$$(6) p_1 = 4 + 4\sqrt{2}, p_2 = 4 - 4\sqrt{2};$$

$$(7) x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -4;$$

$$(8) x_1 = x_2 = -\sqrt{3}.$$

$$3. x_1 = 1.19, x_2 = -4.19.$$

$$4. x_1 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 8n^2}}{4}, x_2 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 8n^2}}{4}.$$

【精析】

2. (4) 方法 I :

$$\text{解: } \frac{5}{2}y^2 + 2y = 1,$$

$$\frac{5}{2}y^2 + 2y - 1 = 0.$$

把 $a = \frac{5}{2}, b = 2, c = -1$ 代入公式得

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{4+10}}{5} = \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5},$$

$$y_1 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{5}, y_2 = \frac{-2 - \sqrt{14}}{5}.$$

方法 II :

将方程两边同乘以 2 变为整数系数方程

$$5y^2 + 4y - 2 = 0.$$

把 $a = 5, b = 4, c = -2$ 代入公式得

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{16+40}}{10} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{14}}{10} = \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5}$$

$$y_1 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{5}, y_2 = \frac{-2 - \sqrt{14}}{5}$$

一般来说,将方程中的分数系数变为整数系数代入方程能使运算简便,但比较上述两种方法发现,方法 II 并不比方法

I 简单,这是因为对于方程“ $\frac{5}{2}y^2 + 2y + 1 = 0$ ”其二次项系数 a

$= \frac{5}{2}$, 是分母为“2”的分数,而公式中出现的是“ $4ac$ ”和“ $2a$ ”,

正好是 a 的偶数倍,而且 a, b, c 中只有 a 一个分数,所以直接代入公式计算更为简单。

$$(6) p(p-8) = 16$$

解: $p^2 - 8p = 16$

把 $a=1, b=-8, c=-16$ 代入公式得

$$p = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 64}}{2} = \frac{8 \pm 8\sqrt{2}}{2} = 4 \pm 4\sqrt{2},$$

$$p_1 = 4 + 4\sqrt{2}, \quad p_2 = 4 - 4\sqrt{2}.$$

(7) $0.3x^2 + x = 0.8$.

解: 方法 I

$$0.3x^2 + x - 0.8 = 0$$

把 $a=0.3, b=1, c=-0.8$ 代入公式得

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 0.96}}{0.6} = \frac{-1 \pm 1.4}{0.6},$$

$$x_1 = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-2.4}{0.6} = -4.$$

方法 II:

方程两边同乘以 10, 将小数系数变为整数系数, 方程变为

$$3x^2 + 10x - 8 = 0.$$

把 $a=3, b=10, c=-8$ 代入公式得

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{6} = \frac{-10 \pm 14}{6},$$

$$x_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-24}{6} = -4.$$

显然方法 II 较为简便。

(8) $x^2 + 3 = 2\sqrt{3}x$.

解: $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$.

把 $a=1, b=-2\sqrt{3}, c=3$ 代入公式得

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 - 12}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \pm 0}{2} = \sqrt{3},$$

$$x_1 = x_2 = \sqrt{3}.$$

4. 方程 $2x^2 - mx - n^2 = 0$ 中二次项系数 $a=2$, 一次项系数 $b=-m$, 常数项 $c=-n^2$, 代入公式得

$$x = \frac{-(-m) \pm \sqrt{(-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-n^2)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{m \pm \sqrt{m^2 + 8n^2}}{4}.$$

$$x_1 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 8n^2}}{4}, x_2 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 8n^2}}{4}.$$

习 题 12.2(1)

A 组

1. 用直接开平方法解下列方程:

$$(1) x^2 - 1 = 0;$$

$$(2) x^2 - 16 = 0;$$

$$(3) y^2 - 121 = 0;$$

$$(4) 2x^2 = 128;$$

$$(5) 2x^2 - \frac{1}{2} = 0;$$

$$(6) 3y^2 = \frac{4}{3};$$

$$(7) x - x^2 = 5x^2 + x;$$

$$(8) 7 - 2x^2 = -15.$$

2. 用直接开平方法解下列方程:

$$(1) (x+5)^2 = 16;$$

$$(2) (x+17)^2 = 49;$$

$$(3) (3y-7)^2 = 1;$$

$$(4) (y+6)^2 = 100.$$

3. 用配方法解下列方程:

$$(1) x^2 + 6x + 8 = 0;$$

$$(2) x^2 + 4x - 12 = 0;$$

$$(3) x^2 - 10x = -24;$$

$$(4) x^2 - 8x + 15 = 0;$$

$$(5) x^2 + 2x - 99 = 0;$$

$$(6) y^2 + 5y + 2 = 0;$$

$$(7) 3x^2 - 1 = 4x;$$

$$(8) 2x^2 + \sqrt{2}x - 30 = 0.$$

4. 用配方法解关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$.

5. 用公式法解下列方程:

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$;

(2) $3x^2 + 4x - 7 = 0$;

(3) $2y^2 + 8y - 1 = 0$;

(4) $x^2 - 2.4x - 13 = 0$;

(5) $2x^2 - 3x + \frac{1}{8} = 0$;

(6) $\frac{3}{2}t^2 + 4t = 1$;

(7) $3y^2 - 2y = 1$;

(8) $3y^2 + 1 = 2\sqrt{3}y$.

6. 用公式法解下列方程, 并求根的近似值(精确到 0.01):

(1) $x^2 - 3x - 7 = 0$;

(2) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 2 = 0$.

7. 用适当方法解下列方程:

(1) $3x^2 = 54$;

(2) $4(x-5)^2 = 16$;

(3) $x^2 - 4x = 8$;

(4) $x(x+8) = 609$;

(5) $3x^2 + 2x - 3 = 0$;

(6) $3x^2 - 1 = 2x$;

(7) $6x^2 - 4 = 3x$;

(8) $3x^2 + 5(2x+1) = 0$.

8. 解下列关于 x 的方程:

(1) $mx^2 - (m-n)x - n = 0 (m \neq 0)$;

(2) $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$.

B 组

1. 解下列关于 x 的方程:

(1) $\frac{x^2}{a} = 1 (a > 0)$;

(2) $x^2 - a = 0 (a \geq 0)$;

(3) $(x-a)^2 = b^2$;

(4) $(ax+c)^2 = d (d \geq 0, a \neq 0)$.

2. 解下列方程:

(1) $5(2y-1)^2 = 80$;

(2) $4(3x-2)^2 = 36$;

(3) $3(2y-1)^2 = 27$;

(4) $10(3x+7)^2 = 1000$.

3. 解下列关于 x 的方程: