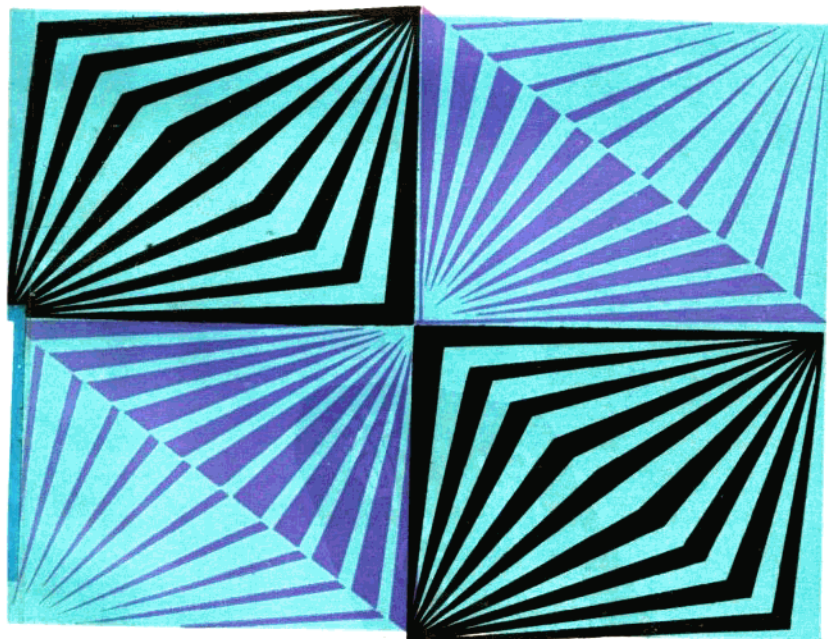


概率与统计初步

● 安徽省职工电视中等专业学校编
● 李祥伦主编

● 高等教育出版社



CHENGREN ZHONGZHUAN
SHIYONG JIAOCAI

成人中专试用教材

概率与统计初步

安徽省职工电视中等专业学校编

李祥伦 主编

高等教育出版社

内 容 简 介

本书是国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社组织编写的成人中专试用教材之一。数学系列教材共六册:数学(基础部分共三册),微积分初步,线性代数与线性规划和概率与统计初步。

本书主要内容有随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征和数理统计初步共四章,书后附有练习题答案或提示和附表五份。编写时,注意了成人学习的特点,从实例引入概念,精选了内容;叙述清楚,深入浅出,注重实际应用,便于自学。

本书可作为广播电视中专、职工中专、函授中专等各种形式的成人中专工科类教材,也可供文科类有关专业选用。还可作为成人自学读物。

成人中专试用教材

概 率 与 统 计 初 步

安徽省职工电视中等专业学校编

李祥伦 主编

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

开本 787×1092 1/32 印张 6.25 字数 127,000

1987年10月第1版 1987年10月第1次印刷

印数 00,001—10,400

ISBN 7-04-000786-X/O·309

书号 15010·0866 定价 0.82 元

出版说明

近几年来,成人中等教育事业发展很快,广播电视中专、职工中专、函授中专等象雨后春笋般地建立起来,并继续发展壮大。为了保证成人中专的办学质量,满足各类成人中专对教材的要求,国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社首先组织编写了成人中专财经类系列教材,由我社出版发行。

成人中专普通课教材两门:语文、数学(文、工科通用)、财经类系列教材二十二门:中国经济法制学(暂定)、国民经济计划学概论、计算机基础及其应用、财经计算技术、数理统计、会计原理、统计学原理、工业企业管理基础知识、商业企业管理基础知识、工业统计、商业统计、工业会计、商业会计、工业企业财务管理、商业企业财务管理、工业企业管理、商业企业经营管理、工业企业经济活动分析、商业企业经济活动分析、财政与信贷、市场学、商业物价等。供会计(工业、商业)、统计(工业、商业)和企业管理(工业、商业)等三个专业选用。

本系列教材在编写时,力求突出成人教育的特点,教材内容以实例引路,深入浅出,应用为主,并注意必要的内容更新,在深浅度上,相当于全日制中等专业学校同类教材的水平,适合初中毕业程度的成人学习。在编排格式上考虑到便于自学的要求,在序言中有学习方法指导或学时安排的内容,每章的前面有本章学习指导或内容提要,每章末有本章小结,并

附有思考题和练习题。

为了保证教材质量，我们在全国各地遴选有丰富教学经验的教师担任编写工作，每本教材在定稿前都召开了编写提纲讨论会和审稿会，请全国各地的专家和有丰富教学经验的教师参加审定。在此我们向为这套教材做出贡献的同志表示衷心地感谢。

本系列教材自1986年秋季起陆续出版，三年内出齐，并陆续配套出版部分课程的学习辅导书，欢迎广大读者选用并提出宝贵意见。

前 言

本套《数学》教材是国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社共同组织编写的成人中专试用教材之一。全书分为六册：数学（基础部分共三册），微积分初步，线性代数与线性规划，概率与统计初步。安徽省经委、省职教委和省教委直接领导了本套教材的编审工作。

为了保证教材内容达到成人中专的基本要求，并使教学方法融汇于教材内容之中，便于成人自学，我们在编写过程中，作了以下几个方面的努力：

1. 注意从实例引入概念，并以典型例题来巩固和验证所学理论；普遍采取解题前作指导性的思路分析，解题后作归纳性的方法注释，重要内容都作辅导性总结；每章之前给出了简要说明，使读者对这一章的内容和基本要求有一个初步了解；每章之后加以小结，使读者温故而知新；每段后附有练习题，每章后附有复习题，书末附有答案或提示。这样，读者在学习时，就象有一个无声的教师在进行辅导，帮助读者理解和巩固所学知识。

2. 着力于教材内容的削枝强干，贯彻少而精原则，不贪多求全，不攀高求深，文字叙述力求通俗，普遍地注意到以成人易于接受和记忆的方式叙述一些重要结论。由于数学本身内容十分丰富，这样处理教材还是一种尝试，有待进一步改

进。

3. 各部分基本内容,力求讲明它们的应用,并为读者应用所学知识解决实际问题提供思路、模型和方法。因此,我们尽可能在不增大篇幅的前提下,兼顾了一般工科和财经类的一些最基本的应用问题。

4. 书中带有*号的内容和习题供工科各专业使用,财经类专业学有余力的读者也可选用。

本套教材由安徽省职工电视中专李祥伦担任主编,聘请合肥工业大学潘麟生、周传瑞和安徽财贸学院陈永庆编写。

数学: 第一、二章由潘麟生、李祥伦执笔;第三章由李祥伦、陈永庆执笔;第四章由周传瑞执笔;第五章由陈永庆、李祥伦执笔;第六、七、八章由李祥伦、陈永庆执笔。

微积分初步: 由周传瑞、潘麟生、李祥伦执笔。

线性代数与线性规划: 由陈永庆、李祥伦执笔。

概率与统计初步: 由潘麟生、周传瑞执笔。

本套教材由安徽省数学会副理事长、合肥工业大学教授张智珊主审,朱功勤教授、卢树铭副教授审稿,并邀请梁克庸和孙纪堂同志参加了本册书的审稿会。对于他们所提宝贵意见,我们表示衷心感谢。并感谢王宗植同志为本书绘制了全部插图。

由于编者水平有限,时间紧迫,错误和不妥之处在所难免,恳请广大教师和读者批评指正。

编 者

1986年12月于合肥

目 录

前言	1
第一章 随机事件及其概率	1
§ 1.1 随机试验与样本空间	1
练习题 1.1	7
§ 1.2 事件间的关系与运算	7
练习题 1.2	13
§ 1.3 概率的定义	13
练习题 1.3	25
§ 1.4 条件概率与事件的独立性	26
练习题 1.4	34
§ 1.5 独立试验概型	34
练习题 1.5	39
小结	39
第二章 随机变量及其分布	42
§ 2.1 随机变量的概念	42
§ 2.2 离散型随机变量及其概率分布	44
练习题 2.1	55
§ 2.3 连续型随机变量及其密度函数	56
练习题 2.2	59
练习题 2.3	71
*§ 2.4 分布函数	72
练习题 2.4	77
小结	77

第三章 随机变量的数字特征	81
§ 3.1 数学期望	81
练习题 3.1	91
§ 3.2 方差	93
练习题 3.2	99
小结	100
第四章 数理统计初步	102
§ 4.1 样本及其分布	103
练习题 4.1	112
§ 4.2 参数估计	113
练习题 4.2	122
§ 4.3 假设检验	123
练习题 4.3	133
§ 4.4 一元线性回归分析	134
练习题 4.4	147
小结	147
练习题答案或提示	154
附录	166
附表 1 泊松分布表	166
附表 2 标准正态分布表	170
附表 3 t 分布表	172
附表 4 χ^2 分布表	174
附表 5 F 分布表	176
附表 6 相关系数检验表	188

第一章 随机事件及其概率

在工农业生产、经济管理和科学实验中,常常需要研究一种非确定性现象(以后叫做随机现象),这种现象的特点是:在相同条件下,它们可能发生也可能不发生,而且可能发生的结果不止一个.例如,在相同条件下抛掷一枚钱币,可能发生正面向上,也可能发生反面向上,而且可能发生的结果有两个.又如社会对某种产品的需求量,可能发生许多可能结果.概率论就是研究随机现象数量规律性的科学.

本章首先介绍随机试验与样本空间的概念,在此基础上引入概率的概念,然后介绍条件概率与事件的独立性、独立试验概型与二项概率公式.

通过学习,要求:

1. 理解随机试验、样本空间和随机事件等概念,并能作事件间的运算.
2. 理解古典概率定义及概率的一些性质.
3. 能计算一些简单的古典概率问题.

本章的重点是:随机事件及其概率.

§ 1.1 随机试验与样本空间

一、概率论的研究对象

人们通过长期的生产实践和科学实验,发现广泛地存在

两类不同的现象:

第一类是确定性现象,即在一定的条件下必然发生的现象。例如,在标准大气压的条件下,水加热到 100°C 时必定沸腾;在没有外力作用的条件下,高处重物总是要垂直落到地面;同性的电荷必然互相排斥等现象就是在一定条件下必然发生的现象。这种现象是一种确定性现象。我们把这种在一定的条件下必然会发生的事情叫做必然事件。我们还会遇到在一定条件下,必然不发生的现象,它也是一种确定性现象。例如,在标准大气压的条件下,水加热到 100°C 时不沸腾;在没有外力作用的条件下,重物往上跑;同性电荷互相吸引等现象就是在一定条件下必然不发生的现象。这种现象也是一种确定性的现象。我们把这种在一定条件下必然不发生的事情叫做不可能事件。

第二类是随机现象,即在一定条件下,可能发生也可能不发生的现象。例如,任意抛掷一枚伍分钱币,结果可能正面朝上,也可能反面朝上;新生婴儿可能是男孩,也可能是女孩;明年某地区七月份平均气温是 32°C 也可能不是等都是随机现象。我们把这种在一定条件下可能发生也可能不发生的事情叫做随机事件,简称事件。

随机事件发生或不发生有没有规律性呢?人们通过长期实践,发现在相同条件下进行大量观察时,随机现象确实呈现出某种规律性。例如,历史上曾有人抛掷一枚钱币几千次甚至几万次,结果正面朝上和反面朝上的次数差不多;根据许多人口统计资料的记载,新生婴儿中男孩和女孩数量相差也不大;根据某地历年气象资料的分析,该地每年各个季节气温也

都呈现一定的规律性; 社会对某种产品的需求量, 管理人员根据市场调查和其它有关统计资料可作出较为合理的估计等等. 这些实例说明, 对于随机现象在相同条件下进行了大量观察之后, 就能揭露出某种规律性. 概率论就是以随机事件的数量规律性为研究对象, 数理统计则是在概率论的基础上研究对于统计资料进行整理、分析、推断的方法与原理.

现在概率统计的方法已日益渗透到各个科学领域, 无论是工程技术和工农业生产方面, 还是在社会经济管理方面, 它的应用日趋广泛、逐渐普及, 已成为高、中级科技人员及管理人员必不可少的基础知识.

二、随机试验与样本空间

如上所述, 为了研究随机现象的规律性, 常常是在一定的条件下, 通过对随机现象进行大量观察或试验, 考察所发生的结果来实现的. 我们把每次观察也看作一次试验, 观察的结果看作试验结果, 今后我们把对随机现象进行大量的观察或试验都叫做试验. 先看下面几个试验的例子.

例 1 任意抛掷一枚钱币, 观察是正面朝上(称为“出正面”)还是反面朝上(称为“出反面”).

例 2 从编号为 $1, 2, 3, \dots, n$ 的 n 个机器零件中任意抽取一个, 观察机器零件的号码数.

例 3 记录某电话总机每天在时间段 $[0, t]$ 内接到用户的呼唤次数(记录的起始时刻算作零).

例 4 从一批灯泡中任取一只, 测试其使用寿命.

例 5 从一批圆柱形轴类零件中任取一件, 测量其直径.

以上所举 5 个随机试验的例子, 具有如下三个共同特点:

(1) 可以在相同条件下重复进行;

(2) 试验的所有可能结果是可以明确知道的, 且这些可能结果不止一个;

(3) 每次试验之前不能准确预言哪一个结果会发生.

具有上述三个特点的试验叫做随机试验, 简称试验. 今后用大写英文字母 E 表示随机试验.

对于一次随机试验来说, 所有可能会发生的结果是明确知道的. 我们把每个可能结果叫做试验 E 的基本事件或样本点, 用小写希腊字母 ω 表示.

对于随机试验 E , 它的全体基本事件组成一个集合, 叫做该随机试验 E 的样本空间, 用大写希腊字母 Ω 表示, 常记作

$$\Omega = \{\omega\}.$$

前述 5 个例子所给定的随机试验, 它们的样本空间分别用集合表示如下:

在例 1 中, 由于所有可能结果是

“出正面”, 记作 ω_1 ; “出反面”, 记作 ω_2 .

于是样本空间 Ω 由两个基本事件构成, 即

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}.$$

在例 2 中, 由于所有可能结果是

“取得编号为 i 的零件”, 记作 $\omega_i, i=1, 2, \dots, n$.

于是样本空间 Ω 由 n 个基本事件构成, 即

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}.$$

在例 3 中, 由于所有可能结果是

“接到 i 次呼唤”，记作 $\omega_i = i$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

于是样本空间 Ω 由 $n+1$ 个基本事件构成，即

$$\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n\}.$$

其中 n 是某一正整数.

在例 4 中，由于所有可能结果是

“灯泡测试使用的时间”，记作 t , $0 \leq t < T$.

于是样本空间 Ω 由基本事件 “ $\omega = t$ ” ($0 \leq t < T$) 构成，即

$$\Omega = \{t | 0 \leq t < T\}.$$

其中 T 是某一正实数.

在例 5 中，由于所有可能结果是

“测得零件直径的大小”，记作 x , $0 < a \leq x \leq b$.

于是样本空间 Ω 为

$$\Omega = \{x | a \leq x \leq b\}.$$

其中 a, b 为正实数.

关于随机试验与样本空间这两个重要概念，以下几点是应该注意的：

1. 作为样本空间元素的基本事件是由随机试验的目的所确定的。例如，测量一群人的身高，一般来说，样本空间 $\Omega = \{h | a_1 < h < a_2\}$ (单位：米， a_1, a_2 实数)，区间 (a_1, a_2) 内任何一个实数都可以是一个基本事件。但如果测量身高 h 是为了确定乘车的旅客需买全票、半票或免票，这时基本事件只有三个：

$\omega_1 = \text{“免票”}$ ，当 $h < 1.1$ (米)；

$\omega_2 = \text{“购半票”}$ ，当 1.1 (米) $\leq h < 1.3$ (米)；

$\omega_3 = \text{“购全票”}$, 当 $h \geq 1.3$ (米).

因而样本空间 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. 在实际问题中, 弄清样本空间是由哪些基本事件构成是十分重要的.

2. 构成样本空间的基本事件, 其个数可能是有限个(如例 1、2、3), 也可能是无限个(如例 4、5). 基本事件是一种最简单的随机事件. 一般来说, 随机事件是由若干基本事件组成, 因而是样本空间的子集. 如在例 2 中, 考虑事件: “取得编号不超过 4 的零件”, 这个事件是由四个基本事件组成, 这四个基本事件是:

$\omega_1 = \text{“取得编号为 1 的零件”}$,

$\omega_2 = \text{“取得编号为 2 的零件”}$,

$\omega_3 = \text{“取得编号为 3 的零件”}$,

$\omega_4 = \text{“取得编号为 4 的零件”}$.

因此这个随机事件就是集合: $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, 显然它是 Ω 的子集.

3. 所谓随机事件发生是指: 如果这个随机事件所含基本事件之一发生, 就说随机事件发生. 如上例, 只要基本事件 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 之一发生, 我们就说“取得编号不超过 4 的零件”这一事件发生.

特别, 样本空间 Ω 作为全体基本事件组成的集合是必然事件, 今后仍用记号 Ω 表示必然事件. 事实上, 每次随机试验, 都有 Ω 所含基本事件之一发生, 因此在随机试验 E 中, Ω 是必然发生的事件. 不可能事件不含任何基本事件, 用小写希腊字母 ϕ 表示. 而一般的随机事件用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 等表示.

练习 1.1

1. 举例说明什么是基本事件、随机事件、样本空间？
2. 盒中装有红、白两种颜色的小球，现从盒中任取一只小球，观察其颜色，试写出随机试验的基本事件和样本空间。
3. 甲、乙两人下棋一局，观察棋赛的结果，试写出随机试验的样本空间。
4. 袋中装有三个球，分别编号为 1, 2, 3，现从袋中一次任取两个球，观察其标号，试写出随机试验的样本空间。
5. 投掷两枚钱币，观察出正面或出反面的情况，试写出随机试验的样本空间。
6. 盒中有 5 个球，其中 2 个白球，3 个黑球，现从盒中一次任取三个球，观察取出球的颜色，试写出随机试验的样本空间。
7. 商品的价格可能上升，也可能下跌，还可能保持稳定，某商店经营两种商品，试列出该商店两种商品价格面对的各种可能情况。如经营三种商品，不同情况又有多少种？

§1.2 事件间的关系与运算

在随机现象的研究中，对于同一随机试验，通常不止讨论一个随机事件，而要同时研究若干个随机事件。这些事件之间往往又有着一定的内在联系，因此，必须首先研究这些事件间的各种关系和事件间的各种运算规律，才能更好地深入研究这些随机事件的数量规律性。

设有随机试验 E ，样本空间为 Ω ，并且设有随机事件 $A, B, C, A_k (k=1, 2, \dots)$ 等。

1. 包含关系：如果事件 A 发生，必然导致事件 B 发生，

则称事件 A 包含于事件 B , 或 B 包含 A , 记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$. 在这种情况下, 组成事件 A 的基本事件, 都是组成事件 B 的基本事件.

例如, 从一批产品中任取 10 件产品, 则事件 $B =$ “10 件产品中至少有 1 件次品”就包含事件 $A =$ “10 件产品中有 2 件次品”, 所以有

$$B \supset A.$$

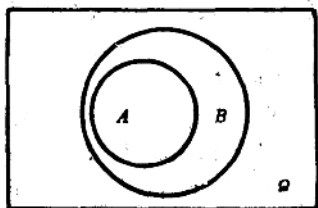


图 1-1 $A \subset B$

包含关系可由图 1-1 直观说明. 图中矩形表示样本空间

Ω , 圆 A 表示事件 A , 圆 B 表示事件 B , 事件 B 包含事件 A 表示为圆 A 在圆 B 内(这种表示法, 下同).

2. 相等关系: 若 $A \supset B$, 且 $B \supset A$, 则称事件 A 与事件 B 相等, 记作 $A = B$.

例如, 事件 $B =$ “10 件产品中至少有 1 件次品”与事件 $A =$ “10 件产品中有次品”相互导致发生, 所以有 $A \supset B$, 且

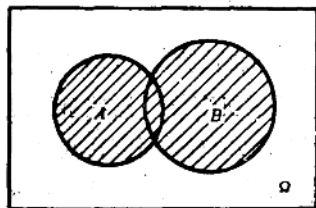


图 1-2 $A \cup B$

$B \supset A$, 因而 $A = B$.

3. 事件的和: 由事件 A 和事件 B 至少有一个发生(即 A 发生或 B 发生或 A, B 同时发生)所构成的事件 C , 称为事件 A 与事件 B 的和, 记作 $C =$

$A \cup B$. 在这种情形, 事件 $A \cup B$ 是由事件 A 与事件 B 所含基本事件组成的集合, 图 1-2 给出了它的直观说明. 有时也把事件 C 叫做事件 A 与事件 B 的和事件.