

断裂物理与断裂力学 学术讨论会文集

断裂物理与断裂力学学术讨论会文集编委会

一九七八年

编者前言

为了促进断裂学科的发展,促进对断裂过程的物理本质及断裂的微观机制与宏观性能之间关系的研究,以期更深入地了解断裂的规律,中国科学院金属研究所、中国科学院力学研究所和武汉大学倡议于1978年10月在武昌召开了“断裂物理及断裂力学学术讨论会。”出席会议的有科研机构 and 高等学校的代表八十余人。会的内容主要是邀请了国内一些专家就断裂的物理本质及微观机制与宏观性能关系的一些方面报告了国际上研究的近况,少数报告是自己研究的成果。

会议决定出版文集,编委会由赖祖涵、周如松、龙期威、颜鸣皋、刘民治、哈宽富、田德诚等七人组成。个别报告按报告人本人的意见未刊入。

《断裂物理与断裂力学学术讨论会文集》编委会

1979年10月

目 录

断裂力学和疲劳所提出的一些微观问题	中国科学院力学研究所	伍义生 (1)
位错与裂纹	中国科学院力学研究所	王克仁 (15)
断裂的滑移位错机制及位错动力学	武汉大学	周如松 徐约黄 (28)
残余应力与位错	哈尔滨工业大学	王 铎 (76)
位错连续分布理论和点阵格林函数在断裂过程中的应用	中国科学院金属研究所	龙期威 (90)
K_{Ic} 的物理意义及其影响因素	东北工学院	赖祖涵 (108)
化学介质与断裂过程	北京钢铁学院	肖纪美 (126)
金属的氢脆	中国科学院金属研究所	万晓景 (162)
金属疲劳裂纹扩展规律及其微观机制	三机部六二一所	颜鸣皋 (179)
静载下金属裂纹的“稳态扩展”	吉林大学	哈宽富 (224)
静载下裂纹扩展的规律和微观机制	中国科学院上海冶金研究所	章熙康 陈 源 王其闯 (242)
断裂动力学的几个问题	华中工学院	李 灏 (263)
断裂的动力理论	武汉大学	田德诚 (276)
冷脆转变	中国科学院力学研究所	高 桦 (295)
裂纹体小范围屈服应力场的分析	大连工学院	周承倜 田 石 (306)
论裂纹体应力场的分析方法	大连工学院	周承倜 (320)
脆性断裂统计理论	原子能研究所	邢修三 (330)
x-射线衍射在断裂研究中的应用	北京钢铁研究院	吴伯群 (339)
金属材料单轴拉伸变形规律的研究	北京钢铁研究院	姚 蓓 汪德根 (353)
高强度疲劳断口的扫描电镜观察和裂纹扩展机制的探讨	北京钢铁学院 三机部六二一所	
	孙福玉 廖乾初 兰芬兰 刘才穆	刘建华 (366)
断裂学科的发展对宇航材料的影响	三机部六二八所	周毅秋 (377)

断裂力学和疲劳所提出的一些微观问题

中国科学院力学研究所 伍义生

摘 要

本文试图描述断裂力学和疲劳研究的概貌。着重阐述一些宏观力学量与断裂、疲劳微观机制之间的联系。说明断裂力学和疲劳所提出的一些微观问题。并企图阐明断裂和疲劳机理的研究对断裂力学和疲劳研究的发展所起的重要作用。

引 言

断裂力学和疲劳研究构成了当今固体力学研究的一个重要方面。它的一个主要特点是把宏观的力学研究与微观的断裂的物理化学过程日益紧密地结合起来。固体无论是在静载下还是在疲劳载荷的作用下所产生的破坏，都是宏观的力学因素与微观的物理化学因素相互作用的结果。断裂力学和疲劳研究的发展要求为它提供清楚的物理背景，即要求对断裂的本质，断裂的物理化学过程进行深入的研究。在断裂力学和疲劳研究的历史上，断裂和疲劳机理的研究曾起过重大的作用。近年来，在微观机理的基础上研究断裂力学和疲劳已取得了很大的进展，同时也还存在不少的问题。下面就断裂力学和疲劳两个方面进行概括性的介绍。

断裂力学的概貌及提出的一些微观问题

今天，材料的断裂韧性已经成为工程设计不可缺少的参数，对于防止大型结构的脆断起着重要的作用。

对于完全脆性的材料，其韧性值的大小代表着产生新的裂纹表面所需要的单位表面能。因为根据葛里菲斯的经典工作^[1]，当能量释放率等于产生新的裂纹表面所需要的表面能时，裂纹就会失稳扩展。因此可以把临界应变能释放率或者临界应力强度因子作为材料韧性值的大小。在完全弹性的情况下，临界应变能释放率和临界应力强度因子是等价的。

但是在实际的材料中，裂纹尖端总有塑性产生。那么在这种情况下，应该用什么指标作为材料的韧性指标呢？奥罗文^[2]和欧文^[3]把格里菲斯的理论推广到裂纹前缘具有小范围屈服的情况下，用裂纹前缘的塑性功 ν_p 代替表面能，仍用临界应力强度因子 K_{Ic} 作为材料的韧性值。其数值的大小是通过裂纹扩展阻力曲线或其它的办法实验确定下来的。在更大范围屈服，甚至全面屈服的情况下，当前除了 J 积分、COD 以外，还没有找到更好的参数作为材料的韧性标准。这些值也都是通过实验确定的。在这些情况下 K_{Ic} 也好， J 积分和 COD 也好，其物理意义是什么呢？其数值的大小是由什么决定的呢？只有对断裂的过程进行深入

的研究, 才能使我们的认识提高一步。这里就裂纹尖端小范围屈服的情况, 阐述 K_{Ic} 的物理意义及 K_{Ic} 与断裂微观机制之间的联系。近年来对裂纹前缘的断裂过程进行了大量的研究。发现有两种基本的断裂方式: 脆性解理和纤维断裂。在每一种情况下 K_{Ic} 所包含的物理意义是不同的。

在小范围屈服的情况下 K_{Ic} 的大小是和裂纹前缘塑性区的大小及裂纹尖端张开位移的大小紧密联系在一起。了解这一点对于我们了解 K_{Ic} 的物理本质是有帮助的。对于处于平面应变状态的无限体, 塑性区具有两个耳朵的形状, 其最大扩展 R_{max} 与裂纹扩展方向呈 $\pm 70.5^\circ$ 。它的最小扩展 R_{min} 沿着裂纹扩展方向^[4]。 R_{max} 、 R_{min} 和裂纹尖端张开位移 δ 都可以用 K_I 表示出来:

$$R_{max} = 0.155 \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (1)$$

$$R_{min} = 0.04 \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (2)$$

$$\delta = 0.5 \frac{K_I^2}{\sigma_Y E} \quad (3)$$

我们后面将看到 K_{Ic} 的大小是和开裂时要求一定的塑性区尺寸或裂纹尖端张开位移连系在一起的。

我们首先研究 K_{Ic} 和脆性解理过程的联系。

一 脆性解理断裂:

钢在低温下通常是以脆性解理的方式破坏的。脆性解理断裂通常包括成核和扩展两个阶段。首先由于裂纹前缘的塑性流动形成裂纹核^[5]。然后裂纹核在局部拉应力的作用下扩展。裂纹核的形成可以有各种方式: 例如由于滑移带受阻形成裂纹核^[6]; 由于在位错塞积的前缘产生应力集中形成裂纹核^[7]; 由于基体的塑性应变使粒子裂开成为裂纹核^[8]; 由于相交滑移面上的位错反应形成裂纹核^[9]等。从塑性流动, 裂纹核形成到裂纹核扩展这一系列断裂的过程决定了该种材料在这种断裂形式下断裂韧性的尺寸。是什么因素决定着这一解理过程呢? 近年来诺特^[10]对临界拉应力准则进行了比较深入的研究。他作了各种角度的退火软钢缺口试件的断裂试验^[11]。发现解理断裂首先是在缺口根部局部拉应力最高的地方产生的。并且总是在局部拉应力达到某个临界值 σ_f 时产生的。因此他得出确实是临界拉应力控制着缺口尖端脆性解理的过程。临界 σ_f 值成为材料脆性解理的一种参数。即塑性区尺寸 (或应力强度) 必须增加到产生足够的局部拉应力以扩展由某种显微组织所形成的裂纹核, 才能产生解理断裂。现在进一步要问裂纹前缘脆性解理所需要的临界拉应力 σ_f 大小又是由什么决定的呢? 有一些人从事脆性解理过程的研究, 他们从各自的裂纹成核模型出发建立起 σ_f 的数学表达式。目的是要把晶粒度, 碳化物厚度, 表面能等显微组织参数与 σ_f 联系起来。例如科垂耳^[9]从他的模型得出裂纹核失稳扩展的条件是:

$$\sigma_f \geq \frac{2G\gamma}{K_{Ic}} d^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

G 是剪切模量, γ 是表面能, d 是晶粒度, $K_{\frac{\sigma}{\sqrt{d}}}$ 是佩奇^[12]关系中的晶粒度系数, 代表在第一个晶粒屈服之后使邻近晶粒屈服所需增加的剪应力的的大小。再如史密斯^[13]从他的晶粒边界碳化物裂开的解理模型出发得出的断裂条件是:

$$\left(\frac{C_0}{d}\right) \sigma_F^2 + \tau_{eff}^2 \left[1 + \frac{4}{\pi} \left(\frac{C_0}{d}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\tau_i}{\tau_{eff}}\right]^2 \geq \frac{4E\gamma_p}{\pi(1-\mu^2)d} \quad (5)$$

C_0 是碳化物的长度, τ_{eff} 是有效剪应力, τ_i 是抵抗滑移的摩擦剪应力, γ_p 是基体表面能, μ 是泊桑系数。由于这些模型在本报告文集后面的文章中有详细的论述, 故这里只简单给出结果。从以上所述我们可以看到一些微观参数直接影响 σ_F 的大小。

裂纹前缘的局部最大拉应力可以从裂纹前缘的弹塑性分析得出, 从而可以把 K_{Ic} 和 σ_F 联系起来; 同时临界拉应力的的大小又和显微组织的状况, 和断裂的微观机理有着密切的联系。这样临界拉应力准则就在宏观的断裂韧性与微观的断裂机理之间建立起一座桥梁。从而把断裂的宏观参数与微观的参数联系起来。诺特^[14]经过大量的实验工作, 把一种晶粒度为 60 微米的高氮钢产生脆断所必需达到的局部最大临界拉应力确定为 8.5×10^{11} 达因/厘米², 然后假定最大拉应力是在塑性区中离裂纹尖端两个晶粒直径的地方达到的。从而得出 K_{Ic} 的理论计算结果, 与实验结果是比较吻合的。虽然对所做的假定还需要验证, 但是说明已经有了直接予测 K_{Ic} 的可能。当前借助显微组织的临界状况来说明 σ_F 已取得了很大的进展。现在正对一些显微组织如铁素体加晶粒边界碳化物、铁素体加球状碳化物、无碳板状马氏体、贝氏体等进行定量的描述。虽然理想的数学表达式还没有建立起来, 但朝着这一方向努力是很有希望的。

目前需要对脆性解理断裂的微观机制进行进一步的研究。一些问题还没有搞清楚。例如, 裂纹前缘的脆性解理过程究竟是成核控制的, 还是扩展控制的? 究竟是临界剪应力起主导作用还是临界拉应力起主导作用呢? 还有不同的看法。斯特罗斯^{[15][16][17]}的脆性解理模型就是成核控制, 临界剪应力起主导作用的。而科垂耳和史密斯的模型是扩展控制, 临界拉应力起主导作用的。诺特近来的工作也进一步肯定临界拉应力在解理断裂中所起的决定性作用, 但还需要作进一步的实验验证。另外, 局部屈服下的解理断裂机制与全面屈服下的解理断裂机制有什么区别, 目前的这些模型都没能考虑这些问题。

从上面的分析看出, 裂纹前缘的解理断裂是被局部拉应力所控制的。临界应力强度因子 K_{Ic} 是和局部拉应力达到某个临界值联系在一起的, 而这个临界值的大小又是由显微组织所决定的。在韧性断裂的情况下 K_{Ic} 又是和什么联系在一起呢?

二 韧性纤维断裂:

对于钢在中等的温度, 对于铝合金在一般的情况下断裂不是采取脆性解理的方式, 而是由于裂纹前缘空穴之间的聚集产生的。这些孔穴是由于围绕二相粒子基体的塑性变形引起的。这种破坏方式称为韧性纤维断裂。断面由尖点和韧窝构成。从孔穴的形成、孔穴的长大到孔穴聚集这一系列过程决定着在这种破坏方式中材料韧性的的大小。这里产生了与解理断裂同样的问题: 能不能把材料的宏观韧性值 K_{Ic} 与显微组织的微观特征联系起来呢? 决定韧性纤维断裂的决定性因素又是什么呢? 对于裂纹前缘韧性断裂的定量描述决定于两个方面:

一是对裂纹尖端钝化，孔穴长大的过程进行弹塑性变形的力学描述。二是选取适当的断裂准则，即选取决定断裂的临界参数。

已经提出过几种类型的韧性断裂的孔穴生长模型。如阿什比^[18]和布罗克^[19]的位错模型，麦克林托克^[20]、赖斯和特雷西^[21]、赖斯和约翰逊^[22]、特雷西^[23]、托马森^{[24][25][26]}的连续塑性模型。韧性断裂的连续模型一般有两个基本特点：第一，包含一个孔穴生长速率的表达式。第二，包含一个断裂准则。例如麦克林托克、赖斯等是以邻近孔横向生长到聚集，或孔穴与钝化裂纹聚集为断裂准则；而托马森是以孔穴之间的内颈缩造成失稳为依据。

赖斯和约翰逊^[22]的模型是以钝化裂纹与孔穴长大到聚集为断裂准则，这个模型给出了裂纹尖端张开位移 δ_i 与二相粒子半径 R_0 及二相粒子到裂纹尖端的距离 x_0 之间的关系。理论结果与 δ_i 的实验结果^[27]基本上是吻合的。如果二相粒子的形状越接近于模型所假定的二维情况，则试验与理论越符合。

托马森^[24]根据他的力学模型及孔穴之间内颈缩造成失稳的判断得出了材料的断裂韧性值和显微组织参数之间的关系：

$$\frac{K_{Ic}}{K\sqrt{3}} = \left\{ r_0 \left[4.62 \left(\frac{R_0}{\sqrt{3}K} \right)^{\frac{e_1-1}{1-e_1}} + 8.81 \tan \left(\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{V_p}{0.09} \right) \right) \right] \right\} \quad (6)$$

对于 $0.02 \leq V_p \leq 0.09$ 成立。式中 $2K$ 是流动应力， r_0 为裂纹尖端根部半径， e_1 为标称失稳应变， V_p 为二相粒子所占的体积比。这个公式正确地预计了材料的断裂韧性值随二相粒子所占体积比例的增加而降低。

从上述这些模型的分析中可以得出在韧性断裂的情况下影响裂纹尖端韧性的材料因素主要是二相粒子的稠密程度，粒子与基体的结合强度及材料的硬化能力。粒子与基体结合的越牢，二相粒子的间距越大，材料的硬化能力越强则韧性越高。汉恩和罗森菲尔德^[28]用简单的模型阐明了硬化能力的影响。他们从实验中观察到塑性区的宽度与 n^2 成比例， n 是加工硬化指数。模型给出的结果是：

$$K_{Ic} \propto \varepsilon_c^* n \sqrt{\sigma_y} \quad (7)$$

$$\text{或} \quad \delta_i \propto \varepsilon_c^* n^2 \quad (8)$$

ε_c^* 是临界断裂应变，依赖于形成孔穴的质点所占的体积比。这些公式与铝合金的试验结果相吻合，有助于我们解释在裂纹尖端韧性开裂时所要求的 COD 值。

从对韧性断裂微观机制的研究中我们看出，在韧性断裂的情况下临界应力强度因子是和某个临界应变值联系在一起。只有当塑性区中的应变达到这个临界值时，孔穴才能生长、聚集，从而造成韧性断裂。而这个临界应变值的大小是和二相粒子所占的比例，材料的硬化特性等与显微组织有关的参数决定的。

要把宏观的韧性参数与微观的显微组织参数定量的联系起来还要做大量的工作。上述的模型有的不能正确地确定孔穴的生长速率，有的不能正确地确定与显微组织临界状态有关的参数。因此还需要对韧性纤维断裂的微观机制进行深入的研究。实际上裂纹尖端的韧性断裂是一个很复杂的过程。除了孔穴聚集之外，还可能由于沿局部流动带的剪切分离而造成破坏。一些高强度材料的韧性不能提高就是受到这种剪切分离的限制，通常是由于在高应变时丧失了加工硬化的能力，使流动开始局部化，最后沿着局部流动带产生剪切断裂。因此也提

出了剪切断裂的韧性断裂模型，但是目前对剪切分离的机制还不清楚。此外高温蠕变所引起的晶间蠕变断裂也是重要的课题。对近来提出的扩展生长模型^[20]还要作进一步的研究。

通过上述分析，我们对裂纹前缘的断裂过程有了一个总的认识。如果是脆性解理断裂，它是被塑性区中临界拉应力的的大小所控制。如果是纤维断裂，它是被塑性区中的临界应变值所控制。一个裂纹终究取什么形式的断裂，将取决于哪一个临界值首先达到。例如同样的材料在平面应变的情况下，由于裂纹尖端三轴张力的存在，产生很高的局部拉应力，因此倾向于解理断裂。而在平面应力的情况下倾向于纤维断裂。

三 单调加载下的稳态裂纹扩展问题

对于完全脆性的材料，即格里菲斯所研究的情况，只要载荷达到一个临界值，裂纹就会产生失稳扩展，造成结构破坏。对于钢和很多其它的材料，在使用中的破坏情况并非如此。通常包括三个阶段：

1. 在应力集中处（缺陷或予裂纹尖端）开裂。
2. 裂纹扩展以稳态的方式进行。
3. 最后产生失稳的快速裂纹扩展。

这意味着在开裂以后，材料的裂纹扩展阻力还会随着裂纹的扩展渐渐地增加，直至达到一个临界值才造成最后的破坏。

在这种情况下， K_{Ic} 和 δ_I 是相应于开裂时的韧性值。然而在工程上常常有这样的情况，即根据 K_{Ic} 或 δ_I 设计出来的使用应力过低，以致在实际上办不到（例如在薄板或中等厚度板的情况下）。设计者感兴趣的是在什么程度上可以增加外加应力而不引起结构的破坏。即需要知道可能达到的最大载荷或最大位移是多少。因此在单调加载下的亚临界裂纹扩展也成为断裂力学研究的一个重要方面。

在实验中确实观察到开裂以后的亚临界裂纹生长。在线弹性的情况下，对于中等厚度的试件在单调加载下的亚临界生长是和双重新裂模型联系在一起的。在试件的中心是平面应变型的平断区，试件边缘是平面应力型的斜断区（剪切唇）。在这种情况下， K_{Ic} 或 δ_c 是和开裂时中心的平断区相联系的。当继续加载时，在断面中心裂纹前缘以凿隧道的方式向前扩展，而把尾随的未断的边缘韧带留在后面，由于剪切韧带的产生增加了对裂纹生长的抗力。在充分塑性的情况下，实验观察到亚临界裂纹生长可以达到初始裂纹尺寸的一半。裂纹前缘塑性的产生是试件产生韧性的原因，随着裂纹扩展塑性应变在裂纹前缘的累积就成为材料韧性增加的原因。

亚临界裂纹扩展的分析是一个十分困难的问题。一方面是由于塑性区随裂纹尖端的移动及裂纹前缘的三维特征给力学分析带来很大的困难。另一方面是由于亚临界裂纹生长的机理至今还不清楚。关于裂纹的稳态扩展已经有了一些模型。科垂耳^[30]用平面应变韧性模型，藉助于位错沿与拉伸轴成45°的滑移线向材料中发射来描述裂纹扩展。在他的模型中裂纹尖端保持尖锐。而赖斯^[31]的宏观塑性模型考虑了裂纹尖端附近的有限变形。把裂纹扩展直接与裂纹钝化联系起来，把裂纹钝化看作是产生高值 K_{Ic} 的原因，这两种模型之间的矛盾有待对稳态扩展过程进一步研究才能加以解决。稳态裂纹生长的判据也是一个重要的问题。在麦克林托克和欧文^[32]的模型中所采用的判据是在扩展裂纹前缘的某个小距离内要连续维持

临界塑性应变。当塑性应变达到这个临界值时裂纹就向前扩展一个小的距离，当继续加载裂纹前缘又达到此临界值时，裂纹又继续扩展。直至达到失稳破坏。近年来，安德森⁽³⁶⁾把有限元分析用到裂纹稳态扩展的研究上。他采用的是临界张开角准则。当裂纹前缘单元之间的张开角达到某个临界角度时，裂纹就向前扩展一个单元。这时裂纹尖端张开角减小。只有当继续加载使新的裂纹尖端张开角度又达到临界值时，裂纹又扩展一个单元。这些判据的正确与否及临界参数的确定只有对裂纹稳态扩展机理进行深入研究才能加以解决。我们的目的是要定量地描述稳态裂纹生长过程。把初始 δ_i 和失稳时的 δ_{max} 联系起来，或者把开裂时的 K_{I0} 与最大载荷下的韧性值连系起来。把影响稳态裂纹生长过程的各种微观因素搞清楚。这对我们进行工程设计，指导断裂韧性试验，从理论上阐述裂纹扩展阻力曲线，选取和设计抗断裂材料都是非常重要的。下面转向对疲劳问题的论述。

疲劳研究概貌及提出的一些微观问题

断裂力学的发展，材料韧性参数的确定，对防止工程结构的脆断起了重要作用。但是结构还可能在疲劳载荷的作用下产生亚临界裂纹扩展，导致结构破坏。实践证明大多数工程结构的破坏，例如飞机结构的破坏是由于疲劳载荷引起的。因此疲劳问题的研究具有十分重要的意义。

工程上认识疲劳问题已有一百多年了，但长期以来对疲劳的本质了解得很少。在长期实践基础上总结出来的一些公式：如指数规律的应力与寿命关系；科芬——曼森⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾的应变与寿命的关系；迈因纳⁽³⁶⁾的线性累积损伤公式；甚至近年来的藉 助应力强度因子表示的帕里斯⁽³⁷⁾裂纹扩展速率公式都是建筑在经验的基础上的。由于这些公式缺乏物理的和力学的基础，因此应用就受到限制。

最早人们以为疲劳是一个材料性质逐渐变坏的过程，因而产生了早期的累积损伤概念。五十年代以后对疲劳破坏的过程作了大量的冶金和金相的观测。当然这些观测起源于1903年尤因和汉弗莱⁽³⁸⁾最早所作的观察。在1950年对光滑试件疲劳损伤所进行的详细金相研究，首先给出了疲劳过程的清楚图片。认识到疲劳基本上是一个从裂纹成核到裂纹扩展的过程。托马森⁽³⁹⁾的工作表明：对于光滑试件可鉴别的裂纹扩展寿命可以占到总寿命的90%以上。克雷格⁽⁴⁰⁾最早进行了电子显微镜观测，发现疲劳裂纹可以在寿命的更早期出现。福赛思⁽⁴¹⁾所作的工作得出裂纹扩展包括两个阶段：在最大剪应力方向的Ⅰ阶段生长，通常是由晶面和剪应力所控制的微裂纹生长过程；Ⅱ阶段裂纹生长，这是垂直于最大主应力方向的宏观裂纹生长过程。史密斯⁽⁴²⁾得出在高应力低周疲劳的情况下，Ⅰ阶段生长占主导地位。在低应力高周疲劳的情况下，Ⅱ阶段生长占主导地位。并得出疲劳断面上的条痕是Ⅱ阶段裂纹扩展的结果，它是由于裂纹尖端的宏观塑性流动引起的。

五十年代和六十年代初期所作的冶金的和金相的研究得到了更清楚的疲劳破坏的物理过程。原来疲劳破坏基本上是一个裂纹扩展的过程。首先由于局部晶粒中的反复滑移而形成裂纹核。然后是从微裂纹向宏观裂纹的扩展，直至最后破坏。由于对疲劳的机理有了进一步的认识，加上六十年代断裂力学的兴起和发展给了疲劳研究以有力的武器。因而疲劳的研究也有了很大进展。特别是在Ⅱ阶段裂纹扩展的机理和规律方面的研究取得了较大的成绩。后

面我们将看到，原来应力——寿命公式，科菲——曼森公式，迈因纳公式，帕里斯公式都可以从裂纹扩展的模型中推导出来。这是三十多年以来疲劳研究工作所取得的主要进展。下面按疲劳过程的各个阶段阐明疲劳研究的概况和提出的一些微观问题。

(一) 疲劳裂纹成核阶段：

材料或结构为什么会在远远低于屈服应力的循环载荷作用下产生疲劳破坏呢？这个问题吸引着很多人从事疲劳机理的研究。特别是在五十年代和六十年代初很多人把注意力集中在裂纹成核阶段，当时误认为裂纹成核在疲劳破坏中占据最主要的阶段，因而对裂纹扩展阶段重视不够。普卢姆布里奇和赖德^[43]在1969年对这一方面的工作作了一个总结。

金属在受到循环加载时，首先观察到在位于金属表面的一些晶粒中产生滑移线。这些滑移线不象静载下那样散布在晶粒中，而是集中在很狭窄的地区。这些滑移开始时近似地随着载荷的反复而反复。但在进一步的循环加载中，回复作用减弱了，相邻的滑移面上累积着符号相反的范性表面位移。进而产生挤出。在韧性金属疲劳期间都在滑移带中检测到挤出效应。这些挤出可以达到10微米宽和10微米长，但厚度只有0.1微米。与挤出相对的挤入的产生在试件的表面形成一个微观的缺口，成为疲劳源。有时疲劳源也可能在薄弱的晶粒边界产生，对于高强度的材料也可能在二相粒子或夹杂处形成。

为什么在循环加载下的滑移线会集中在晶粒中的狭窄地区，而不象静载下那样在晶粒中散开呢？为什么这种滑移具有不可逆的特点以致产生整片的挤出或挤入呢？对这种现象有各种各样的猜测和解释，从而相应地建立起各种各样的模型。科垂耳和赫尔^[44]提出了交替滑移产生挤出挤入的机理。假定晶体在面心立方晶体中四个滑移平面中的两个相交滑移面上交替滑移。每一循环引起一个挤出和一个挤入。挤出和挤入随着以后的循环加载不断生长。这个模型不能解释为什么在体心和密集六角金属中也可以产生挤出和挤入。福赛思^[45]提出由于与空穴原子或过剩原子联系在一起的位错攀移造成挤出和挤入的机理。但是他不能解释为什么温度低到4°K还有滑移及挤出和挤入产生。莫特和梅^[46]、麦克沃里和梅钦^[47]、托马森^[48]提出了由螺型位错或刃型——螺型位错相互作用的机理产生挤入和挤出。为了提出这些模型同时对滑移带中的位错组态进行了大量的观察。伍德^[49]提出的模型最简单。他把金属的滑移层比做一付纸牌，在循环加载下由于在不同平面上引起不同量的净滑移而产生波峰和波谷。这个模型不能解释为什么在交变应力作用下，滑移应该连续地以致单调地加深波峰与波谷。1969年美籍中国科学家林同华提出了一个新的想法^[50]。他根据滑移是由剪应力分量引起的事实，分析了由于滑移引起的塑性应变所产生的应力场，提出了一个由于滑移带两侧初始应力不均匀，从而造成两个相邻滑移面向相反方向不可逆移动的机理。称为疲劳裂纹成核的微力学理论。这个理论不仅成功地解释了一些滑移现象，而且用数值计算的方法计算了成核所需要的周数。因此有进一步深入研究的价值。裂纹成核的奥秘还需要进一步揭开。

疲劳极限的存在也是一个引人入胜的问题。为什么有的材料如铁素体钢有明确的疲劳极限，有的却没有？疲劳极限的意义是什么，它是否真的存在？通常认为铁素体钢有明确的疲劳极限，这是由于碳原子和氮原子存在所产生的位错钉扎效应，因此只有当剪应力超过一定的临界值时才能开始滑移所造成的。也有的人认为当裂纹尖端的应力强度因子不足以产生裂纹延伸所必需的范性流动时，就会出现疲劳极限。这时滑移带裂纹局限在孤立的晶体内部，不

能扩展到邻近的晶粒中去。因此疲劳极限是代表裂纹成核，还是代表滑移带裂纹扩展到晶体外部所需要的应力？对这个问题还是有争论的。

对成核过程的研究，不仅是了解疲劳本质所需要的，对于提高材料的抗疲劳性能，选择和设计新型的抗疲劳材料也有很大的意义。从成核机理可以得到凡是能够增加对滑移抗力的因素通常都能增加疲劳强度。例如金属及合金的疲劳强度可以通过任何冶金硬化过程而增加；晶粒度降低可以增加材料对塑性变形的抗力，可以阻止微裂纹扩展到晶粒之外，因此金属的疲劳强度随晶粒度减小而增加。晶粒细化工艺通常可以增加疲劳强度；由于微裂纹的形成和发展是循环塑性应变的结果，所以主要依赖于循环剪应力分量。但附加的平均压应力可以阻止微裂纹张开，并阻止其发展到宏观阶段。所以表面残余压应力对疲劳强度是有利的。喷丸工艺可以产生表面残余压应力并使镶嵌块细化因此可以增加疲劳强度。碾压工艺可以产生更深层的表面残余压应力，并使晶粒细化，因此可以增加疲劳强度。通过改变组织成份，并采用适当的工艺以增进材料的抗疲劳性能，是疲劳理论应用的一个重要方面。而这些是和疲劳机理的研究分不开的。

自从金相观测发现疲劳裂纹可以在疲劳寿命的早期出现以后，人们的注意力渐渐地转到疲劳裂纹扩展上。

(二) 疲劳裂纹扩展阶段

疲劳裂纹扩展通常分为切变型的Ⅰ阶段裂纹扩展和正变型的Ⅱ阶段裂纹扩展。通常把Ⅰ阶段称为微裂纹生长。Ⅱ阶段称为宏观裂纹生长。疲劳裂纹由于挤入的形成而成核以后，就转向Ⅰ阶段扩展。由于这一阶段的实验观测既困难又费力，所以对这一阶段的扩展机制还了解不多。根据裂纹只沿着活动滑移面这一事实，可以假定裂纹的延伸一般是以切变为主的一种滑动过程。由于在一些金属Ⅰ阶段断口表面附近观察到很小的位错胞状结构，表明在裂纹尖端出现了剧烈的范性形变。由于没有发现微组织异常，因此有人认为Ⅰ阶段裂纹扩展也是由范性形变控制的过程。另外Ⅰ阶段裂纹扩展对显微组织比较敏感，因此裂纹前缘的缺陷，如夹杂物很可能加速裂纹的生长。这一阶段的研究只有继续进行大量的实验观测，才能建立起相应的模型。由于Ⅰ阶段扩展主要是剪应力控制的滑动过程，所以林同华教授的裂纹成核的微力学理论也许能用到这一阶段上来。

Ⅱ阶段裂纹扩展是目前重兵猛攻的场所。虽然这一阶段的实验观测也很困难，因为必须对裂纹尖端的局部情况进行观察，而有意义的尺寸只有几个微米的数量级。但是总比对第Ⅰ阶段的观测要容易的多。因此这一阶段的研究取得了较大的成绩。不断有裂纹成长机理的新的报道和新的力学模型提出来。

如果把裂纹扩展速率的资料画在以 $\log(\Delta K)$ 为横坐标，以 $\log(da/dN)$ 为纵坐标的图上，发现所有的数据近似落在一条直线上。因此可以得出 da/dN 与 ΔK 之间有指数形式的关系：

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (9)$$

这就是1964年帕里斯给出的经验关系。但是更仔细地研究发现对数形式的裂纹扩展曲线实际

上不是直线,而是呈S形的曲线。在中等应力强度区域近似呈直线, m 在2到4之间。在低 ΔK 值范围有门槛值存在。这时 $da/dN = 0$, $\log(da/dN) = -\infty$ 。在高 ΔK 值范围,当 K_{max} 接近 K_{Ic} 时,生长速率显著加快, m 值也增大了。根据这些结果麦克沃里^[51]修正方程(12)给出:

$$\frac{da}{dn} = \frac{4A}{\pi\sigma_Y E} \left(\Delta K^2 - \Delta K_{th}^2 \right) \left\{ 1 + \frac{\Delta K}{K_{Ic} - K_{max}} \right\} \quad (10)$$

这个公式也同样属于经验性质的。把裂纹扩展规律的研究建立在科学的基础之上,是在考虑了裂纹前缘的局部断裂过程以后开始的。Ⅰ阶段裂纹扩展的一个最主要的特征是在电子显微镜下所观察到的条痕的形成。Ⅰ阶段裂纹的延伸是裂纹尖端材料不可逆范性分离的结果。应力的拉伸分量用来拉开裂纹表面,造成裂纹尖端纯化。剪应力分量则用来产生新的表面滑移。在拉伸载荷期间裂纹向前扩展一个小的距离,在压缩期间由于不可逆的塑性流动就在断口的表面留下一个条痕。另外,Ⅰ阶段裂纹扩展对显微组织不敏感(在中等应力强度范围)。对于各种显微组织的材料试验数据落在同一个分散带内。这也说明Ⅰ阶段裂纹扩展是由材料宏观的连续力学性质所控制的。从此就把Ⅰ阶段裂纹扩展的研究建筑在裂纹尖端弹塑性分析的基础上。

托姆金^[52]根据裂纹扩展的条痕变形机理,分析了在充分屈服情况下的裂纹扩展。假定每周的裂纹扩展是在拉应力期间产生的,其数值的大小与形成的新的裂纹表面的大小成比例。而新裂纹表面的大小可以根据裂纹前缘的塑性流动计算出来,进而得出裂纹扩展的大小。对于具有指数形式循环应力应变关系的金属推出了以下的关系:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\pi^2}{8\sqrt{2}} \left(\frac{K}{2\sigma_Y} \right)^2 \frac{\Delta\epsilon_p^{(2\beta+1)}}{(2\beta+1)} \cdot l \quad (11)$$

K 和 β 是循环应力应变关系中的系数和指数($\Delta\sigma = K\Delta\epsilon_p^\beta$), σ_Y 是流动应力, l 是裂纹长度。我们看到裂纹扩展速率与裂纹长度成比例,这与经验是符合的。将公式稍加变化可以写为:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\pi^2}{32\sqrt{2}} \cdot \frac{\Delta K^2 \cdot \Delta\epsilon_p}{\sigma_Y^2 (2\beta+1)} \quad (12)$$

由(12)得出裂纹扩展速率与 $\Delta K^2 \Delta\epsilon_p$ 成比例, ΔK 是循环应力强度范围。这个估计也是正确的。将裂纹生长从 l_0 到 l_f 积分就给出从 l_0 生长到 l_f 的寿命:

$$\Delta\epsilon_p N_f^{1/(2\beta+1)} = \left[A \cdot \left(\frac{\sigma_Y}{K} \right)^2 \cdot \ln \left(\frac{l_f}{l_0} \right) \right]^{1/(2\beta+1)} \quad (13)$$

≅ 常数

这就是著名的科菲——曼森公式。如果用 $\Delta\sigma$ 代替方程(11)中的 $\Delta\epsilon_p$, 就可以推出应力与寿命的指数关系。在这里我们看到从裂纹扩展的条痕机理推出了应变与寿命,或应力与寿命之间的经验关系。

大多数疲劳试验是在低于屈服应力的情况下进行的。在这种情况下,裂纹前缘的塑性区很小,被周围弹性变形的基体所包围。处理小范围屈服裂纹扩展的模型同样建立在弹塑性分

析的基础上。但是有两种不同的思路。一些模型是基于经典的累积损伤思想，假定裂纹前缘损伤累积达到某个临界值就产生裂纹生长。在这种模型中不一定每周都有裂纹扩展产生。另一些模型是根据裂纹尖端的不可逆塑性流动得出的。托姆金对充分屈服情况下所作的分析也属于这一范畴。这种模型与裂纹尖端的张开位移结合在一起，似乎更有物理基础。

赫德^[63]假定当裂纹前缘循环硬化达到临界断裂应力时就产生裂纹扩展，并得出：

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\beta \sigma_u^2 l}{12E(\sigma_u - \sigma_y)\sigma_y} \quad (14)$$

β 是加工硬化指数， σ_u 是极限应力， σ_y 是流动应力。

威特门^[64]等人假定裂纹前缘的位移累积达到临界值就产生裂纹扩展，并得出：

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\Delta K^4}{2\gamma G \sigma_y^2} \quad (15)$$

γ 是塑性功项。

麦克林托克^[65]等人假定裂纹前缘可逆塑性应变达到临界值就产生裂纹扩展，并得出：

$$\frac{dl}{dN} = 7.5 \left(\frac{\epsilon_y}{\epsilon_f} \right)^2 \frac{D^2}{\rho} \quad (16)$$

ρ 是裂纹尖端半径， D 是最大塑性区尺寸， ϵ_y 是流动应变， ϵ_f 是断裂应变。

以上模型属于第一类累积损伤型式的模型。拉德纳^[66]的模型属于第二类模型。是基于对裂纹前缘的运动分析得出的。在充分屈服的情况下，由于裂纹前缘剪切滑移带的有限宽度使新产生的裂纹表面的数值小于裂纹张开位移。而在小范围屈服的情况下拉德纳假定新裂纹面的数值等于裂纹尖端张开位移，并得出：

$$\frac{dl}{dN} = \text{CTOD} = \frac{\Delta K^2}{4E\sigma_u} \quad (17)$$

我们看到，从裂纹前缘的弹塑性分析得出了帕里斯的裂纹扩展经验公式。这些模型都有其不足之处。例如方程(14)，(15)，(17)都予计裂纹扩展速率与流动应力或极限应力成反比，这与实验不符。方程(17)没有考虑弹性区约束使裂纹生长量小于CTOD的效果。在这些模型中都作了相应的假定，这些假定是否符合实际有待进一步研究。而且这些模型充其量只考虑了材料的连续介质特性。对于二相粒子，孔穴等显微组织的作用没有加以考虑。而事实上这些因素是有影响的，特别是在低 ΔK 区和高 ΔK 区影响更为显著。所以一个理想的裂纹扩展模型的建立，不但要对条痕变形的机制进行进一步研究，而且要把显微组织的影响考虑在内。下面就考虑在高 ΔK 区和低 ΔK 区出现的一些问题。

在高 ΔK 区，裂纹扩展显著加速， m 值显著提高。裂纹扩展速率对平均应力、试件厚度、显微组织的敏感性也显著增加了。特别是在低韧性的材料中这些现象更加显著。经过大量的实验观测，发现这是由于在正常条痕模型的基础上叠加了‘单调’断裂模型的结果，如解理裂纹、晶间裂纹、微孔聚集等。理查德^[66]在硅铁中，皮尔逊^[67]在C、钢中都观察到条痕形成与解理裂纹联合作用产生疲劳裂纹扩展。发现解理面所占的比例随 K_{\max} 的增加而增加。有人在韧性钢和非铁素体合金中发现在条痕形成的同时伴随有由韧窝形成的纤维断裂。

在由于脆化使晶粒边界削弱的情况下，则在条痕形成的同时伴随有晶间断裂。由于这些附加的模型或者对最大拉应力很敏感，如解理和晶间裂纹；或者对静水分量很敏感，如空穴聚集，所以在这些机理起作用的地方，疲劳裂纹生长对平均应力水平和试件厚度的依赖性就增加了。现在的问题是要搞清楚这些附加的断裂与条痕断裂相互作用的机制。并且要求定量地描述这些附加的断裂对裂纹扩展速率的影响。例如诺特建议把赖斯^[22]的孔穴生长与钝化裂纹聚集的模型用到疲劳裂纹扩展上。计算在给定应力水平下的平均孔穴直径，孔穴所占的面积，从而有可能定量地给出由于韧窝所产生的裂纹生长量。但是目前这方面的工作还作的太少。

在低 ΔK 范围内，疲劳裂纹扩展速率也对显微组织敏感起来。近年来，对低应力强度度下的疲劳裂纹生长的研究也成为很有趣的课题。这一方面是因为疲劳裂纹生长门槛值是一个抗疲劳设计很有用的概念。另一方面是因为裂纹构件寿命的大部份花费在这个阶段，因此对寿命估算有重要的意义。此外，因为在这一区域裂纹生长速率对显微组织很敏感，所以通过显微组织的改变来影响裂纹生长速率也最有希望。为什么在这一阶段裂纹生长速率又对显微组织敏感起来了呢？门槛值存在的原因和物理意义是什么呢？有人认为在中等 ΔK 区域和在低 ΔK 区域是两种不同的生长模型在起作用。两者之间的过渡被裂纹尖端塑性区的尺度与显微组织同数量级所控制。在中等 ΔK 区，由于裂纹前缘塑性区比显微组织的尺度大，因而材料的连续性质起主要作用。裂纹扩展很可能是被连续力学，如裂纹尖端的范性形变所控制的。当应力范围低到裂纹前缘塑性区与显微组织同一个尺度时，材料的不连续性质，如晶粒边界，夹杂物，不连续的滑移系统等就开始起作用了。在这种情况下只能得出不连续的裂纹生长，最终导致门槛值。这种想法是否符合实际有待实验观测。也有人认为门槛值代表着每周一个点阵跨距（ $10^{-6} \sim 10^{-7}$ 毫米/周）的裂纹生长速率，因为低于一个点阵跨距的裂纹生长无法发生。但是这种说法不能解释为什么某些材料在达到门槛值时的速率比这个值要高？

以上的叙述都是对常幅疲劳试验而言的。而结构在实际中受到的载荷往往是变幅的，带有随机性质的。在变幅加载下，由于应力之间的相互作用使裂纹扩展规律大为改观。众所周知的超载停滞效应就是最典型的例子。目前除了一些简单的模型和工程上的处理办法以外，对变幅加载下应力之间相互作用的微观机制还研究的不多。关于超载停滞效应的研究目前正在国内外展开。这些问题的解决对裂纹扩展规律的实际应用有重要的意义。

材料在循环载荷和腐蚀环境共同作用下所产生的破坏，即所谓腐蚀疲劳更是力学因素与物理化学因素相互作用的典型代表，本身可以做为一个专门的问题加以研究。不在此一一叙述了。

总 结

从上面的叙述可以看出，断裂力学和疲劳的研究提出了大量的微观问题，从大的方面可归纳如下：

1. 脆性解理断裂的微观机制，宏观韧性参数与显微组织的联系。
2. 韧性纤维断裂的微观机制，宏观的韧性参数与显微组织的联系。

3. 单调加载下的亚临界裂纹生长机制。各种微观因素对亚临界裂纹生长的影响。开裂时的韧性值与失稳扩展时的最大韧性值之间的关系。

4. 疲劳裂纹成核，挤出挤入产生及向 I 阶段剪切裂纹转化的微观机制及影响因素。

5. 门槛值的物理意义，在低 ΔK 范围内裂纹扩展速率对显微组织敏感的原因。

6. 条痕产生的物理机制及附加的单调断裂的作用机制。

断裂和疲劳为力学工作者，物理工作者，冶金工作者提供了广阔的研究领域。近年来由于人们对断裂和疲劳本质的认识步步加深，因而促进了断裂力学和疲劳研究的发展。断裂力学和疲劳研究的进一步发展，一方面有待于力学分析的进一步完善，另一方面依赖于对断裂及疲劳过程进行深入的研究，以提供更清楚的物理背景。

参 考 文 献

1. A. A. Griffith, Phil. Trans. Roy. Soc. A., 221, P. 163(1921)
2. Orowan, E., Trans. Inst. Engr. Shipbuilders Scotland, 89, 165(1945)
3. Irwin, G. R., 9th Inter. Congr. Appl. Mech., VIII, paper 101 (I), University of Brussels, 245(1957)
4. Tracey, D. M., Ph. D. Thesis, Brown University, 1973 and RICE, J. R., Third International Congress on Fracture, Munich, 1973, paper I-441.
5. Low, J. R., Symposium on Relation of Properties to Microstructure, ASM, 1954, 163.
6. Zner, C(1948) In "Fracture of Metals" pp3—31 ASM, Cleveland.
7. Smith, E., Proceedings of the Conference on "The Physical Basis of yield and Fracture", Inst. of Physics and Phys. Soc., 1966, 36.
8. Lindley, T. C., OATES, G. and Richards, C. E., Acta Met., 18, 1973, 1127.
9. Cottrell, A. H., Trans. Am. Inst. Min. Metall. Petrol. Engrs, 212, 192 (1958)
10. Knott, J. F., Fundamentals of Fracture Mechanics P. 180~184.
11. Knott, J. F., J Iron Steel Inst., 204, 104(1966).
12. Petch, N. J., J Iron Steel Inst., 173, 25(1953).
13. Smith, E., Proc. Conference Physical Basis of Yield and Fracture, 36, Inst. Phys. Soc., Oxford(1966).
14. Knott, J. F., Fundamentals of Fracture Mechanics P226~230
15. Stroh, A. N., (1954) Proc. Roy. Soc (London) ser. A223, 404
16. Stroh, A. N., (1955) Proc. Roy. Soc (London) ser. A232, 548
17. Stroh, A. N., (1957) Advan. Phys. 6. 418
18. Ashby, M. F., Work Hardening of Dispersion-Hardened Crystals, Phil. Mag., 14, 1157, 1966

19. Brock, D., A Study on, Ductile Fracture, National Aerospace Laboratory the Netherlands, Publication NLR TR 71021 U, 1971
20. McClintock, F. M., Int. Jnl. Fracture Mechanics, 4, 101(1968)
21. Rice, J. R., and Tracey, D. M., J. Mech. Phys. Solids 17, 201(1969)
22. Rice, J. R. and Johnson, M. A., "Inelastic Behaviour of Solids" edited by M. F. Kanninen et al McGraw Hill, New York 1970. 641
23. Tracey, D. M., Strain-Hardening and Interaction effects on the Growth of Voids in Ductile Fracture, Eng. Fract. Mech. 3, 301, 1971
24. Thomason, P. F., A Theory for Ductile Fracture by Internal Necking of Cavities, J. Inst. Metals, 96, 360, 1968
25. Thomason, P. F. A Theory for The Effects of Strain-Rate sensitivity on Ductile Fracture, Met. Sci. Journ., 3, 139, 1969.
26. Thomason, P. F. "A Critical Assessment of Plastic Hole-Growth Mechanisms of Ductile Fracture. Proceeding Fracture Mechanics edited by G. C. Sih et al.
27. Green, G., Smith, R. F., Knott, J. F., "Mechanics and Mechanisms of Crack Growth". Cambridge, 1973,
British steel corporation, 58
28. Hahn, G. T. and Rosenfield, A. R., A. S. T. M, STP 432, 1968, 5.
29. RAJ, R. and Ashby, M. F., Acta Met., 23, 1975, 653
30. Cottrell, A. H. The Tenksbury lecture. "Mechanics of Fracture", University of Melbourne (1963)
31. Rice, J. R. and Johnson, M. A. "Inelastic Behaviour of Solids", Ed. M. F. Kanninen et al., McGraw-Hill, New York, P. 77(1970)
32. McClintock, F. A. and Irwin, G. R. 1965, in "Fracture Toughness Testing and Its Applications", ASTM—STP—381, Philadelphia, P84
33. Andersson, H. 1973, Ph. D. Thesis, Lund Technical University.
34. S. S. Manson, Experimental Mechanics, Vol. 5, 193 (1965)
35. Coffin, L. F. Jr. Transactions ASME, Vol. 76, 931 (1954)
36. Miner, M. A. "Cumulative damage in Fatigue" J. Appl. Mech. 12 (1945) A—159
37. Paris, P. C. "The Fracture Mechanics Approach to Fatigue" P. 107. Proc. 10th Sagamore Army Mater. Res. Conf., 1964
38. Ewing, J. A. and Humfrey, J. C. W. "Fracture of Metals under Repeated Alternations of Stress" Phil. Trans. Roy. Soc. A200(1903)241.
39. Thompson, N. 1959, Fracture, ed Averbach P354
40. Craig, W. J. "An Electron Microscope Study of the Development of Fatigue Failures", Proc. Amer. Soc, Test, Mat. 52(1952)877

41. Forsyth, P. J. E., 1961, Crack Progaqation Symposium (Cranfield) P. 76
42. Laird, C. and Smith, G. C. 1962, philo Mag. 7.847
43. Plumbridge, W. J. and Ryder, D. A. The Metallography of Fatigue, Met. Rev, 136 The Metal and Metallurgy Trust (1969)
44. Cottrell, A. H. and Hull, D., Proc. Roy. Soc., A242, 211(1957)
45. Forsyth, P. J. E., A. S. T. M. Publication No. 927, P. 21 (1959)
46. May, A. N., "Metallurgy-a Model of Metal Fatigue" Nature, Vol. 185, P. 303, 1960
47. McEvily, A. J., et al "Critical experiments on the Nature of Fatigue in Crystalline materials" Proc. Int. Conf. on the Atomic Mechanisms of Fracture, 1959
48. Thompson, N., "Some Observation on the Early Stages of Fatigue Fracture" , Proc. Int. Conf on the Atomic Mechanisms of Fracture, 1959
49. Wood, W. A., "Mechanisms of Fatigue", Fatigue in Aircraft Structures, Academic press, P1-19, 1956
50. Lin, T. H. and Ito, Y. M., "Mechanics of a Fatigue Crack nucleation" , J. Mech. Phys. Solids. Vol 17 P 511-523. 1969.
51. McEvily, A. T., "Microstructure and Design of Alloys" Cambridge, 1973, Iron and Steel Inst./Inst. of Metals, 2, 204
52. Tomkins, B. "Plastic and Elastic—plastic modes for Fatigue Crack Growth" Mechanics & Mechanisms of Crack Growth, 1973
53. Head, A. K., 1953, Phil. Mag. 44. 925.
54. Weertman, J, 1965, Proc. 1 st. Int. Conf. on Fracture, (Sendai), P1157
55. McClintock, F. A, 1962, Fracture of Solids, (Interscience) P. 65
56. Lardner, R. W, 1968, Phil. Mag. 17; 71.
57. Richards, C. E., Acta Met., 19, 583 (1971)
58. Pearson, S., R. A. E. Tech. Rep., 68232, (1968)
59. Plumbridge, W. J., J. Mat. Sci. 7 (1972) 939