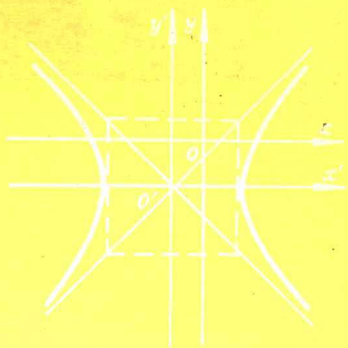


全日制十年制学校高中课本



# 数学习题解答

(二)

徐永平

黑龙江科学技术出版社

全日制十年制学校高中课本

# 数 学 习 题 解 答

第 二 册

徐 永 平

黑龙江科学技术出版社

一九八二年·哈尔滨

全日制十年制学校高中课本

**数学习题解答**

第二册

徐永平

---

黑龙江科学技术出版社出版

(哈尔滨市南岗区分部街28号)

佳木斯印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行

开本787×1092毫米1/32·印张7·字数142千字

1982年2月第一版·1982年2月第一次印刷

印数：1—115,000册

---

书号：13217·023      定价：0.62元

(教师用书)

## 出版说明

我们组织编写的《全日制十年制学校高中课本·数学习题解答》，共分四册，分别解答《全日制十年制学校高中课本·数学》一至四册中的全部“习题”与“复习题”。本书是其中的第二册（所用课本为1979年6月第1版，1980年11月第2次印刷的版本）。

为了更好地帮助教师进行教学研究，提高教学质量，我们在编写本书时，注意了以下两点：

一、各题的解答，均严格地以课本中相应的基础知识为依据，个别题的思考方法或依据的基础知识，如未见于课本，则作了说明。

二、凡经判断确系课本原题中的误漏，都加※号作了改正或说明。

本书主要供中学数学教师在教学中参考。使用全日制十年制学校高中课本的业余学校、职业高中、广播函授中学、部队文化学校、技工学校的数学教师，亦可参考使用。

# 目 录

## 第五章 空间图形

习题一	( 1 )
习题二	( 5 )
习题三	( 9 )
习题四	( 13 )
习题五	( 21 )
习题六	( 25 )
习题七	( 31 )
习题八	( 36 )
习题九	( 40 )
习题十	( 45 )
习题十一	( 52 )
习题十二	( 56 )
习题十三	( 60 )
习题十四	( 64 )
习题十五	( 68 )
习题十六	( 73 )
复习题五	( 80 )

## 第六章 二次曲线

习题十七	(101)
------	-------

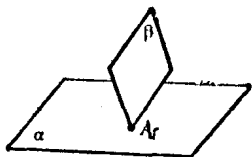
习题十八	(106)
习题十九	(113)
习题二十	(124)
习题二十一	(133)
习题二十二	(142)
复习题六	(152)

### 第七章 极坐标和参数方程

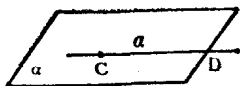
习题二十三	(178)
习题二十四	(189)
复习题七	(198)

## 习 题 一

1. 如图所示, 说平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  只有一个公共点  $A$  (图甲); 直线  $a$  不全在平面  $\alpha$  内 (图乙)。这样说法对吗? 为什么?



甲



乙

答 都不对。由图甲可见, 平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  有一个公共点  $A$ , 根据公理 2, 平面  $\alpha$ 、 $\beta$  必相交于过点  $A$  的一条直线, 这条直线上的所有的点都是平面  $\alpha$ 、 $\beta$  的公共点。又由图乙可见, 直线  $a$  上有  $C$ 、 $D$  两个点在平面  $\alpha$  内, 根据公理 1, 直线  $a$  上的所有的点都在平面  $\alpha$  内, 也就是说直线  $a$  在平面  $\alpha$  内。

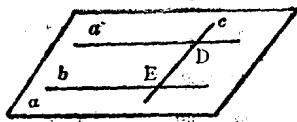
2. 为什么独轮车要安上两只撑脚? 而有的自行车后轮旁只安装一只撑脚?

答 独轮车的轮和两只撑脚与地面恰有三个不在一条直线上的接触点, 由公理 3 知过这三个点有一个, 且仅有一个平面, 故独轮车呈稳定状态。自行车的前后轮加后轮旁的一只撑脚, 与地面也恰有三个不在一条直线上的接触点, 故呈稳定状态。

3. 一条直线与两条平行直线相交, 这三条直线是否在同一

平面内？为什么？

答 这三条直线在同一平面内。如图，直线  $a \parallel$  直线  $b$ ，由公理 3 的推论， $a$ 、 $b$  确定平面  $\alpha$ ，直线  $c$  分别交直线  $a$ 、 $b$  于  $D$ 、 $E$  两点，

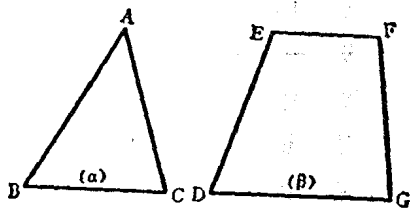


(第 3 题)

则  $D$ 、 $E$  在平面  $\alpha$  内；由公理 1 知，直线  $c$  在平面  $\alpha$  内，故直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$  共面。

4. 三角形、梯形是否一定是平面图形？为什么？

答 三角形、梯形都是平面图形。由公理 3 知，过  $\triangle ABC$  的三个顶点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  可确定唯一的平面  $\alpha$ 。

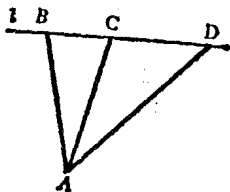


(第 4 题)

因为点  $A$ 、 $B$  在平面  $\alpha$  内，于是线段  $AB$  在平面  $\alpha$  内（公理 1）。同理，线段  $BC$ 、 $AC$  也在平面  $\alpha$  内，所以  $\triangle ABC$  为平面图形。在梯形  $EFGD$  中， $EF \parallel DG$  所以  $EF$ 、 $DG$  可确定唯一的平面  $\beta$ ；又线段  $DE$ 、 $FG$  均有两点在平面  $\beta$  内，故这两条线段也在平面  $\beta$  内。所以，梯形为平面图形。

5. 过已知直线外一点向直线上三个点分别连结三条线段，这三条线段是否在同一平面内？为什么？

答 这三条线段在同一平面内。如图，直线  $l$  和点  $A$  可以确定一个平



(第 5 题)



面  $\alpha$  (公理 3, 推论 1), 而点  $B$  在直线  $l$  上, 所以点  $B$  也在平面  $\alpha$  内, 故线段  $AB$  在平面  $\alpha$  内. 同理, 线段  $AC$ 、 $AD$  也在平面  $\alpha$  内. 所以, 线段  $AB$ 、 $AC$ 、 $AD$  在同一平面内.

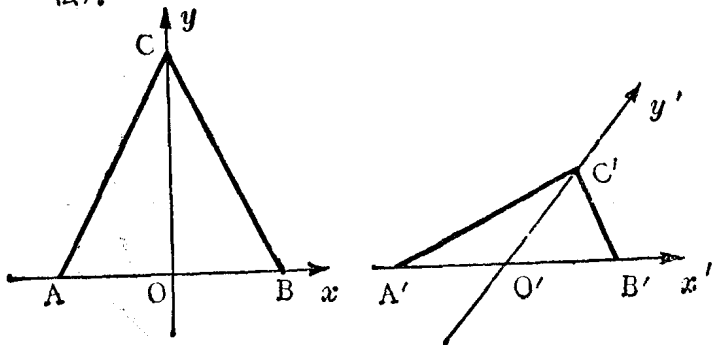
6. 四条线段顺次首尾相接, 所得的封闭图形, 一定是平面图形吗? 为什么?

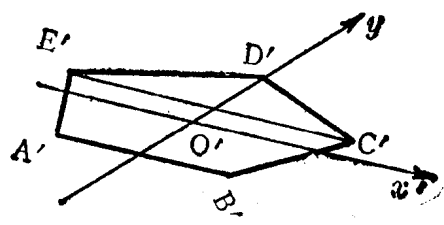
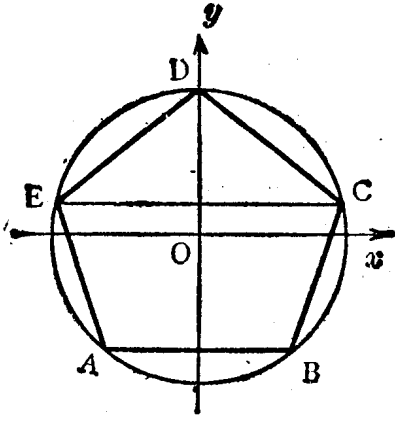
答 四条线段顺次首尾相接, 所得的封闭图形未必是平面图形, 这个封闭图形共有四个顶点. 而由公理 3 知, 只须不在同一直线上的三个点就可确定一个平面, 第四点可能在该平面内, 也可能不在该平面内, 只当第四点在该平面内时, 图形才为平面图形, 否则就不是平面图形.

7. 要把一个圆木顺着锯开成两半, 并使锯面平整, 为什么要在两侧画两条平行线?

答 由公理 3 推论 3 知, 在圆木两侧画的两条平行线, 可确定一个平面. 于是, 沿这两条平行线将圆木锯开, 就能使锯面在同一平面内, 也就是使锯面平整.

8. 用第一种方法画正三角形、正五边形的直观图 (不写画法).





(第 8 題)

## 习 题 二

1. 什么叫平行线？什么叫两条异面直线？

答 在同一平面内没有公共点的两条直线叫平行线；不在同一平面内的两条直线叫异面直线。

2. 两条直线没有公共点，这两条直线的位置会是怎样的？

答 没有公共点的两条直线，如果在同一平面内，就互相平行；如果不在同一平面内，就是异面直线。

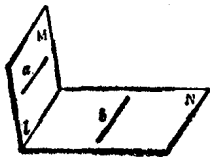
3. 画两个相交平面，在这两个平面内各画一条直线使它们成为(1)平行线；(2)相交直线；(3)异面直线。

解 设  $M$ 、 $N$  为两个相交平面，它们的交线为  $l$ 。

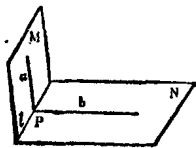
(1) 在平面  $M$  和平面  $N$  内分别画  $l$  的平行线  $a$ 、 $b$ ，则  $a \parallel b$ 。

(2) 在  $l$  上任取一点  $P$ ，过点  $P$  分别在平面  $M$  和平面  $N$  内画直线  $a$ 、 $b$ ，则  $a$ 、 $b$  相交。

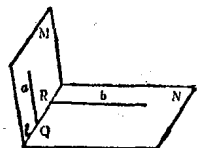
(3) 在  $l$  上取相异两点  $Q$ 、 $R$ ，过点  $Q$  在平面  $M$  内画直线  $a$ ，过点  $R$  在平面  $N$  内画直线  $b$ ，则  $a$ 、 $b$  为异面直线。



(1)  $a \parallel b$



(2)  $a, b$  相交



(3)  $a, b$  为异面直线

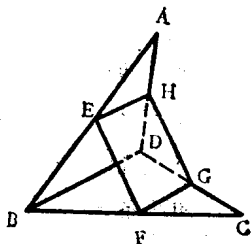
(第 3 题)

4. 已知  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是空间四边形的四条边  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  的中点, 求证: 四边形  $EFGH$  是平行四边形.

证 连结  $BD$ .  $\because E$ 、 $H$  分别为  $AB$ 、 $AD$  的中点,  $\therefore EH$  为  $\triangle ABD$  的中位线;  $\therefore EH \parallel BD$ , 且

$EH = \frac{1}{2}BD$ . 同理,  $FG$  为  $\triangle BCD$  的中位线,  $\therefore FG \parallel BD$ , 且

$FG = \frac{1}{2}BD$ . 从而, 有  $EH \parallel FG$  (平



(第4题)

行于同一条直线的两条直线互相平行),  $EH = FG$ . 故四边形  $EFGH$  为平行四边形.

5. 什么叫两条异面直线所成的角? 两条异面直线在什么情况下互相垂直? 空间的两条垂直直线一定相交吗?

答 设  $a$ 、 $b$  是两条异面直线. 过空间任一点  $O$ , 作直线  $a' \parallel a$ , 直线  $b' \parallel b$ , 则直线  $a'$  和  $b'$  所成的角叫异面直线  $a$  和  $b$  所成的角. 直线  $a$  和  $b$  所成的角一般指  $a'$ 、 $b'$  所成的锐角(或直角). 如果两条异面直线所成的角是直角, 则这两条异面直线互相垂直. 空间的两条垂直直线不一定相交; 当这两条垂线为异面直线时, 就不相交.

6. 求证: 如果一条直线和两条平行线中的一条垂直, 那么也和另一条垂直.

已知 直线  $a \parallel b$ ,  $a \perp c$ .

求证  $c \perp b$ .

证 在直线  $c$  上任取一点  $N$ , 过  $N$  作直线  $d \parallel a$ .

$\because c \perp a,$

$\therefore d \perp c.$

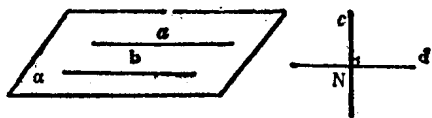
又  $\because b \parallel a,$

$\therefore b \parallel d$  (平行于

同一条直线的两条

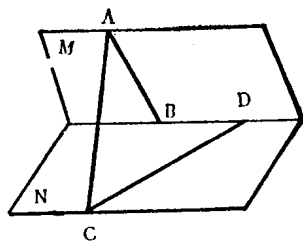
(第 6 题)

直线互相平行)。故直线  $d$ 、 $c$  所成的角就是直线  $b$ 、 $c$  所成的角。已经证明  $d \perp c$ ，故  $c \perp b$ 。



7. 和两条异面直线  $AB$ 、 $CD$  同时相交的两条直线  $AC$ 、 $BD$  一定是异面直线。为什么？

答 假设直线  $AC$ 、 $BD$  不是异面直线，则  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点共面。于是直线  $AB$ 、 $CD$  共面。这与已知矛盾，故  $AC$ 、 $BD$  为异面直线。



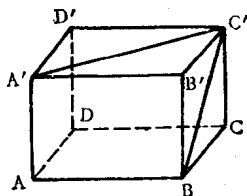
(第 7 题)

8. 如图，已知长方体的长和宽都是 4cm，高是 2cm。

(1)  $BC$  和  $A'C'$  所成角是多少度？(2)  $AA'$  和  $BC'$  所成角是多少度？(3)  $A'B'$  和  $DD'$ ， $B'C'$  和  $CD$  的距离各是多少？

解 (1)  $\because B'C' \parallel BC$ ， $\therefore B'C'$  与  $A'C'$  所成的角就是  $BC$  和  $A'C'$  所成的角。而  $\angle A'C'B' = 45^\circ$ ， $\therefore BC$  与  $A'C'$  所成的角为  $45^\circ$ 。

(2)  $\because AA' \parallel BB'$ ， $\therefore BB'$  和  $BC'$  所成的角就是  $AA'$  和  $BC'$  所



(第 8 题)

成的角。由  $\operatorname{tg} \angle B'BC' = \frac{B'C'}{BB'} = \frac{4}{2} = 2$ ,

得  $\angle B'BC' = 63^\circ 26'$  (取锐角),  $\therefore AA'$  和  $BC'$  所成的角为  $63^\circ 26'$ 。

(3)  $\because A'D' \perp A'B', A'D' \perp DD'$ ; 又  $A'D' = 4\text{cm}$ ,  
 $\therefore A'B'$  与  $DD'$  的距离为  $4\text{cm}$ 。

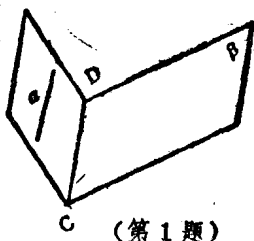
$\because CC' \perp B'C', CC' \perp CD$ ; 又  $CC' = 2\text{cm}$ ,  
 $\therefore B'C'$  和  $CD$  的距离为  $2\text{cm}$ 。

### 习 题 三

1. 画两个相交平面，在一个平面内画一条直线和另一平面平行。

解 平面  $\alpha$ 、 $\beta$  相交于  $CD$ 。

在平面  $\alpha$  内任作直线  $a \parallel CD$ ，于是  $a \parallel \beta$ 。



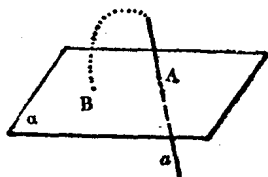
(第 1 题)

2. 用反证法证明：直线与平面相交只有一个交点。

已知 直线  $a$  与平面  $\alpha$  相交于点  $A$ 。

求证 直线  $a$  与平面  $\alpha$  只有一个交点。

证 假设直线  $a$  与平面  $\alpha$  还有一个交点  $B$ ，那么直线  $a$  上有两个点  $A$ 、 $B$  在平面  $\alpha$  内，所以直线  $a$  在平面  $\alpha$  内。但这与  $a$  与平面  $\alpha$  相交相矛盾，故直线  $a$  与平面  $\alpha$  只有一个交点  $A$ 。

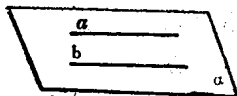


(第 2 题)

3. (1) 一条直线和另一条直线平行，它就和经过另一条直线的任何平面平行，这是否正确？  
 (2) 一条直线和一个平面平行，它就和这个平面内的任何直线平行，这是否正确？

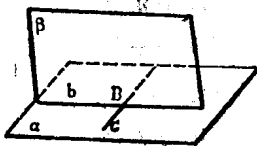
答 (1) 不正确。如图(1)，设直线  $a$  和另一条直线  $b$

平行，平面  $\alpha$  过直线  $b$  同时过直线  $a$ ，则直线  $a$  与平面  $\alpha$  并不平行。



(1)

(2) 不正确。如图(2)，设  $a \parallel \alpha$ ，过  $a$  作平面  $\beta$  与平面  $\alpha$  交于直线  $b$ ，于是  $a \parallel b$ 。在直线上  $b$  任取一点  $B$ ，过  $B$  在平面  $\alpha$  内作直线  $c$  和  $b$  相交，则  $a$  与  $c$  并不平行。

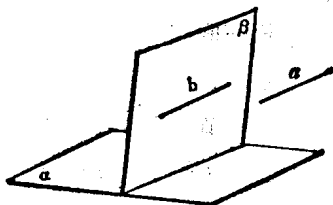


(第3题) (2)

4. 空间的任意两条直线，能否有公共的平行平面？

答 存在着公共的平行平面。设所给的两条直线为  $a, b$ 。当  $a, b$  重合或平行时，我们只要在  $a, b$  以外任取一点  $A$ ，过点  $A$  作直线  $c \parallel a$ ，则过  $c$  的平面都与  $a, b$  平行（只要平面不过  $a, b$ ）；当  $a, b$  相交或者是异面直线时，我们在  $a, b$  以外任取一点  $B$ ，过点  $B$  分作直线  $a' \parallel a$ ，直线  $b' \parallel b$ ，则  $a', b'$  所确定的平面就与  $a, b$  平行。

5. 求证：如果平面外的两条平行直线中有一条和平面平行，那么另一条也和这个平面平行。



(第5题)

证 如图，直线  $a \parallel$  直线  $b$ ， $b \parallel$  平面  $\alpha$ 。过  $b$  任作平面  $\beta$ ， $\alpha \cap \beta =$  直线  $c$ ，则  $b \parallel c$ 。由已知  $a \parallel b$ ，

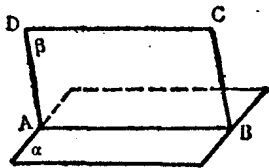
$\therefore a \parallel c$ ；又  $a$  在  $\alpha$  外，

$\therefore a \parallel \alpha$ 。



6. 求证：如果一条直线与一个平面平行，那么夹在这条直线和平面间的平行线段相等。

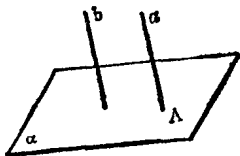
证 如图，直线  $CD \parallel$  平面  $\alpha$ ， $DA$ 、 $CB$  为  $CD$  与  $\alpha$  所夹的线段，且  $DA \parallel CB$ 。设  $DA$ 、 $CB$  确定的平面为  $\beta$ ，则平面  $\beta$ 、 $\alpha$  的交线为  $AB$ ， $\because CD \parallel \alpha, \therefore CD \parallel AB$ ，于是四边形  $DABC$  为平行四边形，故  $AD = CB$ 。



(第6题)

7. 求证：如果两条平行线中的一条和一个平面相交，那么另一条也和这个平面相交。

证 如图，直线  $a \parallel$  直线  $b$ ， $a$  和平面  $\alpha$  相交于点  $A$ 。用反证法：



假设  $b$  与  $\alpha$  不相交，那么  $b$  在  $\alpha$  内或  $b \parallel \alpha$ 。若  $b$  在  $\alpha$  内， $\because a \parallel b$ ， $\therefore a \parallel \alpha$ ，这与已知矛盾；若  $b \parallel \alpha$ ，

(第7题)

则过  $a$ 、 $b$  所作的平面与  $\alpha$  的交线必与  $b$  平行，而  $b \parallel a$ ，故此交线也与  $\alpha$  平行，但此交线又必过点  $A$ ，于是产生了矛盾，这就证明了  $b$  与  $\alpha$  相交。

8. 求证：过两条异面直线中一条上的各点，引另一条直线的平行直线，这些直线必在同一平面内。

已知  $a$  和  $b$  是两条异面直线，过  $b$  上点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $\dots$ 、 $P_n$  分别引  $a$  的平行线  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $\dots$ 、 $l_n$ 。

求证  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $\dots$ 、 $l_n$  在同一平面内。

证  $\because l_1 \parallel a, l_2 \parallel a, \therefore l_1 \parallel l_2$ ，而  $l_1$ 、 $l_2$  都和  $b$