

金钥匙丛书

名誉主编：卢嘉锡
主编：楚庄

尖子



王建民

走向高考解题训练

高二数学



龍門書局

金钥匙丛书



高高一高高一
语英数物化
文
语
学
理
学

厚忱遐源承
宝学济
张李郑周陆

高二二二二二
语英数物化
高
高
高
高
高

增弟民文尧
起声建尚耀
刘俞王李程

高三三三三三
语英数物化
高
高
高
高
高

楠凯耕群贵
树树沛克振
及王周袁刘

走向高考解题训练



ISBN 7-80111-240-7



ISBN 7-80111-240-7

G · 170

定 价：13.20元

金钥匙丛书

走向高考解题训练

高二数学

王建民
郑学遐 周沛耕 编著

龍 門 書 局

1997

版权所有 翻印必究

本书封面贴有防伪标志,凡无此标志者均为盗版书。

各地如发现印制和销售盗版书,请速向当地出版发行
政府主管机关和科学出版社举报。

对举报有功者,我社将给予表彰和奖励。

科学出版社举报电话:(010) 64019826

金钥匙丛书 走向高考解题训练 高二数学

王建民 郑学遐 周沛耕 编著
责任编辑 刘美福

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

中国人民解放军第一二〇二工厂印刷

科学出版社总发行

各地新华书店经销

*

1997年7月第一版

开本:850×1168 1/32

1997年9月第二次印刷

印张:11

印数:50 001—70 000

字数:285 000

ISBN 7-80111-240-7/G·170

定 价: 13.20 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

寄語莘莘學子：

博學之，審問之，
慎思之，明辨之，
篤行之。

書贈金釗題叢書

盧嘉錫



一九九五年秋月

金钥匙丛书

编 委 会

名誉主编：卢嘉锡

主 编：楚 庄

执行编委：李宝忱 吴浩源

郑学遐 郑飞勇

编 委：顾德希 王树凯

周沛耕 袁克群

刘振贵 及树楠

周济源 陆 禾

策 划：吴浩源 郑飞勇

金钥匙丛书·序

“金钥匙”源于格林童话，是能打开宝库的贵重的钥匙。金钥匙的贵重，不在于钥匙本身的金的价值，而是在于它能开启宝库的大门，引导人们得到取之不尽的宝藏。“金钥匙”常喻指获取知识、解决问题的能力和方法，指开启心扉、开发智力的教育方法。叶圣陶在谈到教学的目标时曾说：“对于学生来说，能够得到一把开启智慧之门的钥匙，养成一些良好的学习习惯，练就几路真正有用的本领，那才是最大的实益，终身受用的好修养。”我们这一套中小学教学参考书取名为《金钥匙丛书》，其宗旨就不是为各科教学另外增补填充物和添加剂，而是企求帮助学生增强学习能力，改进学习方法，或者也用借喻的说法，是为各科教学提供催化剂和发酵剂，帮助学生更好地吸收、消化。

在中小学特别是基础教育阶段，学校教学要使学生掌握基础知识、形成基本技能，即所谓“双基”，这无疑是十分正确、十分重要的，这是学校教学的中心任务和首要任务。但我们以为，在学生掌握基础知识、形成基本能力的过程中培养学习兴趣、形成学习习惯、发展学习能力，是同样（如果不说是更为）重要的。或者说，“双基”教学不只是教给学生知识和技能，更重要的是在教学过程中培养学习的兴趣、习惯、能力。用借喻的说法，供给食物、保证营养是重要的，但旺盛的食欲、良好的饮食

习惯和健全的消化吸收功能更为重要，“那才是最大的实益，终身受用的好修养”。这是关系到教学思想乃至教育思想的大问题，值得多说几句。

关于学习兴趣 两千多年前的孔子就说过“知之者不如好之者，好之者不如乐之者”。“好”和“乐”就是愿意学、喜欢学，就是学习兴趣。对还没有明确学习目的的儿童来说，这点尤其重要，“乐”是主动性、积极性的起点。随着学习以及思想的发展，兴趣就可能上升为志趣和志向。“吾十有五而志于学”，由“乐”上升为“志”，学习就有了更高的自觉性和目的性。爱因斯坦所说的“在学校里和生活中，工作的最重要的动机是工作中的乐趣，是工作获得结果时的乐趣，以及对这种结果的社会价值的认识”，不妨理解为由自发的、感性的“乐趣”出发，上升为自觉的、理性的“认识”过程，也就是由“乐”到“志”的过程。这是我们基础教育阶段教学工作应该充分尊重并且着重引导的带规律性的教学和教育过程。

关于学习习惯 帮助学生形成良好习惯，是学校教育的重要任务。叶圣陶认为：“从小学老师到大学教授，他们的任务就是帮助学生养成良好习惯，帮助学生养成政治方面文化科学方面的良好习惯。”习惯，就是把认识 and 知识落实转化为实践，更从实践中巩固和加深认识和知识，再转为更高的实践。知识和习惯的关系，也就是知与行的关系。我国古代《礼记》中所说的“博学之，审问之，慎思之，明辨之，笃行之”，把学问思辨归结到“行”上，现代教育家陶知行改名为陶行知，也都说明“行”对于“知”的重要。习惯，是经过重复、练习而巩固下来的稳定持久的条件反射和自然需要。培养良好正

确的学习习惯，也是各科教学的重要任务。以语言和写作教学为例，读懂读通若干篇范文以及必要的字词语法、修辞知识固然重要，但同等重要的是培养勤读勤查、使用工具书的习惯，写读书笔记的习惯，作文要“修辞立诚”、写自己真实思想感受的习惯，作文要“上口入耳”、写好自己念、自己修改的习惯，以及不仅在课堂上而且在生活中正确使用语言文字的习惯等等。语文教学如果只是要求背熟多少范文和语法规则而忽略了良好正确的学习习惯的形成，那无论从教还是学两方面说都是不完全、不巩固、不成功的。

关于学习能力 学习能力，简单说就是举一反三的能力，触类旁通的能力，由已知推未知的能力。课堂教学，甚至整个学校阶段的教学，涉及的只不过是人类已有知识的一小部分。学校教学传授基础知识和基本技能，是所谓打基础阶段。基础固然要坚实，但基础只不过是准备，为学生在课堂之外和出校门后的继续构筑作准备。以数学学科为例，要求学生掌握数的基本概念、基本定律、基本运算，为此要演算一定数量的例题。掌握课本中列出的概念、定律、运算固然重要，但更重要的是通过这些教学活动培养学生抽象演绎的能力，为掌握课本以外的更多更高更深的概念、定律和计算作准备。如果仅仅死记硬背多少概念、定律和计算题而不是以此为手段发展思维能力，那从教和学两方面说也都是不完全、不成功的。

上述学习兴趣、习惯和能力三个方面是互促互补、互为因果的。成功的教学，不在于教师的授予和学生的接受，而在于教师发挥主导作用，调动学生学习的主动性和积极性。教学的最高境界，是教其自学，培养学生自学的

兴趣、自学的习惯、自学的能力；正如叶圣陶所说的“教育的最终目的在学生能自学自励，出了学校，担任了工作，一直能自学自励，一辈子做主动有为的人。”

《金钥匙丛书》由教学经验丰富的特级教师执笔，以现行的最新教学大纲和教材为基础，注重思路开拓，注重能力培养。对课文知识归纳总结，融会贯通，解析重点、难点。对学生，是学法指导；对教师，是教法参考。

《金钥匙丛书》是提倡素质教育的教学参考书。

楚庄

1995年8月

作者简介

王建民 数学特级教师，现任教于中国科学技术大学附属中学。北京市数学学科带头人，市兼职教研员。中国数学奥林匹克高级教练。多次被评为市、区优秀教师。北京市海淀区第七至十一届人民代表大会代表，海淀区十佳共产党员。

长期参与北京市和海淀区的教学和教学科研活动，积累了丰富的经验，取得了许多成绩，发表了不少论文。主要著作有《初等数学概论》、《解析几何》、《名师导学丛书》等。

前 言

全书由代数和平面解析几何两大部分组成。每一部分按章编写。

在“知识要点”这个栏目中，除罗列本章的知识要点外，还给出了各知识点间的逻辑联系的框图。它可以帮助读者在头脑中形成立体的知识“树”，明确它的生长点和发展的脉络，对于加深知识的理解很有好处。如果沿着框图中箭头指引的方向，自己推出或论证出后面的知识点，则是很好的学习方法。

在“范例选粹”栏目中的“点评”中，本着发挥题目的训练功能和价值的原则，对解法的指导思想、思路的构建、不同解法的特征比较、整体规律的揭示、经验的小结等做了详细的评述。这对于提高读者的认知水平是很有帮助的，这也是本书的一大特色。

在“进阶习题”栏目中，为读者编排了一份本章的测试题，整卷和一份高考试卷的结构完全相同，读者用它可以一试身手。把自己的答案和解答与书中给出的简解对照，可以对自己的学习情况做出鉴定。本书对高三学生也有很大帮助。

本书的以上特点，为读者铺就了一条“走向高考”的路。本书如果能够帮助你搬开路上的绊脚石，助你披荆斩棘，作者将感到莫大的欣慰。衷心地祝你成功。

王建民

1997年4月

目 录

第一篇 代 数

第五章 不等式	1
知识要点与高考要求.....	1
范例选粹.....	2
进阶习题	30
习题简解与答案	33
第六章 数列、极限、数学归纳法	41
知识要点与高考要求	41
范例选粹	42
进阶习题	74
习题简解与答案	78
第七章 复 数	86
知识要点与高考要求	86
范例选粹	87
进阶习题.....	120
习题简解与答案.....	123
第八章 排列、组合、二项式定理	132
知识要点与高考要求.....	132
范例选粹.....	133
进阶习题.....	149
习题简解与答案.....	152

第二篇 平面解析几何

第一章 直 线	154
----------------------	-----

知识要点与高考要求·····	154
范例选粹·····	156
进阶习题·····	193
习题简解与答案·····	196
第二章 圆锥曲线 ·····	202
知识要点与高考要求·····	202
范例选粹·····	205
进阶习题·····	272
习题简解与答案·····	276
第三章 参数方程与极坐标 ·····	283
知识要点与高考要求·····	283
范例选粹·····	284
进阶习题·····	321
习题简解与答案·····	325
第一学期期末自测试卷 ·····	332
参考答案·····	335
第二学期期末自测试卷 ·····	336
参考答案·····	339

第一篇 代 数

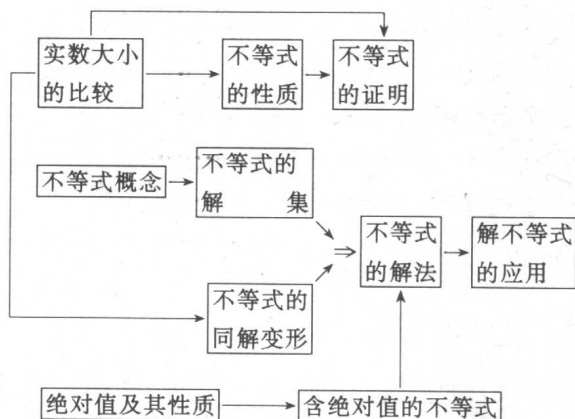
第五章 不 等 式

* 知识要点与高考要求

【知识要点】本章的知识要点包括：

不等式、不等式的性质、不等式的证明、不等式的解法、含有绝对值的不等式.

这些知识点间的内在联系可用如下的框图说明：



【高考要求】 1. 掌握不等式的性质及其证明,掌握证明不等式的几种常用方法,掌握两个(或三个)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数这一定理,并能运用上述性质、定理和方法解决一些问题.

2. 在熟练掌握一元一次不等式(组)和一元二次不等式的解法的基础上初步掌握其他的一些简单的不等式的解法.

3. 会用不等式

$$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$$

解一些简单问题.

* * 范例选粹

【例题 1】若 $a < b < 0$, 则下列不等式中, 不能成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ C. $|a| > |b|$ D. $a^2 > b^2$

◆分析◆先考虑能成立的是哪个不等式, 显然 $a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

$$a < b < 0 \Rightarrow |a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2,$$

故应选 B.

◆点评◆否定形式的命题往往从它的反面入手考虑. 淘汰不合题意的选项是解答选择题的特有方法. 本题运用了不等式的性质.

△【例题 2】对于 $x \in [0, 1]$ 的一切值, 则 $a + 2b > 0$ 是使 $ax + b > 0$ 恒成立的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要的条件

◆分析◆考虑函数 $f(x) = ax + b$,

$$\text{则 } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}(a + 2b)$$

$$\text{故 } f\left(\frac{1}{2}\right) > 0 \Leftrightarrow a + 2b > 0,$$

由于 $x \in [0, 1]$, 恒有 $f(x) = ax + b > 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$, 故条件是必要的;

而 $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$ 显然不一定总有 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = ax + b > 0$, 故条件是不充分的.

故应选 B.

◆点评◆利用函数的性质是本题解法中的核心.

【例题 3】设 $0 < a < b, a + b = 1$, 下列不等式正确的是 ()

A. $b < 2ab < \sqrt{a^2 + b^2} < a^2 + b^2$

B. $2ab < b < a^2 + b^2 < \sqrt{a^2 + b^2}$

$$C. 2ab < a^2 + b^2 < b < \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$D. 2ab < a^2 + b^2 < \sqrt{a^2 + b^2} < b$$

◆分析◆ ∵ $2ab - b = b(2a - 1)$
 $= b(2a - a - b) = b(a - b) < 0$
 ∴ $2ab < b$,
 ∴ $a^2 + b^2 - b = a^2 + b(b - 1)$
 $= a^2 + b(b - a - b)$
 $= a^2 - ab = a(a - b) < 0$
 ∴ $a^2 + b^2 < b$
 而显然 $2ab < a^2 + b^2, b < \sqrt{a^2 + b^2}$
 ∴ $2ab < a^2 + b^2 < b < \sqrt{a^2 + b^2}$
 ∴ 应选 C.

◆点评◆ 作差比较两个数的大小是最基本的方法,在任何复杂的情况下要坚持这个方法.另外把1等量代换为 $a+b$ 起到了重要的作用,这要认真体会,当然用特殊值法也可解之,但作为能力训练,我们还是强调本题给出的解法.

【例题4】若 $\log_2 x = \log_3 y = \log_5 z < 0$,则 $x^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{3}}, z^{\frac{1}{5}}$ 之间的大小关系是()

$$A. y^{\frac{1}{3}} < x^{\frac{1}{2}} < z^{\frac{1}{5}}$$

$$B. x^{\frac{1}{2}} < y^{\frac{1}{3}} < z^{\frac{1}{5}}$$

$$C. z^{\frac{1}{5}} < y^{\frac{1}{3}} < x^{\frac{1}{2}}$$

$$D. x^{\frac{1}{2}} < z^{\frac{1}{5}} < y^{\frac{1}{3}}$$

◆分析◆ 由于 x, y, z 均为正数,所以比较 $x^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{3}}, z^{\frac{1}{5}}$ 的大小,相当于比较 x^{15}, y^{10}, z^6 的大小.

设 $\log_2 x = \log_3 y = \log_5 z = t$

则 $x = 2^t, y = 3^t, z = 5^t$,

于是 $x^{15} = (2^{15})^t, y^{10} = (3^{10})^t, z^6 = (5^6)^t$

由于 $\lg 2^{15} = 15 \lg 2 \approx 4.52$,

$$\lg 3^{10} = 10 \lg 3 \approx 4.77,$$

$$\lg 5^6 = 6 \lg 5 \approx 4.19,$$

显然 $3^{10} > 2^{15} > 5^6$

由于 $t < 0$,故