

高中数学

标准化模拟测试

王向东 贾士代 刘俊安主编

上海科学技术文献出版社

高中数学标准化模拟测试

王向东 贾士代 刘俊安 主编

上海科学技术文献出版社

高中数学标准化模拟测试

王向东 贾士代 刘俊安 主编

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路2号)

新华书店经销

商务印书馆上海印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 9.125 字数 220,000

1989年11月第1版 1989年11月第1次印刷

印数: 1—24,000

ISBN 7-80513-508-8/O·43

定 价: 3.25 元

《科技新书目》207-299

出版说明

为帮助应考高中生更好地复习所学过的数学知识,熟悉考试的题目形式,12位具有丰富数学教学经验的老师编写了本书。本书编有综合试题25份,均有详细解答。为使考生对历届高考的数学试卷有一个大致的了解,本书收有上海市1985~1988年高考(1988年会考)的数学试题,并附有简解。为帮助考生抓住重点,书末还附有上海市1985~1988年高考中各个数学试题分科分单元所占分数的比例表。

本书由王向东、贾士代、刘俊安同志主编。方光雄、甘家炎、刘子芳、许汝递、阮子昭、浣若安、张荣先、侯书清、雷显亮等同志参加了编写。

编 者

1989.4.6

目 录

第一章 测试题组	1
综合试题一	1
综合试题二	4
综合试题三	9
综合试题四	13
综合试题五	17
综合试题六	22
综合试题七	26
综合试题八	31
综合试题九	35
综合试题十	38
综合试题十一	43
综合试题十二	49
综合试题十三	53
综合试题十四	56
综合试题十五	60
综合试题十六	65
综合试题十七	69
综合试题十八	75
综合试题十九	80
综合试题二十	86
综合试题二十一	89
综合试题二十二	94
综合试题二十三	98
综合试题二十四	102

• • •

综合试题二十五	107
第二章 测试题解答或提示	112
综合试题一	112
综合试题二	118
综合试题三	123
综合试题四	130
综合试题五	136
综合试题六	141
综合试题七	148
综合试题八	154
综合试题九	162
综合试题十	167
综合试题十一	171
综合试题十二	175
综合试题十三	180
综合试题十四	187
综合试题十五	191
综合试题十六	197
综合试题十七	202
综合试题十八	207
综合试题十九	211
综合试题二十	216
综合试题二十一	221
综合试题二十二	226
综合试题二十三	231
综合试题二十四	237
综合试题二十五	242
附录 I 1985~1988 年上海市高考(1988 年会考)	
数学试题(附简解)	248

附录Ⅱ 1985~1988年上海市高考(1988年会考)

数学试题分科、分单元占分统计表..... 281

第一章 测试题组

综合试题一

一、选择题(本题满分40分)

本题有10个小题,每小题都给出代号为(A)、(B)、(C)、(D)的四个结论,其中只有一个是正确的,请把你认为正确的结论的代号填写在括号内,选对者得4分,选错、不选或多选均得零分。

1. 设 $a = \cos \frac{3}{2}$, $b = \sin \frac{1}{10}$, 则 a, b 之间的关系是()。

- (A) $a > b$; (B) $a < b$;
(C) $a = b$; (D) 大小关系不能确定。

2. 若 α, β 为锐角, 下面四式中一定成立的是()。

- (A) $\cos(\alpha + \beta) > \cos \alpha + \cos \beta$;
(B) $\cos(\alpha + \beta) < \cos \alpha + \cos \beta$;
(C) $\cos(\alpha + \beta) > \sin \alpha + \sin \beta$;
(D) $\cos(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$ 。

3. 若 $-1 < a < 0$, b 为大于1的奇数, 则 $b^a, a^b, a^{\frac{1}{b}}$ 的大小关系是()。

- (A) $b^a > a^b > a^{\frac{1}{b}}$; (B) $a^b > b^a > a^{\frac{1}{b}}$;
(C) $b^a > a^{\frac{1}{b}} > a^b$; (D) $a^b > a^{\frac{1}{b}} > b^a$ 。

4. 下列各对方程中, 表示同一图形的是()。

- (A) $y = \log_x x$ 与 $y = 1$;

$$(B) \quad x^2 - \frac{y^2}{3} = 1 \text{ 与 } |z-2| - |z+2| = 2 (z \in C);$$

$$(C) \quad y^2 = x \text{ 与 } \begin{cases} x = \cos^2 \theta \\ y = \cos \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数});$$

$$(D) \quad \rho = 2 \cos \theta \text{ 与 } (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

5. 已知 $f(\operatorname{tg} x) = \cos 2x$, 则 $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 等于().

$$(A) \quad -\frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad (B) \quad 0;$$

$$(C) \quad \frac{1}{3}; \quad (D) \quad -1.$$

6. 若椭圆的两个焦点把夹在两准线间的线段三等分, 则椭圆的离心率为().

$$(A) \quad \frac{1}{2}; \quad (B) \quad \frac{1}{3};$$

$$(C) \quad \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad (D) \quad \text{以上结论均不对}.$$

7. 两条异面直线在同一平面内的射影是().

(A) 两条相交直线; (B) 两条平行直线;

(C) 两条相交或平行直线; (D) 以上结论都不对.

8. 设复数 z 的幅角主值 $\arg z = \alpha$ (常数), 则 $\arg z^2 =$ ().

$$(A) \quad 2\alpha; \quad (B) \quad 2\alpha - 2\pi;$$

$$(C) \quad 2\pi - 2\alpha; \quad (D) \quad 2\alpha \text{ 或 } 2\alpha - 2\pi.$$

9. 如果 $f(x+\pi) = f(x)$, 且 $f(-x) = f(x)$, 对于下面四个函数, $f(x)$ 只能是().

$$(A) \quad f(x) = |\sin x|; \quad (B) \quad f(x) = \cos x;$$

$$(C) \quad f(x) = \sin 2x; \quad (D) \quad f(x) = \operatorname{tg} x.$$

10. 复数集内的方程 $x^2 + px + q = 0$ 中, p, q 为实数是该方

程有两个互为共轭的复根的()。

(A) 充分但不必要条件; (B) 充要条件;

(C) 必要但不充分条件; (D) 既不充分也不必要条件。

二、简答题(本题满分 32 分, 每小题 4 分) 只要求写出结果, 不要求写解题过程。

1. 求 $\left(2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项。

答:

2. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+\cdots+2n}{(1-2n)^2}$ 。

答:

3. 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和为 $S_n = n^2 + n - 1$, 求其通项公式。

答:

4. 一条连椅有 7 个座位, 4 人入座。求三个空位全不相邻的坐法有多少种?

答:

5. 设直线 $l: mx + y + 3 = 0$, 点 $P(-3, 2)$, $Q(3, 4)$ 。若直线 l 与线段 PQ 相交, 求 m 的取值范围。

答:

6. 求不等式 $\arccos x > \frac{\pi}{2}$ 的解集。

答:

7. 已知 a, b 均为正实数, 且 $ab = 5$, 求 $4a + 5b$ 的最小值。

答:

8. 等边圆锥的底面半径为 1, 底面圆的一条直径为 A, B , 求沿圆锥侧面由 A 到 B 的最短距离。

答:

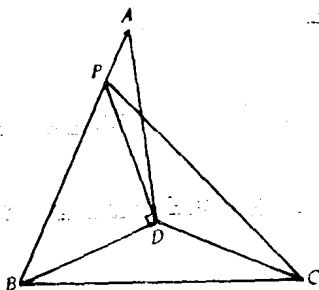
三、(8 分) 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求

$$f\left(\lg \frac{x^2+x}{2}\right)$$

的定义域。

四、(8分) 已知函数 $f(\theta) = \sin(\cos \theta)$ 与 $g(\theta) = \cos(\sin \theta)$, 其中 $0 \leq \theta \leq \pi$, 且 $f(\theta)$ 极大 $= a$, $f(\theta)$ 极小 $= b$, $g(\theta)$ 极大 $= c$, $g(\theta)$ 极小 $= d$. 试比较 a, b, c, d 的大小。

五、(10分) 如图所示, 两等腰直角 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中, $\angle ADB = \angle CBD = \text{Rt} \angle$,



(第五题图)

且它们所在平面互相垂直, 在 AB 上取点 P , 当点 P 在何位置时, $\triangle PCD$ 所在平面与 $\triangle BCD$ 所在平面成 60° 的二面角?

六、(12分) 设抛物线 $y^2 = x$ 的一条弦被直线 $y = k(x-1) + 1$ 垂直平分。

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 $k \in \mathbb{Z}$, 求此弦长。

七、(10分) 已知数列 $\{a_n\}$:

$$a_1 = \frac{1}{2} \text{ 且 } a_{n+1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} a_n\right), n \geq 1,$$

求证: (1) $0 < a_n < 1$; (2) $a_n < a_{n+1}$.

综合试题二

一、选择题(本题满分 60 分)

下列各题给出了代号为(A)、(B)、(C)、(D)的四个结论, 其中只有一个是正确的, 把正确结论的代号写在每题后面的括号内. 选对得 3 分, 选错、不选或多选均得零分。

1. 下列表达式中正确的是().

- (A) $0 \in \phi$; (B) $\{0\} = \phi$;
(C) $\phi \subset \{0\}$; (D) $\phi \in \{0\}$.

2. $y = \frac{1}{2}x - m$ 与 $y = -nx + 12$ 互为反函数, 则().

- (A) $m = 12, n = \frac{1}{2}$; (B) $m = 6, n = -2$;
(C) $m = -6, n = -2$; (D) $m = -12, n = -\frac{1}{2}$.

3. 如果 $\log_3 a = \sin^2 \alpha$, 且 $\log_3 b = \cos^2 \alpha$, 则乘积 $a \cdot b$ 等于().

- (A) -1 ; (B) 1 ; (C) 3 ; (D) 5 .

4. 函数 $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}$ 的定义域是().

- (A) $(-1, 1)$; (B) $[-1, 1]$;
(C) $[-1, 1)$; (D) $(-1, 1]$.

5. 设 $z = (1-i)^6$, 则 z 的值是().

- (A) $8+8i$; (B) $8-8i$; (C) $-8i$; (D) $8i$.

6. 在等差数列中, $a_3 = 8, a_6 = 2$, 则 a_n 的表达式是().

- (A) $14-3n$; (B) $17-3n$;
(C) $17+3n$; (D) $14+3n$.

7. 若直线 l 与平面 M 不垂直, 则在平面 M 内与直线 l 垂直的直线有().

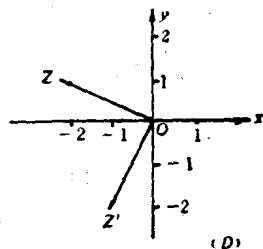
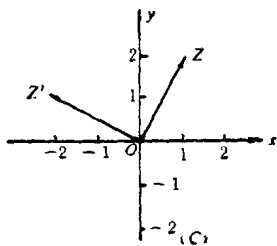
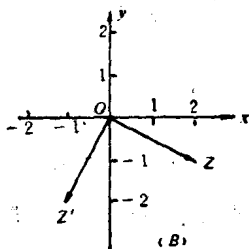
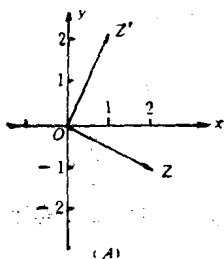
- (A) 1条; (B) 两条;
(C) 无数条; (D) 平面 M 内的任意直线.

8. 若平面 $\alpha //$ 平面 β , 直线 $m \subset \alpha$, 直线 $n \subset \beta$, 则直线 m 与 n 的位置关系一定是().

- (A) 异面直线; (B) 互相平行的直线;

(C) 相交直线; (D) 无公共点的两条直线.

9. 向量 $\vec{OZ}$ 与复数 $z = 2 - i$ 对应, 向量 $\vec{OZ'}$ 与复数 $(-zi)$ 对应, 图中正确的是().



(第一题9图)

10. 函数 $y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{x}$ 的值域是().

- (A) $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$; (B) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$;
 (C) $\left[-\frac{\pi}{4}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{4}\right]$; (D) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$.

11. 当 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 时, 下列不等式中, 正确的是().

- (A) $\log_x(1-x) > 1$; (B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$;
 (C) $(1+x)^{\frac{3}{2}} < (1-x)^{\frac{3}{2}}$; (D) $\sin(1+x) > \sin(1-x)$.

12. 如果 $a = \log_{0.5} 3 + \log_3 0.5$, 则 a 的取值范围是().

- (A) $-3 < a < -2$; (B) $2 < a < 3$;
(C) $1 < a < 2$; (D) $-2 < a < -1$.

13. 坐标平面上有五个点 $O(0, 0)$ 、 $M(2, 0)$ 、 $N(1, 1)$ 、 $P(-1, -1)$ 、 $Q(0, 2)$, 以它们为顶点组成不同的三角形, 其个数为().

- (A) $P_5^3 - 2$; (B) $C_5^3 - 2$; (C) $P_5^3 - 1$; (D) $C_5^3 - 1$.

14. 曲线 $x^2 + 8y = 0$ 的焦点坐标和准线方程是().

- (A) $F(0, -2)$, $y = 2$; (B) $F(0, 2)$, $y = -2$;
(C) $F(0, -4)$, $y = 4$; (D) $F(0, 4)$, $y = -4$.

15. 在极坐标系中, 点 $(5, \frac{4\pi}{3})$ 关于极点对称的点是().

- (A) $(5, -\frac{2\pi}{3})$; (B) $(-5, -\frac{2\pi}{3})$;
(C) $(-5, -\frac{\pi}{3})$; (D) $(5, -\frac{4\pi}{3})$.

16. 圆 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 关于直线 $y = -x$ 对称的圆的方程是().

- (A) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$; (B) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$;
(C) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$; (D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

17. 在同一坐标系中, 函数 $y = |\sin x|$ 与函数 $y = |\sin |x||$ 的图像().

- (A) 完全相同; (B) 不相同;
(C) 只有在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上才相同;
(D) 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上也不相同.

18. 函数 $f(x) = \lg \lg(\frac{\pi}{4} - x)$ 是().

- (A) 奇函数; (B) 偶函数;

(C) 既是奇函数又是偶函数;

(D) 既非奇函数又非偶函数.

19. 二项式 $(1-x)^{4n+1}$ 的展开式中系数最大的项是第

() 项.

(A) $2n+1$ 项;

(B) $2n+2$ 项;

(C) $2n$ 项;

(D) $2n+1$ 项和 $2n+2$ 项.

20. 函数 $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{x^2-6x+5}$ 的单调递增区间是().

(A) $[1, 5]$; (B) $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$;

(C) $[3, +\infty)$; (D) $(-\infty, 3]$.

二、填空题(每小题3分,共18分)

1. 已知 $a^x + a^{-x} = \sqrt{5}$, 则 $a^{3x} + a^{-3x} = ()$.

2. 不等式 $-\sqrt{2x+9} > x-3$ 的解集为().

3. 函数 $f(x) = \operatorname{tg} kx - \operatorname{ctg} kx (k \neq 0)$ 的最小正周期是().

4. 过点 $(2, 0)$ 且垂直于直线

$$\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$

的直线方程是().

5. 如果圆台上、下底面半径之比为 $1:3$, 则它的中截面截得上、下两个圆台的体积之比是().

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, d = 3$, 记 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = ()$.

三、(本题10分) 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 且底边 $AB = 2$, 侧棱长 $CC_1 = 2\sqrt{3}$, P 为棱 CC_1 上一点, 平面 PAB 和平面 PA_1B_1 与侧面 ABB_1A_1 所

成的角分别为 α, β , 试求 $\alpha + \beta$ 的最小值.

四、(本题10分) 复数 z_0, z_1 满足 $|z_1 - z_0| = \sqrt{2}$, 且 $z_0 - (1+i)z_1 = 0$.

(1) 如果 z_1 的幅角主值为 $\frac{5\pi}{12}$, 求 z_1, z_0 ;

(2) 证明在所有适合方程 $|z - z_0| = \sqrt{2}$ 的复数 z 中, z_1 的幅角主值最小.

五、(本题10分) 已知曲线 $c: x^2 + 4y^2 - 4x - 16y + 16 = 0$ 与直线 $l: y = mx$.

(1) 若 l 与 c 有两个不同的交点, 求 m 的集合 H ;

(2) 设 l 与 c 交于不同的两点 M, N , 当 $m \in H$ 时, 求线段 MN 的中点 P 的轨迹, 并画出图形的大致形状.

六、(本题12分) 设 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等比数列, 且前者的公比大于后者的公比. 又令 $c_n = a_n + b_n$, 且 $c_{n+2} = c_{n+1} + c_n (n \in N)$.

(1) 试求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的公比;

(2) 如果 $c_1 = c_2 = 1$, 试用 n 的代数式来表示 $c_1 + c_2 + \cdots + c_n$.

综合试题三

一、选择题(本题满分30分)

本题共10个小题, 每小题都给出代号为(A)、(B)、(C)、(D)的四个答案, 其中只有一个是正确的, 试把正确的答案的代号填入题后的括号内. 填对得3分, 填错、不填或多填均得零分.

1. 若 $0.9 < a < 1$, $b = a^a$, $c = a^{a^a}$, 则 a, b, c 的大小关系是().

(A) $a < c < b$;

(B) $a < b < c$;

(C) $b < a < c$;

(D) $c < a < b$.

2. 若函数 $y = f(x)$ 有反函数, a 是它的定义域内任一值, 则 $f^{-1}[f(a)]$ 等于().

(A) $\frac{1}{a}$;

(B) a ;

(C) a^2 ;

(D) 1.

3. 两条异面直线在同一平面内的射影不可能是().

(A) 两条相交直线;

(B) 两条平行直线;

(C) 两个点;

(D) 一条直线和线外一点.

4. $\alpha \neq \frac{\pi}{3}$ 是 $\cos \alpha \neq \frac{1}{2}$ 的()条件.

(A) 充分但不必要条件;

(B) 必要但不充分;

(C) 充分且必要;

(D) 既不充分又不必要.

5. 若 $a > 0, b > 0$, 则甲: $\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$, 乙: $\left(\sqrt{ab} + \frac{1}{\sqrt{ab}}\right)^2$, 丙: $\left(\frac{a+b}{2} + \frac{2}{a+b}\right)^2$ 中, 最大的一个().

(A) 必定是甲;

(B) 必定是乙;

(C) 必定是丙;

(D) 一般不确定, 而与 a, b 的取值有关.

6) $\frac{1}{2}\left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\left(1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)$ 等于().

(A) $\csc \alpha$;

(B) $\sec \alpha$;

(C) $\sin \alpha$;

(D) $\operatorname{tg} \alpha$.

7. 设向量 $\vec{OZ}$ 对应的复数为 $-2\sqrt{3} + 4i$, 把 $\vec{OZ}$ 按顺时针方向旋转 60° 得向量 $\vec{OZ}_1$, 则点 Z_1 对应的复数为().

(A) $1 + 3\sqrt{3}i$;

(B) $-2\sqrt{3} - 4i$;

(C) $\sqrt{3} + 5i$;

(D) $-3\sqrt{3} - i$.

8. 若从 8 个男运动员和 4 个女运动员中选出 4 名运动员