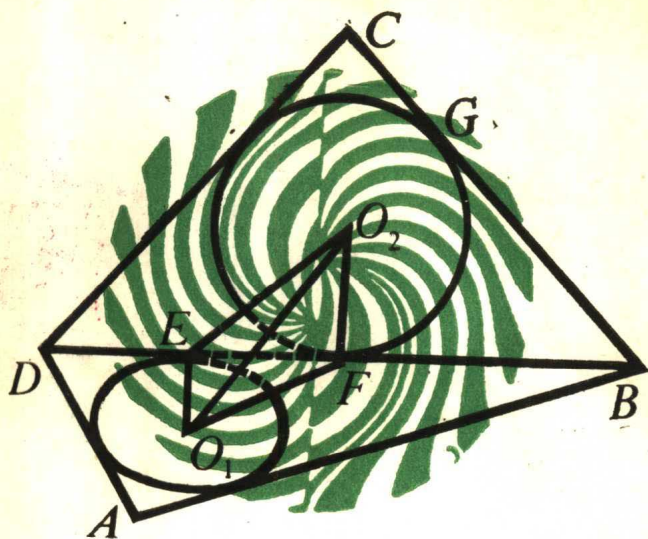




高中数学 标准化自测试题精选

高中数学 标准化自测试题精选

乔家瑞等 编

电子工业出版社

高中数学

标准化自测试题精选

乔家瑞等 编

电子工业出版社

内 容 简 介

本书由北京市一些重点中学的优秀教师，根据中学数学教学大纲的要求，共精选了各类标准化自测试题十四份。在编写过程中，力求做到题目形式多样，内容新颖，不仅考察数学概念、定理、公式和法则的运用，还注意考察数学思维的方法和过程；在考察演绎法的同时，还注意考察归纳、类比、发现的方法，以利于读者数学思维的提高。附录中有试题解答与提示，还附有1988年普通高校招生统考试题与参考解答。

本书可作为高中学生、自学青年和具有高中文化程度、准备参加普通高校、电大、职大、业大等全国高校招生统考的广大青年读者阅读。

高 中 数 学 标准化自测试题精选

乔家瑞等 编

责任编辑：晓彬

*

电子工业出版社出版（北京海淀区万寿路）

电子工业出版社发行 各地新华书店经销

朝阳隆昌印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米1/32 印张：5.25字数：118千字

1989年 5月第一版 1989年 5月第一次印刷

印数：1—167,204册 定价：1.80元

ISBN7-5053-0502-6/G·77

前 言

为了帮助读者巩固、检查所学的高中数学知识，我们根据中学数学教学大纲的要求，以及读者的实际需要，编选了这本《高中数学标准化自测试题精选》。

在编选过程中，我们力求做到题目形式多样，内容新颖，不只考察数学概念、定理、公式和法则的运用，还注意考察数学思维的方法和过程；在考察演绎法的同时，还注意考察归纳、类比、发现的方法，以利于读者数学思维的提高。

参加本书编写的有北京22中特级教师孙维纲老师，北京师大附中刘增佑老师，北京清华附中王锡祥老师，北京50中朱士中老师以及北京教育学院崇文分院乔家瑞老师。

在使用本书时请注意下述几个问题：

1. 选择题一般给出四个选择支，但其中只有一个是正确的，在此一并说明，题中不再赘述。

2. 对文史类的高考内容专门编选了三套练习，其它练习也适用于文史类读者，但超出规定范围的题目，请读者自行去掉。

3. 有些题目可能有多种解法，但在解答中一般只给出一种解法。

编者 1988年10月

目 录

试题一 (代数自测题)	(1)
试题二 (平面三角自测题)	(7)
试题三 (平面解析几何自测题)	(13)
试题四 (立体几何自测题)	(19)
试题五 (文史类)	(24)
试题六 (文史类)	(28)
试题七 (文史类)	(32)
试题八	(36)
试题九	(41)
试题十	(45)
试题十一	(49)
试题十二	(54)
试题十三	(59)
试题十四	(63)
附录一 解答与提示	(66)
附录二 1988年全国普通高校招生统考数学试题与 解答	(136)

试题一 (代数自测题)

一、选择题: (本题满分20分, 每小题2分)

1. a, b 都是偶数, 则 $a+b$ 是偶数的逆否命题是:
()

(A) a, b 都不是偶数, 则 $a+b$ 不是偶数.

(B) $a+b$ 是偶数, 则 a, b 都是偶数.

(C) $a+b$ 不是偶数, 则 a, b 都不是偶数.

(D) $a+b$ 不是偶数, 则 a, b 不都是偶数.

2. 函数 $y = \log_5 (\sqrt{x^2 + 1} - x) + \log_5 (\sqrt{x^2 + 1} + x)$ 的奇偶性为: (C)

(A) 仅是奇函数. (B) 仅是偶函数.

(C) 既是奇函数, 又是偶函数.

(D) 既不是奇函数, 也不是偶函数.

3. 在下列函数中, 既是以 π 为周期的偶函数, 又是在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的增函数的是: (C)

(A) $y = 2\sin 2x$. (B) $y = \lg x^2$.

(C) $y = |\sin x|$. (D) $y = \cos 2x$.

4. 函数 $y = x^{\frac{m}{n}}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$, $|m|$ 与 $|n|$ 互质) 的图象如图1-1所示, 则 m, n 满足: ()

(A) $mn > 0$, m, n 为奇数.

(B) $mn < 0$, m, n 为奇数.

(C) $mn > 0$, m 为奇数, n 为偶数.

(D) $mn < 0$, m 为奇数, n 为偶数.

5. 幂函数 $y = x^m$, $y = x^n$, $y = x^p$ 的图象如图1-2所

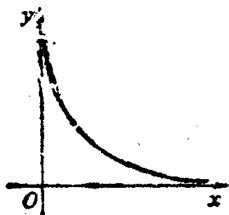


图 1-1

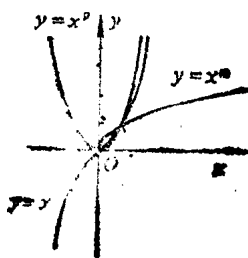


图 1-2

示, 以下结论中正确的是: ()

(A) $m > n > p$.

(B) $m > p > n$.

(C) $n > p > m$.

(D) $p > n > m$.

6. 在下列结论中, 不恒成立的命题是: ()

(A) 如果 $f(x)$ 是偶函数, 则 $|f(x)|$ 是偶函数.

(B) 如果 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(|x|)$ 是偶函数.

(C) 如果 $f(x)$ 是周期函数, 则 $|f(x)|$ 是周期函数.

(D) 如果 $f(x)$ 是周期函数, 则 $f(|x|)$ 是周期函数.

7. 设 x 是虚数, 则 $|x|^2$, $|x^2|$, x^2 之间的关系是:

()

(A) $|x|^2 = |x^2| = x^2$. (B) $|x|^2 = |x^2| \neq x^2$.

(C) $|x|^2 = x^2 \neq |x^2|$. (D) 互不相等.

8. 设 z 与 $\bar{z}$ 互为共轭复数, 则下列不等式中恒成立的有: ()

(A) $|z - \bar{z}| < |z| - |\bar{z}| < |z + \bar{z}|$.

(B) $|z| - |\bar{z}| \leq |z - \bar{z}| \leq |z| + |\bar{z}|$.

$$(C) \quad |z| - |\bar{z}| < |z - \bar{z}| < |z| + |\bar{z}|.$$

$$(D) \quad |z - \bar{z}| \leq |z| - |\bar{z}| \leq |z| + |\bar{z}|.$$

9. 如图 1-3, 共有矩形:

(C)

(A) 11个.

(B) 15个.

(C) 45个.

(D) 90个.



图 1-3

10. 对所有满足 $1 \leq n \leq 4$ 的整数 m, n , 方程 $C_m^m x^2 + y^2 = 1$ 表示不同椭圆 (不包括圆在内) 的个数是: ()

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

二、填空: (本题满分 20 分, 每小题 2 分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n+2}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3}{4 - 5a_n} = -5$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设 $f\left(\frac{1+x}{x}\right) = \frac{x^2+1}{x^2} + \frac{1}{x}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设函数 $y = \log_{\lg a} (-x^2 + 3x - 2)$, 其中 $a \in$

$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq \frac{\pi}{4}$, 则 y 的单调递减区间是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 集合 $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, $a, b \in A$, 复数 $a + bi$ 表示辐角主值大于 $\pi/4$ 的不同复数的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6. 在等差数列中, $a_1 = 13$, $S_3 = S_{11}$, 则前 $\underline{\hspace{2cm}}$ 项的和最大, 最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

7. 函数 $y = 1 - 4x + \frac{1}{5-4x} \left(x < \frac{5}{4}\right)$ 的最小值等于 $\underline{\hspace{2cm}}.$

8. 在 $\left(\frac{1}{x} + 2\sqrt{x}\right)^n$ 的展开式中, 最大的二项系数等于 _____. 如果第13项是常数项, 则 $n =$ _____.

9. 设 a_n 是 $(1+2x+3x^2)^n$ 展开式的系数和, b_n 是 $(4-a)^n(3+a)^n$ 展开式的系数和, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + b_n}{3a_n - 2b_n} =$ _____.

10. 数30030有 _____ 个不同的正偶数约数.

三、简答: (本题满分40分, 每小题4分)

1. 证明函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & (x > 0), \\ 0 & (x = 0), \\ -x^2 - 2x - 3 & (x < 0) \end{cases}$ 是奇函数.

数, 其中 $f(x)$ 的定义域是全体实数.

2. 画出函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{-n} - x^n}{x^{-n} + x^n}$ ($n \in N$) 的大致图象.

3. 证明 $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$, 其中 $z_1, z_2 \in C$.

4. 设 z 为虚数, 且 $|z| = 1$, 证明 $\frac{z-1}{z+1}$ 是纯虚数.

5. 在等差数列中, 设 $\frac{S_n}{S_m} = \frac{n^2}{m^2}$, 求证 $\frac{a_n}{a_m} = \frac{2n-1}{2m-1}$.

6. 设 $\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \frac{a_3}{b_3} < \dots < \frac{a_n}{b_n}$ (字母均为正), 求证

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n} < \frac{a_n}{b_n}.$$

7. 证明 $n+1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > n \sqrt[n]{n+1}$ ($n \in N, n > 1$).

8. 各项皆为实数的等比数列 $\{a_n\}$ 中 a_1 与 a_7 , 分别等

于一个 $S_n = \frac{1}{3}(182n^2 - 179n)$ 的等差数列的 b_1 与 b_7 , 求 $\{a_n\}$ 的 S_7 .

9. 有 6 个成年人和 2 个小孩排成一排, 两头都是成年人, 每个小孩的左右都是成年人, 并且某母女俩 (女儿是小孩) 一定要相邻, 共有多少种排法.

10. 从 1 到 100 的自然数中, 每次取不重复的两个数, 使它们的和大于 100, 问有几种取法.

四、(本题满分 8 分)

设 $F(x) = f(x) - \frac{1}{f(x)}$, 且 $x = \ln f(x)$, $x \in R$. 求

证:

1. $F(x)$ 是奇函数.

2. $F(x)$ 是增函数.

五、(本题满分 8 分)

设 $f(x)$ 是定义在实数集 R 上不恒为零, 对于 x_1, x_2 有 $f(x_1) + f(x_2) = 2f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)f\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)$, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

求证: 对于一切实数 x 均有

1. $f(x + 2\pi) = f(x)$.

2. $f(-x) = f(x)$.

3. $f(2x) = 2f^2(x) - 1$.

六、(本题满分 8 分)

设 $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$, 求 $(1-z)(1-z^2)(1-z^3) \times (1-z^4)$ 的值.

七、(本题满分 8 分)

设 $z \in C$, $|z| = 1$, 求 $|z^2 - z + 1|$ 的最值.

八、(本题满分8分)

对于数列 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, \dots$, 回

答:

1. 10是从第几项到第几项出现.
2. 求第100项.
3. 求前100项的和.

试题二 (平面三角自测题)

一、 选择题: (本题满分20分, 每小题2分)

1. 设 x 为锐角, 则 $5^{\log_5 \sin x}$ 的值是: ()

(A) $\sin x$, (B) $-\sin x$, (C) $\csc x$,

(D) $-\csc x$.

2. 设 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ ($0 < \alpha < \pi$), 则 $\tan \alpha$ 的值等于:

()

(A) $\frac{-9 - \sqrt{17}}{8}$, (B) $\frac{-9 + \sqrt{17}}{8}$,

(C) $\frac{-9 \pm \sqrt{17}}{8}$, (D) $\frac{9 \pm \sqrt{13}}{8}$, (E) $\frac{9 \pm \sqrt{65}}{8}$.

3. $\cos 72^\circ - \cos 36^\circ$ 的值等于: ()

(A) $-\frac{1}{3}$, (B) $\sqrt{6} - 3$, (C) $3 - 2\sqrt{3}$

(D) $-\frac{1}{2}$.

4. 设 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, 则 $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha}}$ 的值等于: ()

(A) $\cos \frac{\alpha}{2}$, (B) $-\cos \frac{\alpha}{2}$, (C) $\sin \frac{\alpha}{2}$,

(D) $-\sin \frac{\alpha}{2}$.

5. 设 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos \alpha > \sin \beta$ 的充要条件是:

(A) $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$. (B) $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$.

(C) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$. (D) 以上都不对.

6. 函数 $y = \lg(\sin x \cos x)$ 的单调递增区间是: ()

(A) $(k\pi, k\pi + \frac{\pi}{4})$. (B) $(k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4})$.

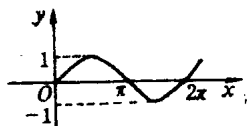
(C) $(k\pi + \frac{3\pi}{4}, k\pi + \pi)$. (D) 以上都不对. (其中 $k \in \mathbb{Z}$)

7. 已知函数 $y = \cos(\sin x)$, 下列结论中成立的是:

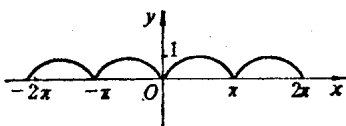
()

(A) 定义域是 $[-1, 1]$. (B) 是奇函数. (C) 值域是 $[\cos 1, 1]$. (D) 不是周期函数.

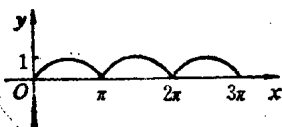
8. 函数 $y = \sin |x|$ 的图象是: ()



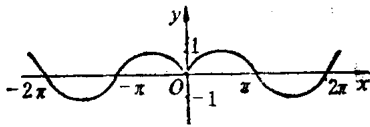
(A)



(B)



(C)



(D)

图 2-1.

9. 函数 $y = \pi + \arctg \frac{x}{2}$ 的反函数是: ()

$$(A) y = 2 \operatorname{tg} x \left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \right).$$

$$(B) y = \operatorname{tg} x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right).$$

$$(C) y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \right).$$

$$(D) y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x (0 < x < \pi).$$

10. $y = \arcsin(\sin x)$ 的图象是: ()

$y = \sin(\arcsin x)$ 的图象是: ()

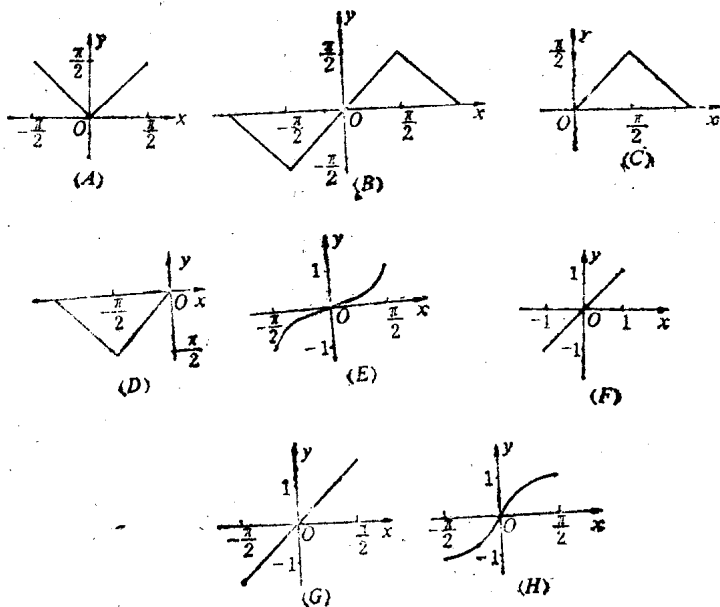


图 2-2

二、填空: (本题满分20分, 每小题2分)

1. 设 $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right)$, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 在第 ___ 象限;

设 α 是第三象限角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 在第_____象限.

2. 设 $a^{\sin 2\alpha} > a^{2\sin \alpha}$ ($0 < a < 1$), 则 α 的取值范围是_____.

3. 函数 $y = \log_{\sin x} \cos x$ 的定义域是_____, 值域是_____.

4. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{\cos x}$ 在 $[0, \pi]$ 是递_____函数(增, 减).

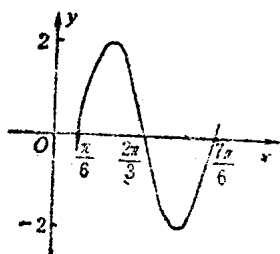


图 2-3

5. 如图2-3是正弦曲线的一段, 则此函数的周期是_____, 振幅是_____, 初相是_____, 函数表达式是_____.

6. 设 α, β 是锐角, 且 $\cos \alpha = 4/5$, $\cos(\alpha + \beta) = 3/5$, 则 $\sin \beta =$ _____.

7. 设 $\operatorname{ctg} \alpha/2 = 5$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\sin 2A = \sin 2B$, 则此三角形是_____三角形.

9. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 并且 $\sin^2 a_{n+1} = \sin a_n \cdot \sin a_{n+2}$ ($n \in N$), 则此等差数列的公差 $d =$ _____.

10. 已知函数 $y = \sin x$, $x \in (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$, 则它的反函数是_____.

三、简答: (本题满分40分, 每小题4分)

1. 化简 $\sqrt{1 - \sin \alpha} - \sqrt{1 + \sin \alpha}$, 其中 $\alpha \in [0, \pi]$.

2. 证明 $(1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \beta) = 2$ 成立的充要条件是 $\alpha + \beta = k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

3. 计算 $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $(\sin A + \sin B + \sin C)(\sin A - \sin B + \sin C) = 3\sin A \sin C$, 求角 B .

5. 解不等式 $\sin x + \cos 2x > 1$.

6. 设 $A + B = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\sin^2 A + \sin^2 B$ 的最值.

7. 设 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $y = \sin^2 \theta \cos \theta$ 的最值.

8. 计算 $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$.

9. 求函数 $y = 2\arccos \frac{1}{1-x^2}$ 的值域.

10. 已知 $\arccos a > \arcsin a$, 求 a 的取值范围.

四、(本题满分10分)

设 $f(x) = 1 + \cos 2x \cos 4x - 2\cos^2 3x$.

1. 求证 $f(x) = \sin 2x \sin 4x$.

2. 设 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 $f(x)$.

五、(本题满分10分)

设 $z = \cos \theta + i \sin \theta$, $f(\theta) = \left| z^3 - \frac{1}{z} \right|$.

1. 求证 $0 \leq f(\theta) \leq 2$.

2. 判断 $f(\theta)$ 的奇偶性.

3. 求 $f(\theta)$ 的周期.

六、(本题满分10分)

设 α, β, γ 均为锐角, 且 $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}^3 \frac{\gamma}{2}$, $\operatorname{tg} \gamma = 2 \operatorname{tg} \beta$.

证明 α, β, γ 成等差数列.

七、(本题满分10分)

求证 $-1 \leq \sin x + \cos x + \sin x \cos x \leq \frac{2\sqrt{2}+1}{2}.$