时间序列分析

Time Series Analysis

潘红宇 编著

对外经济贸易大学出版社

前　　言

时间序列分析作为计量经济学的一个分支,近20年来发展迅速,特别是在非平稳时间序列和波动率建模方面获得极大进展。Granger 和 Engle 因为在非平稳和波动率领域的贡献获得2003年度的诺贝尔经济学奖。国外有许多关于时间序列分析的优秀教材,例如 Hamilton(1994), Enders(1995), Mills(1999), Chan(2002),还有一些着重某一领域的书籍例如 Tsay(2001)和 Brooks(2002)偏重金融模型的介绍,Harris and Sollis(2003)偏重文献综述。国内关于时间序列的教材主要面向数学和理工类读者,重点在于抽象的数学证明。有一些书籍开始尝试使用金融和经济数据举例,但是较少从经济角度进行解释。其次,也是最重要的,内容上只包括线性 ARMA 模型和部分向量时间序列模型,对于几乎是研究宏观经济学标准方法的非平稳时间序列模型和金融资产波动率模型的自回归条件异方差模型没有一本教材进行介绍。在教学过程中,学生反映英文教材由于语言问题,存在很多术语比较难看懂,翻译的教材看起来也有一定的难度,相关中文教材只有部分内容可以参考,因此迫切需要一本教材满足课程的全部需要。

本书受对外经济贸易大学“211”项目资助,是子项目 e11007 的阶段性成果。本书具有如下特色:(1)内容齐全新颖,包括确定性时间序列分析,线性 ARMA 模型,波动率模型,向量自回归模型,单位根检验和协整,以及一些非线性模型,目前还没有一本中文教材包括所有这些内容;(2)强调如何对经济数据建立模型,使用大量经济时间序列数据举例说明,有些例题从学术期刊摘取,介绍模型理论背景,使学生了解学术研究与所学方法的关系;(3)对于基本概念,一方面深入浅出,强调从直观的和经济的角度来理解,另一方面要求学生从统计的角度理解概念;(4)每章都介绍使用 Eviews 软件的操作方法。

本书从建立经济模型的角度组织内容,基本要求是学会建模方法,其次要求理解为什么这样建模,然后能够看懂相关理论证明和从统计角度理解概念,知道证明思路,最后要求学生可以自己证明一些随机过程的基本性质。

本书面向经济类,特别是宏观经济学和金融领域的人员使用,是时间序列经济计量

学的入门课程，适合没有接触过时间序列分析的初学者。书中练习涉及到的数据可以从对外经济贸易大学出版社网站，数据下载得到(网址是:www. vibep. com)。

本书在编著中得到许多人的帮助，在此不可能一一致谢。但是我们特别感谢原对外经济贸易大学国际经济贸易学院院长林桂军，没有他的支持，本书不可能出版；感谢学生高霞、里娟、鹿波，他们在资料整理上做出了贡献；感谢责任编辑宋志红，对改进本书质量所做的一切工作；最后感谢我的家人王谦和王远熙，没有他们对家务的分担和对我的理解，我不可能有时间来完成这本书。

经过艰苦的工作，终于完成全书。由于作者水平有限，错误和不妥之处敬请指正。

潘红宇

2005 年 8 月

目 录

第 1 章　概率和统计基础

本章比较严格地介绍了概率、随机变量等概念，以便理解后面几章的一些证明。建立模型是这门课程的主要内容，利用已知的信息对未来进行预测，是建模的主要目的之一。因此，条件概率、条件分布等是我们经常用到的概念，但是一般教材上介绍的内容不够本课程的需要，因此本章对条件概率等概念作了较充分的介绍。模型估计出结果以后，需要进行各种假设检验，本章强调检验的本质和需要注意的几个地方。这些是理论上的准备，处理实际数据时，在建模之前，往往通过图形，简单的指标来反映数据的分布特征，数据的特征经常能告诉我们应该建立什么样的模型。本章内容安排如下：1.1 概率基础；1.2 假设检验；1.3 描述统计。

1.1　概率基础①

1.1.1　概率定义

首先介绍概率的概念。本书希望读者从测度论的角度来理解概率，所以首先介绍一些测度（measure）论的基本概念。这些概念包括 σ - 代数（或 σ - 域）、可测函数、测度和测度空间。

1. σ - 代数或 σ - 域（σ - algebra or σ - field）

设 F 是 Ω 子集组成的集合，Ω 是一个集合。如果 F 满足下面的条件

（1）$\Omega \in F$；

（2）如果 $A \in F$，那么 $\overline{A} \in F$，$\overline{A}$ 是 A 的补集；

（3）如果 $A_i \in F, i = 1, 2, \dots n$，那么 $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in F$；

① 测度的概念来自原震东（1991），概率的概念来自概率论（1991）

我们称 F 是 σ - 域或 σ - 代数。包含 Ω 的 σ - 代数的有序对 (Ω, F) 称为可测空间。F 中的任一集合称为可测集。

2. 可测函数(Measurable Function)

f 是 Ω 到 R 的一个函数,如果对于任何有限实数 a 有

$\{\omega \in \Omega | f(\omega) > a\}$ 属于 F,称 f 是可测函数。

f 是 Ω 到 R 的一个函数,如果对于任何实数 a 有

$\{\omega \in \Omega | f(\omega) > a\}$ 属于 F,a 允许取 $\pm\infty$,称 f 是广义实可测函数(extended real valued measurable function)。

3. 测度(Measure)

μ 是定义在 F 上的广义实值函数,若满足

(1)$\mu(\Phi)=0$;

(2)$\mu(A)\geqslant 0$;

(3)若 $\{A_n\}$ 是不相交序列,即 $A_i \cap A_j = \Phi$,则$(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$ 那么 μ 称为测度。

4. 测度空间(Measure Space)

三元组 (Ω, F, μ) 称为测度空间。

下面介绍概率的公理结构。

随机试验可能的结果,称为样本点。所有样本点的集合称为样本空间(Sample Space),用 Ω 表示。一些样本点构成的集合称为事件(Event)。如果所有事件构成一个 σ - 代数,则称它为事件域(Event Field),用 F 表示。

5. 概率(Probability)

定义在事件域上的一个集合函数 P 称为概率,如果它满足如下三个条件

(1) $P(A)\geqslant 0, \forall A \in F$;

(2) $P(\Omega)=1$;

(3) 若 $A_i \in F, i=1,2,\ldots,n$ 且两两互不相容,则 $P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

从概率的定义可以看出,概率是一种测度。

三元组 (Ω, F, P) 是概率空间。概率空间是测度空间。

1.1.2 随机变量和分布函数

1. 随机变量(Random Variable)

随机现象经常和数值有关,有些随机现象虽然与数值没有关系但是可以用数值表示。例如生男孩还是女孩,可以用 1 表示男孩,用 0 表示女孩;再比如有 5 种颜色的豆子放在盒子里,每次摸出一个,摸出颜色可能是 5 种颜色中的一种,我们可以用 1 ~ 5 表示 5

种不同的颜色。为了数学上处理方便，需要把样本点与数值之间建立一个映射，或者说建立由 Ω 到 R（实数）的函数。这个函数就是随机变量。严格定义如下：

设 $\xi(\omega)$ 是定义于概率空间上的单值实函数，如果对于直线上任一波雷尔点集 B，有 $\{\omega:\ \xi(\omega)\in B\}\in F$，称 $\xi(\omega)$ 为随机变量。

实际上，随机变量本身是一个函数，它的自变量是 ω。该函数的特点是要求与波雷尔点集对应的样本点集合构成事件。因为这样才能计算相应的概率。随机变量是一个可测函数。

随机变量定义出来以后可以通过数学手段分析随机现象。如何来刻画随机现象呢？只要知道随机变量的分布函数就对随机现象有了完全的刻画。

2. 分布函数（Distribution Function）

定义 $F(x)=P(\xi(\omega)<b)$，$-\infty<x<\infty$ 是随机变量 $\xi(\omega)$ 的累积分布函数。

对于连续随机变量，可以定义分布密度函数。

如果存在可积函数 $p(x)$，使得

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(y)dy$$

称 $p(x)$ 为分布密度函数。

下面是几个常用的连续分布。

3. 正态分布（Normal Distribution）

最经常使用的分布是正态分布。我们在建立计量模型时，经常假设扰动项满足正态分布。假设 X 是正态分布，表示为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$。正态分布的分布函数完全由它的均值和方差决定。

$$\text{密度函数}f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)2}{2\sigma2}}$$

正态分布的中心矩满足当 n 是偶数，$E[(X-\mu)^{2n}]=\dfrac{(2n)!}{2^n n!}\sigma^{2n}$；当 n 为奇数时，中心矩为 0。

正态分布密度分布函数的图形是钟形，关于均值对称（见图 1.1）。

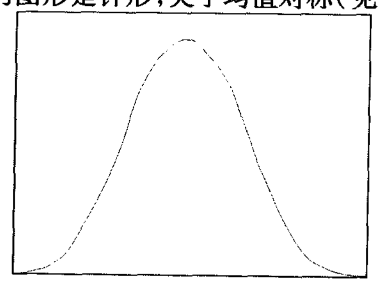

图 1.1

如果均值等于0,方差等于1,这样的正态分布称为标准正态分布,记为 Z。任意一个正态分布 X 和标准正态分布的关系是:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

所以,任意的正态分布可以表示成:

$$X=\mu+\sigma Z$$

4. 对数正态分布(Lognormal Distribution)

如果某随机变量 X 取对数之后服从正态分布 $\log(X)\sim N(\mu,\sigma^2)$,那么该随机变量 X 服从对数正态分布。记为 $X\sim \ln N(\mu,\sigma^2)$

例如,用 P_t 表示 t 时刻金融资产的价格。$R_t=(P_t/P_{t-1})-1$ 是简单净收益率,$1+R_t$ 为简单毛收益率,$r_t=\log(1+R_t)$ 为连续复利收益率或对数收益率。

假设连续复利收益率 r_t 服从正态分布,则 $1+R_t$ 服从对数正态分布。

如果 $r_t\sim N(\mu,\sigma^2)$

那么可以证明 R_t 的均值和方差分别为

$$E(R_t)=e^{\mu+\sigma^2/2}-1$$

$$\mathrm{Var}(R_t)=e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)$$

对数正态分布的 n 阶原点矩为 $e^{n/\mu+n^2\sigma^2/2}$

对数正态分布的密度函数图形是有偏的(见图1.2)。

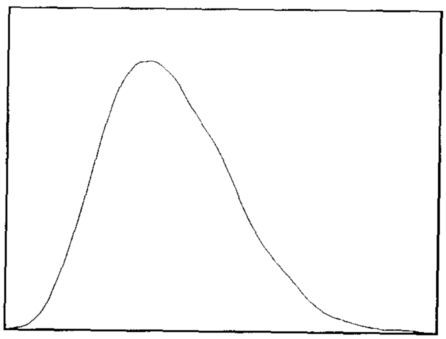

图1.2

我们在建立模型和估计模型未知参数时经常使用到正态分布,对数正态分布在金融领域使用很多。下面几个分布是在假设检验时常用的分布。

5. 卡方分布(Chi-square Distribution)

如果 $z_i\sim N(0,1),i=1,..n$ 并且相互独立,令 $x=\sum_{i=1}^{n}z_i^2\sim\chi^2(n)$。那么随机变量 x 服从有 n 个自由度的卡方分布。

6. F 分布

如果 x_1, x_2 是两个相互独立的卡方分布，自由度分别是 n_1 和 n_2，那么 $F(n_1, n_2) = \frac{x_1/n_1}{x_2/n_2}$ 是 F 分布。

7. t 分布

如果 $z \sim N(0,1)$，$x \sim \chi^2(n)$，那么 $T = \frac{z}{\sqrt{x/n}}$ 是自由度为 n 的 t 分布，记作 $T \sim t(n)$。

从建立模型的角度来讲，条件概率和条件分布是我们关心的。因为我们经常利用已知信息对感兴趣的变量进行预测或分析。下面是对条件概率的概念和基本性质的回顾。

1.1.3　矩(Moment)

对随机变量而言，如果可以知道它的分布，那么可以认为我们对这个随机现象有了完全的了解，但是随机变量的分布往往很难获得，或者没有明确的表达形式，所以人们经常通过了解随机变量的数字特征来对该随机变量进行分析。矩是广泛使用的一种数字特征。常用的矩有两种：一种是原点矩，一种是中心矩。

假设 X 是一个随机变量，对正整数 k，

k 阶原点矩：$m_k = E(X^k)$

k 阶中心矩：$c_k = E[(X - E(X))^k]$ 我们看一下 2 阶原点矩和 2 阶中心矩的关系。

$$c_2 = E[(X - E(X))^2] = E(X^2 - 2XE(X) + [E(X)^2]) = E(X^2) - [E(X)]^2 = m_2 - m_1^2$$

2 阶中心矩是 2 阶原点矩和 1 阶原点矩的函数。一般有下面的结论成立：

$$c_k = \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} (-m_1)^{k-i} m_i,$$

$$\binom{k}{i} = \frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-i+1)}{i!} = \frac{k!}{i!\ (k-i)!}$$

知道原点矩就可以推导出中心矩，我们后面只提矩条件，而不强调是原点矩还是中心矩。大家根据上下文可以知道具体指的是什么矩。常用的矩有下面四个，它们的符号和定义如下：

均值(Mean)：$\mu = E(X)$

方差(Variance)：$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$

偏度(Skewness)：$S = E[(X - \mu)^3 / \sigma^3]$

峰度(Kurtosis)：$K = E[(X - \mu)^4 / \sigma^4]$

以上的几个概念分别是一阶矩和四阶矩联系在一起。通过以上这些基本的概念可

以对随机变量的分布特征有初步的了解。均值表明随机变量的典型取值,方差表示随机变量取值与均值的典型差别,偏度表示随机变量的分布是否对称,峰度表示随机变量的尾部性质是否是厚尾的。

两个随机变量 x 和 y 之间的关系可以用协方差和相关系数来度量,它们分别定义如下:

协方差:$\mathrm{cov}(x,y)=E[(x-\mu_x)(y-\mu_y)]$

相关系数:$\rho_{xy}=\dfrac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sqrt{\mathrm{var}(x)\mathrm{var}(y)}}$

协方差的计算与 x 和 y 的前后顺序没有关系。协方差与数据的单位有关,经过变换后的相关系数,相当于被标准化,与单位无关,是介于 -1 到 $+1$ 之间的数值。协方差和相关系数衡量了两个随机变量之间线性相关的程度。相关系数小于0,说明负相关;大于0,说明正相关;等于0,说明不相关。下面是一些相关系数大小与相关强度的关系。因为相关系数正负号只说明是正相关还是负相关,所以只列出正相关的情况。

相关系数范围	关联强度
0.81 ~ 1	强
0.61 ~ 0.8	中等
0.41 ~ 0.6	弱
0.21 ~ 0.4	非常弱
0 ~ 0.2	没有

两个随机变量不相关并不是说这两个随机变量没有任何关系,只说明它们不存在线性关系,它们可以存在非线性关系。例如两个随机变量 X 和 Y,其中 $Y=X^2-1$,$X\sim N(0,1)$。容易知道 X 和 Y 的均值都等于0,所以它们的协方差等于 $E(XY)=E(X(X^2-1))=E(X^3-X)=E(X^3)-E(X)$

因为 X 服从标准正态分布,X 的偏度等于0,所以 X 和 Y 的协方差等于0。但是,Y 是由 X 构造出来的,它们存在非线性关系。

1.1.4 条件概率和分布(Conditional Probability and Distribution)

假设掷一个方块,其6个面分别涂上6种颜色,如果掷一次该方块,问冲上一面的颜色是颜色1的概率是多少?那么会猜1/6,因为6种颜色出现的可能性一样,但是如果告

诉你肯定不是颜色 3，那么颜色 1 的概率是多少？就是 1/5 了，这就是条件概率。

1. 条件概率

设(Ω,F,P)是概率空间，$B\in F$，$P(B)>0$，那么对任意事件$A\in F$，记

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

并称 $P(A|B)$ 为在事件 B 发生的条件下事件 A 发生的条件概率。

2. 条件分布

（1）离散情况

如果已知 $X=x$，$Y=y$ 的条件概率定义如下

$$p(Y=y|X=x)=\frac{P(Y=y,X=x)}{P(X=x)}$$

（2）连续情况

$$p(Y|X)=\frac{P(Y,X)}{P(X)}$$

3. 条件矩

（1）条件期望

在离散情况下，

$$E(X|\ Y=y)=\frac{\sum_x P(X=x,Y=y)}{P(Y=y)}$$

在连续情况下，

$$E(X|\ Y=y)=\frac{\int xf(x,y)\,dx}{\int f(x,y)\,dx}$$

根据定义，条件期望是随机变量，随着 Y 取不同的值，X 关于 Y 的条件期望也不同。所以可以对条件期望再求期望，得到

$$E(X)=E_Y[E(X|Y)]$$

（2）条件方差

$$\mathrm{Var}(X|Y=y)=E[(X-E[X|Y=y])^2|Y=y]$$

是当 Y 取值为 y 时，随机变量 X 的方差。所以方差也是随机变量。为了符号的简洁，下面把 $Y=y$ 只用 Y 来代替，整理无条件方差与条件方差的关系。

根据定义，

$$\mathrm{Var}(X|Y)=E(X^2|Y)-(E(X|Y))^2$$

两边对 Y 求期望

$$E(\mathrm{Var}(X|Y))=E(E(X^2|Y)-(E(X|Y))^2) \quad (1)$$

$$E(\mathrm{Var}(X|Y))=E(X^2)-E(E(X|Y))^2) \quad (2)$$

又因为 $E[E[X|Y]]=E(X)$,所以

$$\mathrm{Var}(E(X|Y))=E((E(X|Y)^2)-(E(X))^2 \quad (3)$$

把(2)式和(3)式相加,得到如下的条件方差公式

$$\mathrm{Var}(X)=E(\mathrm{Var}(X|Y))+\mathrm{Var}(E(X|Y))$$

【例 1.1】 以掷骰子为例,有六个可能的结果,无条件分布排列如下:

1	2	3	4	5	6
1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

如果已知结果是偶数,条件分布是

1	2	3	4	5	6
0	1/3	0	1/3	0	1/3

如果已知结果是奇数,条件分布是

1	2	3	4	5	6
1/3	0	1/3	0	1/3	0

根据分布容易计算

无条件期望 $=1\times(1/6)+2\times(1/6)+3\times(1/6)+4\times(1/6)+5\times(1/6)+6\times(1/6)=3.5$

条件期望|偶数 $=1\times0+2\times(1/3)+3\times0+4\times(1/3)+5\times0+6\times(1/3)=4$

条件期望|奇数 $=1\times(1/3)+2\times0+3\times(1/3+4\times0+5\times(1/3)+6\times0=3$

信息集合 $I=\{$偶数,奇数$\}$

所以 $E(X|I)=4/2+3/2=3.5=E(X)$

4. 条件期望的两个主要性质

用 $E_t[X_{t+1}]$表示随机变量 X_{t+1}基于 t 时刻以前所有信息的条件期望。使用下标 $t+1$ 表示只有到 $t+1$ 时刻随机变量的值才是可以知道的。

(1)迭代预期

$$E_t[X_{t+2}]=E_t[E_{t+1}[X_{t+2}]$$

(2)已知的随机变量可以从条件预期公式中提取出来

$$E_t[Y_t X_{t+1}] = Y_t E_t[X_{t+1}]$$

对随机变量 X 和常数 a，有 $E[aX] = aE[X]$。同样，由于在 t 时刻随机变量 Y_t 已知，可以当成常数对待。

5. 条件期望预测误差的性质

称 ε_{t+1}是 X_{t+1}的新息或预测误差，如果该误差满足：

$$X_{t+1} = E_t[X_{t+1}] + \varepsilon_{t+1}$$

根据定义，

$$\varepsilon_{t+1} \equiv X_{t+1} - E_t[X_{t+1}]$$

ε_{t+1}是随机变量 X 在 $t+1$ 时刻的实际值与对 $t+1$ 时刻最优预测的差。因此 ε_{t+1}是不能被预测的，是纯粹的“扰动”。ε_{t+1}的下面两个性质可以使我们更好的理解 ε_{t+1}。

(1)条件均值为 0

$$E_t[\varepsilon_{t+1}] = 0,$$

(2)ε_{t+1}与 t 时刻及以前的 X_t 不相关。

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_{t+1}, X_t) = 0,$$

1.1.5　极限定理

现代计量经济学对数据的处理往往是假设样本容量趋于无穷时的结论，即推导某种算法的大样本性质，这就需要了解随机序列极限定理。我们在这里列举主要的收敛定义以及基本的大数定律和中心极限定理。

1. 依概率收敛(Converges in Probability)

对一组随机变量序列$\{z_n\}$，如果对于任意小的数 $\varepsilon>0$，存在一个常数 a，满足

$$\lim_{n\to\infty} Prob(|z_n - a| > \varepsilon) = 0$$

记作：$\mathrm{plim}_{n\to\infty} z_n = a$　或 $z_n \xrightarrow{p} a$

2. 以概率 1 收敛(或几乎处处收敛)(Almost Sure Convergence)

对一组随机变量序列$\{z_n\}$，如果对于任意小的数 $\varepsilon>0$，存在一个常数 a 满足 Prob$(\lim_{n\to\infty} z_n = a) = 1$ 记为 $z_n \xrightarrow{a.s.} a$

3. 均方收敛(Convergence in Mean Square)

对一组随机变量序列$\{z_n\}$，如果对于任意小的数 $q>0$，存在一个常数 a 满足

$$\lim_{n\to\infty} E[(z_n - a)^2] = 0$$

记作$z_n \xrightarrow{m.s.} a$

类似地，可以定义随机变量序列到随机变量的收敛，只要把前面定义中的常 a 换成

随机变量 z，三种小位数分别记为：$z_n \overset{p}{\sim} z, z_n \overset{a.s.}{\sim} z, z_n \overset{m.s.}{\sim} z$

4. 依分布收敛(Convergerce in Distribution)

对于随机变量序列$\{z_n\}$，随机变量 z，如果它们的分布存在$F_n(x)$，$F(x)$在 $F(x)$的每个连续点上，有

$\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x) = F(x)$称 z_n 依分布收敛到 z，记为 $z_n \xrightarrow{L} a$ 或 $z_n \xrightarrow{d} a$

5. 辛钦大数定律(Khinchine's Weak Law of Large Numbers)

设 $x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots$ 是相互独立随机变量序列，它们服从相同的分布，且具有有限的数学期望 $E(x_i) = \mu$，则对任意的 $\varepsilon > 0$ 有

$$P\lim\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \mu$$

即当样本容量足够大时，样本均值是总体均值的很好的近似。

6. 林德贝格－勒维中心极限定理(Lindberg-Levy Central Limit Theorem)

设 $x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots$ 是相互独立随机变量序列，它们服从相同的分布，且具有有限的数学期望 $E(x_i) = \mu$，和方差 $D(x_i) = \sigma^2$，$\bar{x} = (1/n)\sum_{n=1}^{n} x_i$，对任意的 $\varepsilon > 0$ 有

$\sqrt{n}(\bar{x} - \mu) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2)$

大数定律和中心极限定理有不同的形式，它们给出不同条件下的结论。这里的两个是最简单的。但是复杂的大数定律和中心极限定理只是放宽的条件，结论是一样的。

在应用当中经常需要知道随机变量函数收敛的一些结论，下面介绍 Delta 方法。

7. Delta 法

如果$\sqrt{n}(z_n - \mu) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2)$并且 $g(z_n)$是不包括 n 的连续函数，那么

$$\sqrt{n}[g(z_n) - g(\mu)] \xrightarrow{d} N(0, g'(\mu)^2\sigma^2)$$

其中，$g(z_n) \approx g(\mu) + g'(\mu)(z_n - \mu)$，$g'(\mu)$是函数 $g(z_n)$在 μ 的导数。

1.2 假设检验(Hypothesis Test)

下面介绍假设检验的步骤和注意事项。

1. 假设检验的步骤

(1)确定零假设和对立假设(或备择假设)

零假设是关于总体参数可能的取值。对立假设是零假设不成立时的结论。如何确定零假设和对立假设呢？下面是几个注意的方面：

①这两个假设相互矛盾，只有一个是正确的。

②零假设是默认的，是受到保护的一个假设，不容易被推翻。

③选择零假设的原则是，零假设如果是错误的，造成的损失可以接受。

(2)构造统计量

(3)选择置信水平

(4)计算一个具体的样本，判断是否拒绝零假设。假设检验只有 2 种结果：拒绝零假设，不能拒绝零假设。拒绝零假设，说明有充足的证据证明对立假设为真。不能拒绝零假设不是说零假设是正确的，只是说，没有充足的证据证明零假设是错的。

2. 检验注意事项

(1)确定零假设和备择假设的一般原则是把希望提供证据证明的作为备择假设。

(2)当拒绝零假设时可以得出明确的结论，因为我们有证据；当不能拒绝零假设时，没有得出任何结论，即没有证据证明零假设是错误的，也没有证据证明零假设是正确的。

通过 P-值进行判断的规则是：

P-值 > 显著水平，则不能拒绝零假设

P-值 < 显著水平，则拒绝零假设

3. 假设检验的风险

类型 1：如果零假设正确，但是却拒绝了零假设，发生类型 1 错误的概率用 α 表示

类型 2：如果零假设错误，但是却接受了零假设。发生类型 2 错误的概率用 β 表示

α 又被称为显著水平。假设检验中被主观给定，一般是 0.05 或更小。所以出现类型 1 错误的概率在假设检验之前就被确定了。$1-\alpha$ 再乘以 100%，就是置信水平。

β 不是一开始就确定的，它依赖于假设检验与实际值之间的差别。如果两者差别大，那么发生类型 2 错误的概率或者说 β 就小。总结如表 1.1

表 1.1 对假设检验风险的总结(P 表示概率)

	零假设正确	零假设错误
不能拒绝零假设	$P=1-\alpha$ （置信度）	$P=\beta$ （类型 2 错误发生的概率）
拒绝零假设	$P=\alpha$ （类型 1 错误发生的概率）	$P=1-\beta$ （检验功效）

4. 计算类型 2 错误的概率

零假设成立的情况下，得到统计量的分布如图 1.3。

假设是单尾检验，统计量计算结果如图 1.3。当统计量大于临界值时，就拒绝零假设。统计量小于临界值时不能拒绝零假设，如果实际上零假设是错误的，当统计量计算值小于临界值时，就发生类型 2 错误。发生的概率是多大呢？这时真实的参数下统计量的分布如图 1.3 真实分布。那么计算在真实分布情况下，随机变量小于临界值的概率就是 β。