

同
济
大
学
工
程
力
学
系
列
教
材

材料力学

同济大学
航空航天与力学学院
基础力学教学研究部

同济大学出版社

同济大学工程力学系列教材

材料力学

同济大学航空航天与力学学院
基础力学教学研究部 编

同济大学出版社

内 容 提 要

本书在原《材料力学》(宋子康、蔡文安编)基础上改编而成。内容包括轴向拉压、剪切、扭转、弯曲、应力状态分析、强度理论、组合变形、能量法、压杆稳定、动载荷和疲劳强度。各章均附有思考题和习题。附录部分介绍了平面图形几何性质和应变分析,还提供了型钢表(包括H钢)。

本书可作为高等院校土建类、机械类多学时材料力学课程的教材,也可作为教学及工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/同济大学航空航天与力学学院基础力学教学
部编. —上海:同济大学出版社,2005.8

ISBN 7-5608-3032-3

I. 材… II. 同… III. 材料力学—高等学校—教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 037792 号

同济大学工程力学系列教材

材料力学

同济大学航空航天与力学学院基础力学教学部 编

责任编辑 解明芳 责任校对 杨江淮 封面设计 潘向葵

出 版
发 行

同济大学出版社

(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65985622)

经 销

全国各地新华书店

印 刷

同济大学印刷厂印刷

开 本

787mm×960mm 1/16

印 张

26.5

字 数

530 000

印 数

1—5 200

版 次

2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

书 号

ISBN 7-5608-3032-3/TB·48

定 价

32.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换

前 言

本教材是同济大学“十五”规划教材,得到同济大学教材、学术著作出版基金委员会及同济大学出版社资助,在此谨表衷心的感谢。本教材的主要特色为强调本学科的基本方法,培养能力,内容有所创新。主要体现在以下几方面:

一、加强、充实第一章“绪论”。在此章中,除了介绍“材料力学”的学习目的、任务、基本假设、基本概念外,还介绍了外力与内力、内力与应力、应力与应变之间的关系以及常用的基本方法,如截面法、叠加法。通过观察变形探寻应力、应力规律等。通过第一章的学习,可对“材料力学”的主要研究内容和基本方法有总体的概念和印象,为以后各章的学习作铺垫。

二、解题思考有创新,主要有利于能力培养和后续课程的学习。例如,拉压超静定杆系计算是“材料力学”的难点,学生常陷于题海之中,本书指出节点位移在杆上的投影就是杆的变形量,并以此建立几何方程,为解拉压超静定杆系建立了统一的解法,可用于任一超静定杆系,并可依此编制程序,为学生理解、使用或编制通用程序打下基础。又例如,在用变形比较法解超静定梁时,通常教科书中只提以“多余”约束的支承条件为几何方程,即使在解多跨超静定连续梁时,引入三弯矩方程,但只是作为特例。本书明确指出几何方程可取支承条件和连续条件两种形式,拓宽了思路,并为学习有限元法作好铺垫。

三、指出研究切应力的基本思路——先判定切应力方向,再研究数值。根据此思路,导出薄壁梁弯曲切应力的计算公式,并首次导出薄壁槽形梁弯曲切应力完整的真实解,垂直切应力的分布不同于以往“材料力学”教科书所示的分布,它符合连续分布的基本假设和切应力互等定理。对于矩形截面梁或其他非薄壁截面梁,由于弯曲切应力方向不能判定,故给出的计算公式只是仿薄壁截面梁弯曲切应力公式的近似计算式,并启示读者,凡与基本假设、基本定理有矛盾的公式、计算结果都是值得商榷,有待于进一步研究的(如思考题 6-11)。

四、加强变形观察与应力分析的联系,有利于培养观察能力。在教学实践中发现,不少学生眼中只有符号和数字,脑中没有构件的受力和变形,看到变形也不能联想到应力。为此,本书一方面通过生活中的实例将构件外形与力学效应挂钩;另一方面增添观察 45° 斜线段的变形定性判定斜截面应力的内容,用以解释实验的破坏现象,既直观形象,又避免了斜截面应力公式的重复推导。

五、在例题的解题过程中,突出解题的基本过程,并对不少例题列举了多种解法,企盼学生既提高以不变应万变(以不变的解题过程解决浩瀚的题海)的能力,又能开拓思路,灵活应用。

型钢表中增添了新型型钢——H 钢的截面几何性质,以满足工程设计的需要。

本书有较多的例题和思考题,供读者分析、研究。

本书第一章至第九章及附录 B 由蔡文安编写,第十章至第十三章及附录 A 由陈洁编写,全书由蔡文安统稿。

同济大学虞爱民教授对书稿进行了仔细审阅,并提出了很多宝贵的意见,特此致谢。

本书插图均由李志云精心绘制,谨表谢意。

限于编者水平,可能存在错误或不妥之处,恳请读者指正和鉴谅。

编 者

2005 年 5 月

目 录

前言

第一章 绪论	(1)
第一节 材料力学的任务.....	(1)
第二节 变形固体的物性假设 小变形前提.....	(2)
第三节 内力 应力.....	(4)
第四节 应变.....	(7)
第五节 工程构件分类 圣维南原理.....	(9)
第六节 杆件基本变形	(10)
思考题	(11)
习 题	(12)
习题答案	(13)
第二章 轴向拉伸和压缩	(15)
第一节 轴向拉伸与压缩概念和工程实例	(15)
第二节 横截面上的内力 应力 强度条件	(15)
第三节 应力集中概念	(21)
第四节 轴向拉压杆的变形 节点位移	(21)
第五节 材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能	(26)
第六节 轴向拉压杆系的超静定问题	(32)
思考题	(42)
习 题	(42)
习题答案	(51)
第三章 剪切	(54)
第一节 剪切的工程和工程实例	(54)
第二节 剪切的实用计算	(55)
第三节 挤压的实用计算	(56)
思考题	(61)
习 题	(62)
习题答案	(65)

第四章 扭转	(66)
第一节 扭转概念和工程实例	(66)
第二节 自由扭转杆件的内力计算	(67)
第三节 关于切应力的若干重要性质	(69)
第四节 圆轴扭转时横截面上的应力	(71)
第五节 扭转变形计算 强度条件和刚度条件	(74)
第六节 圆轴扭转破坏分析	(79)
第七节 矩形截面杆的自由扭转	(80)
第八节 薄壁杆件的自由扭转	(81)
第九节 圆柱形密圈螺旋弹簧	(85)
思考题	(88)
习 题	(89)
习题答案	(94)
第五章 梁的内力	(95)
第一节 平面弯曲概念和工程实例	(95)
第二节 静定梁的分类	(96)
第三节 剪力方程和弯矩方程	(97)
第四节 载荷集度 q 、剪力 F_s 、弯矩 M 间关系及绘内力图	(103)
第五节 按叠加原理绘弯矩图	(111)
思考题	(113)
习 题	(113)
习题答案	(117)
第六章 梁的应力	(119)
第一节 梁横截面的正应力和正应力强度条件	(119)
第二节 梁横截面的切应力和切应力强度条件	(127)
第三节 薄壁截面梁弯曲切应力的进一步研究	(135)
第四节 提高梁承载能力的措施	(138)
思考题	(142)
习 题	(143)
习题答案	(152)
第七章 梁的变形	(154)
第一节 梁变形的基本概念 转角和挠度	(154)
第二节 挠曲线近似微分方程	(155)

第三节	积分法计算梁的变形	(156)
第四节	叠加法计算梁的变形	(161)
第五节	梁的刚度条件	(168)
第六节	简单超静定梁	(171)
思考题		(173)
习 题		(174)
习题答案		(179)
第八章	应力状态分析 强度理论	(181)
第一节	应力状态的概念	(181)
第二节	平面应力的应力状态分析——数解法	(184)
第三节	平面应力的应力状态分析——图解法(应力圆)	(188)
第四节	空间应力的应力状态分析 一点的最大应力	(191)
第五节	广义胡克定律	(193)
第六节	强度理论概念	(199)
第七节	四个经典强度理论 莫尔强度理论	(200)
思考题		(207)
习 题		(209)
习题答案		(214)
第九章	组合变形	(216)
第一节	组合变形概念和工程实例	(216)
第二节	斜弯曲	(218)
第三节	轴向拉伸(压缩)与弯曲组合 偏心拉伸(压缩)	(223)
第四节	截面核心	(231)
第五节	弯扭组合变形	(233)
思考题		(238)
习 题		(239)
习题答案		(248)
第十章	能量法	(250)
第一节	能量法概念	(250)
第二节	应变能与余能的计算	(250)
第三节	互等定理	(257)
第四节	卡氏定理	(259)
第五节	单位载荷法	(266)

第六节 运用卡氏第二定理(单位载荷法)解超静定问题	(272)
思考题	(279)
习题	(279)
习题答案	(285)
第十一章 压杆稳定	(288)
第一节 压杆的稳定概念	(288)
第二节 细长压杆临界压力的欧拉公式	(289)
第三节 欧拉公式的使用范围 临界应力总图	(294)
第四节 压杆的稳定计算	(300)
第五节 提高压杆稳定性的措施	(306)
思考题	(310)
习题	(310)
习题答案	(316)
第十二章 动载荷	(318)
第一节 动载荷概念和工程实例	(318)
第二节 惯性力问题	(318)
第三节 构件受冲击时的应力及强度计算	(323)
第四节 提高构件抵抗冲击能力的措施	(329)
第五节 材料的动力强度和冲击韧度	(331)
思考题	(333)
习题	(334)
习题答案	(338)
第十三章 构件的疲劳强度计算	(340)
第一节 交变应力和疲劳破坏概念	(340)
第二节 交变应力的基本参数	(342)
第三节 S-N 曲线和材料的疲劳极限	(343)
第四节 影响构件疲劳极限的主要因素	(345)
第五节 对称循环下构件的疲劳强度计算	(351)
第六节 非对称循环下构件的疲劳强度计算	(352)
思考题	(357)
习题	(358)
习题答案	(360)

附录 A 截面图形的几何性质	(362)
第一节 静矩和形心.....	(362)
第二节 惯性矩和惯性积.....	(365)
第三节 平行移轴公式.....	(367)
第四节 转轴公式.....	(369)
第五节 主惯性轴、主惯性矩、形心主惯性矩.....	(370)
思考题.....	(373)
习 题.....	(374)
习题答案.....	(378)
附录 B 平面应力条件下的应变分析	(380)
第一节 平面应力条件下的应变分析.....	(380)
第二节 一点应变实测和应力计算.....	(384)
思考题.....	(387)
习 题.....	(387)
习题答案.....	(389)
附录 C 型钢表	(391)
表 C-1 热轧等边角钢(GB/T9787—1988)	(391)
表 C-2 热轧不等边角钢(GB/T9788—1988)	(397)
表 C-3 热轧槽钢(GB/T707—1988)	(402)
表 C-4 热轧工字钢(GB/T706—1988)	(406)
表 C-5 热轧 H 型钢(GB/T11263—1998)	(410)

第一章 绪 论

本章介绍学习材料力学的目的,介绍材料力学的任务、基本假设、基本概念和基本方法,这些内容对学习材料力学者具有指导意义。

第一节 材料力学的任务

力学是研究力对物体作用效应的学科。在自然界,一切固体在力的作用下都会发生变形,甚至破坏,材料力学就是研究力对固体的变形、破坏的效应。通过《材料力学》课程的学习,让学生逐步学会以力学的观点、原理、方法去观察、分析、发现生活中和工程中的力学现象或力学问题,为最终解决工程实际中的力学问题打下基础,这是学习《材料力学》课程的首要目的。学了《材料力学》课程后,就能理解日常生活中经常见到的现象,譬如,高耸的建筑物为何多是上小下大的塔形;大桥合龙为什么总在春秋季,而不在冬夏两季;扁担为什么是两头薄而窄,中间宽且厚;钢材为什么轧制成 I、[、L 等薄壁形状;树干、竹子、稻草等为什么都是圆的,甚至是空心的;大型火箭为什么是捆绑式的;吊重物用细钢丝编缠成的缆绳,而不用同样粗细的杆……。

《材料力学》课程是一门基础技术课,是基础课与专业课之间的桥梁,通过学习力学基础理论、基本方法,为后继课程的学习打下基础,这是《材料力学》课程的另一个目的。

材料力学是一门紧密结合工程实际的学科,它以工程构件或称零件为主要研究对象,研究工程构件在载荷作用下的变形及破坏规律。结构或机器正常工作时,构件在力(即载荷)的作用下,必须有足够的承载能力,才能安全正常地工作。承载能力具体表现在下列三个方面:

1. 具有足够的强度

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。材料强度高,是指材料破坏时,载荷值大;某构件强度足够,是指该构件在规定的载荷下,不会发生破坏。

2. 具有足够的刚度

刚度是指材料或构件抵抗变形的能力。有时构件的强度足够,但变形过大,仍不能保证其正常地使用,例如,楼板梁弯曲过度会导致下层屋顶上的粉饰开裂、脱落;轴发生过大的弯曲,引起轴与轴承的间隙过小或消失,导致旋转不自如、磨损严重等;精密机床对刚度的要求很高,否则被加工的工件因达不到精度要求而报废。因此,要求构件在规定的载荷下,变形必须在允许的范围之内。

3. 具有足够的稳定性

稳定性是指构件保持原有平衡状态的能力。细长直杆受压,当压力超过某值时,直杆会突然变弯,由直线平衡状态转为曲线平衡状态;薄壁圆筒受扭,当力偶矩达到某值时,筒壁会在与轴线成 45° 的斜方向突然凹陷,这类现象称为失稳。构件失稳往往会造成灾难性事故,工程上要求构件在规定的载荷下,绝不发生失稳现象,即具有足够的稳定性。

一般来说,加大构件横截面尺寸,选用优质材料有利于提高构件的强度、刚度和稳定性,但同时也增加了材料的用量和构件的自重,提高了造价,违背了经济原则。安全与经济是一对矛盾,材料力学的任务就是解决这一对矛盾的,具体地说,它是研究工程构件受力作用后的变形和破坏规律,为设计工程构件的形状、尺寸和选用合适的材料提供计算依据,力求使设计出的构件,既安全又可靠。

构件的强度、刚度、稳定性与所用材料的力学性能有关,材料的力学性能必须用实验测定。此外,材料力学导出的理论结果也需实验验证;有些单靠现有理论解决不了的问题,也必须借助实验手段来研究解决,因此,实验研究和理论分析在《材料力学》课程中具有同等重要的地位。

第二节 变形固体的物性假设 小变形前提

变形固体的性质是错综复杂的,为了研究的方便,必须忽略与所研究问题无关的或次要的因素,才能达到研究的目的。材料力学对变形固体作了三个基本物性假设:

1. 连续性假设

假定物体整个体积内部无空隙地充满了物质。

2. 均匀性假设

假定物体各内各处物质的力学性能完全相同。

3. 各向同性假设

假定组成物体的物质在各个方向上的力学性能相同。

假设1和2的作用是保证在几何方面和力学方面描述物体的物理量都是坐标的函数,且连续可导;同时也保证物体变形时不产生分离(裂缝),也不叠合(若出现分离,表示物体发生断裂)。假设2和3表示材料力学性能是与坐标、方向无关的物理量。工程中大量使用的金属材料是由微小晶粒组成的,晶体本身是各向异性的,但它们随机排列,宏观上仍呈现出各向同性。金属材料经冷拔、轧制后微小晶粒的排列具有一定的方向性,材料会呈现出各向异性,需经过适当的机械工艺处理,才能呈现各向同性。当今世界上,复合材料使用量正在迅速增加(如纤维增强复合材料等),其力学性质是各向异性的,在《复合材料力学》中有专门的讨论。

实验表明,当外力不超过某一限值时,绝大多数材料制成的物体在外力消除后(称为卸载)能恢复原有的形状和尺寸,物体的这种性质称为弹性,随外力解除而消除掉的变形,称弹性变形。当外力过大时,外力消除后,物体只能部分复原,残留下一部

分变形,这部分不能恢复的变形称为塑性变形或残余变形、永久变形,材料能把变形保存下来的性质称为塑性。在结构物或机器工作时,通常要求构件只发生弹性变形,不允许产生塑性变形。

材料力学研究的变形,通常局限于小变形范围,即小变形前提。所谓小变形一般是指构件的变形量远远小于构件的几何尺寸。小变形前提具有三个重要作用:

1. 构件处于纯弹性变形的前提。绝大多数工程材料的弹性变形都是小变形,出现明显塑性变形时,已超出小变形范围。

2. 允许以变形前的受力分析代替变形后的受力分析。图 1-1 所示结构,若杆 AC,杆 BC 是刚体,由力多边形知杆 AC,BC 受的力为

$$N_{AC} = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} F$$

$$N_{BC} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} F$$

若杆 AC,BC 是变形体,因变形, C 点移到 C' 点, α 和 β 角变为 α' 和 β' 角,则

$$N'_{AC} = \frac{\sin \beta'}{\sin(\alpha' + \beta')} F$$

$$N'_{BC} = \frac{\sin \alpha'}{\sin(\alpha' + \beta')} F$$

这里的 α', β' 取决于 C' 点位置,而 C' 的位置决定于杆 AC,BC 的变形量,变形量又取决于杆 AC,BC 受到的力 N'_{AC}, N'_{BC} 的大小,成为一个复杂的非线性问题。在小变形前提下,位移 $\overline{CC'}$ 很小, $\alpha' \approx \alpha, \beta' \approx \beta$, 于是 N'_{AC}, N'_{BC} 可用 N_{AC}, N_{BC} 代替,把问题简化了。

3. 叠加法成立。叠加法是指构件在多个载荷作用下发生的变形可以看作每个载荷单独作用产生的变形之代数和。如图 1-2a) 所示悬臂梁,在力 F_1 与力 F_2 共同作用下的变形,可表示为图 b) 和图 c) 两种情况下的变形之和。叠加法是材料力学的常用方法。

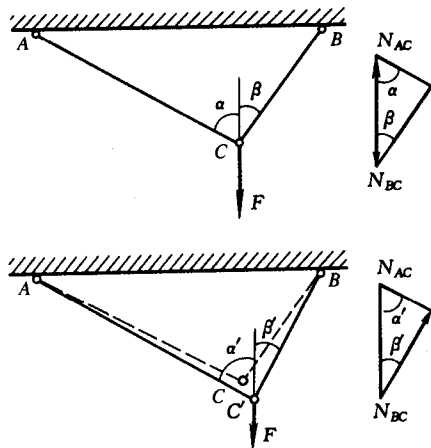


图 1-1 小变形下受力分析

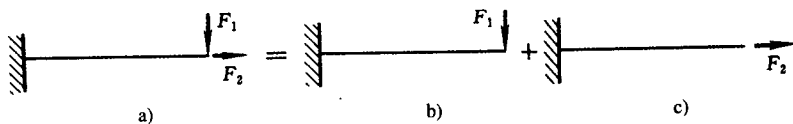


图 1-2 叠加法

第三节 内力 应力

一、附加内力

变形固体内部微粒之间相互有引力和斥力,它们使固体保持确定的形状。微粒之间的引力和斥力的大小由微粒之间的距离 r 决定,图 1-3 定性地表示 r 与引力、斥力值的关系, $r = r_0$ 时,引力等于斥力。无外力时物体截面上各点的引力等于斥力,如图 1-4a) 所示。外力作用后(图 1-4b)),固体发生变形,微粒之间的距离发生变化,引力和斥力值也随之变化,由外力引起的引力与斥力的差称为附加内力,随距离变化值 Δr 的增大,附加内力也增大,直到截面上的附加内力与脱离体上的外力平衡,微粒之间距离 r 不再变化,变形不再继续,附加内力也不再变化。若一点的附加内力值达到材料所能承受的极限值,材料就在这一点破坏,因此,附加内力不仅直接反映了变形程度,也决定了材料是否发生破坏,所以,附加内力的计算是材料力学最值得关注的问题。

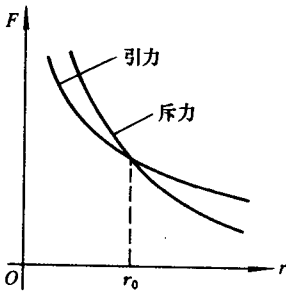


图 1-3 引力、斥力变化图

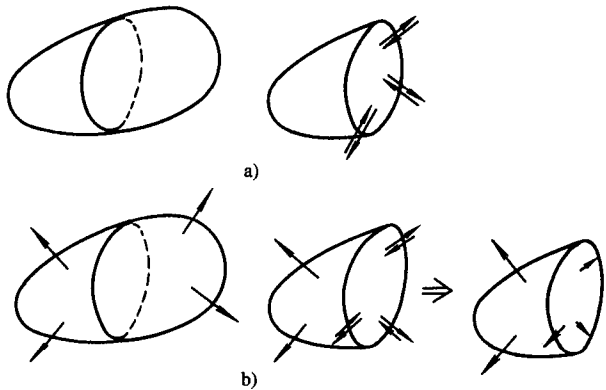


图 1-4 截面上的附加内力

二、内力和应力

附加内力是分布力系,在截面各处的集度、方向都不相同,直接计算较为困难,为了便于分析和研究,从两方面着手:一是总体考虑,即研究截面上附加内力的总和;二是局部考虑,即研究截面上一点的附加内力。

总体考虑:通常把截面上各处的附加内力向截面形心简化,得到附加内力的主矢和主矩,把主矢和主矩在坐标轴上的投影(共有六个,三个是主矢的投影,三个是主矩的投影)统称为内力。通常以横截面的法线为 x 轴, y, z 轴是截面的形心主轴(详见附录 A)。主矢在 x 轴的投影称为轴力,记为 F_N ;在 y, z 轴上的投影称为剪力,记为 F_{sy}, F_{sz} ;主矩在 x 轴上投影称为扭矩,记为 T ;在 y, z 轴上的投影称为弯矩,记为 M_y, M_z 。

局部考虑：截面上微面积 ΔA 作用着附加内力 ΔF ，定义

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

称 p 为全应力，是附加内力在一点的集度。全应力 p 在截面法线上的投影，称为正应力，记为 σ ； p 在截面上的投影称为切应力，记为 τ 。从应力的定义式可以看到它与压强具有相同的量纲，应力单位常用 Pa(N/m²) 或 MPa(N/mm²)，有时也用 GPa(10⁹N/m²) 表示。

内力和应力是附加内力的两个描述方式，二者有确定的内在联系，此关系称为静力学关系。图 1-5 所示截面上，点 (y, z) 处的正应力 $\sigma(y, z)$ ，切应力 $\tau_y(y, z)$ 和 $\tau_z(y, z)$ ，点 (y, z) 处 dA 面积上的附加内力在 x, y 和 z 方向，分别为 $\sigma dA, \tau_y dA$ 和 $\tau_z dA$ ，向形心 C 简化，得力 $\sigma dA, \tau_y dA, \tau_z dA$ 及附加力偶矩 $dM_x = dT = y\tau_z dA - z\tau_y dA = \rho\tau \sin(\rho, \tau)$ (ρ 是面积 dA 位置的矢径)， $dM_y = z\sigma dA, dM_z = y\sigma dA$ 。把各微面积上附加内力都向形心简化，得内力

$$\begin{aligned} F_N &= \int_A \sigma dA & T &= \int_A \rho\tau \sin(\rho, \tau) dA \\ F_{sy} &= \int_A \tau_y dA & M_y &= \int_A z\sigma dA \\ F_{sz} &= \int_A \tau_z dA & M_z &= \int_A y\sigma dA \end{aligned} \quad (1-1)$$

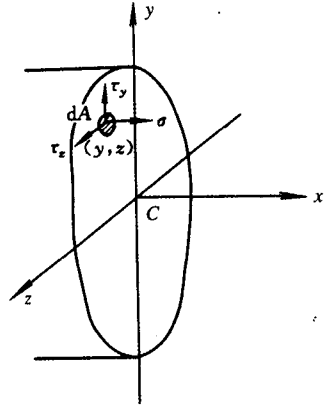


图 1-5 截面上的应力

式(1-1)称为静力学关系式，它表明轴力、弯矩只与正应力有关，剪力，扭矩只与切应力有关。

三、截面法

截面上的附加内力是由外力引起的，截面上的内力与脱离体上的外力组成平衡力系，满足平衡方程，这就是截面法计算内力的依据。以计算图 1-6a) 所示水平直角杆上 A—A 面的内力为例，说明截面法的运用。

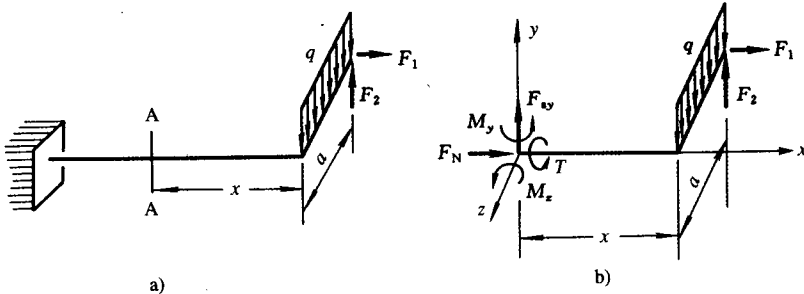


图 1-6 截面法

首先,在欲求内力的面 A—A 把杆假想截开;然后画脱离体受力图,本例截面右侧的外力 q, F_1, F_2 均已知,而左侧的外力(约束反力)尚未知,故取右脱离体为研究对象,先画外力,再在截面处画出为保持平衡所需要的内力(图 1-6b)。由于内力是未知力,其方向原则上可自由设定,此例中右脱离体上无 z 向外力,故保持平衡不需要 z 向内力,所以受力图中只需添 F_N, F_{sy}, T, M_y, M_z 五个内力;最后,根据受力图列平衡方程,解出内力。

$$\begin{aligned}\sum X = 0, & \quad F_N + F_1 = 0 \\ \sum Y = 0, & \quad F_{sy} - qa + F_2 = 0 \\ \sum M_x = 0, & \quad T - \frac{1}{2}qa^2 + F_2a = 0 \\ \sum M_y = 0, & \quad M_y - F_1a = 0 \\ \sum M_z = 0, & \quad M_z - (qa)x + F_2x = 0\end{aligned}$$

解得: $F_N = -F_1, F_{sy} = qa - F_2, T = \frac{1}{2}qa^2 - F_2a, M_y = F_1a, M_z = qax - F_2x$

截面法小结:

- (1) 截开(在欲求内力的面上截开)。
- (2) 画脱离体受力图(先画外力再添内力)。
- (3) 列平衡方程,解方程。

四、圆柱薄壁容器

截面法是材料力学的基本方法,不仅可求内力,也可计算应力。以圆柱薄壁容器为例,设容器平均直径 D (平均直径是内、外径的平均值),壁厚 δ ($\delta \leq D/20$),气体内压 q (图 1-7a),计算容器横截面上的轴向应力 σ_x 和纵截面上的环向应力 σ_t 。欲求横截面上应力,就假想在横截面上把容器截开,取左(或右)脱离体分析(图 1-7b)。左脱离体受到右边气体的压力 q ,同时截面上受到右脱离体给的拉力(轴力)保持平衡。由于结构、载荷都是轴对称的,故横截面上附加内力沿周长均匀分布;附加内力沿壁厚连续分布,又因壁厚薄,故可认为附加内力沿壁厚均匀分布,因此,可假设横截面上附加内力均匀分布,即正应力 σ_x 均匀分布。由脱离体平衡方程:

$$\sum X = 0, \quad \pi D \delta \sigma_x - \frac{\pi}{4} D^2 q = 0$$

可得

$$\sigma_x = \frac{qD}{4\delta}$$

欲求纵截面上的应力,可取一段容器(长 b) 沿纵截面截开,取下(或上)半部分研究。下半部分脱离体受到上面气体向下的压力 q 以及上半部分容器壁给予的向上拉应力

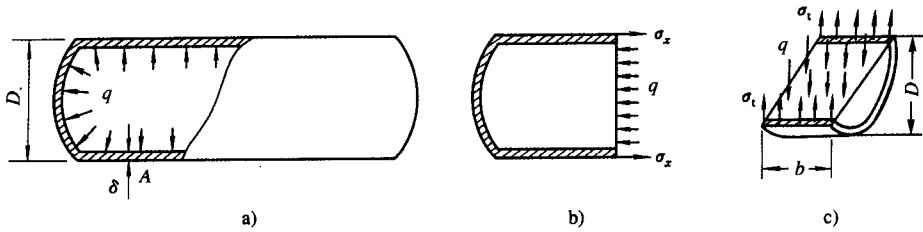


图 1-7 圆柱薄壁容器受力分析图

σ_t (图 1-7c))。由平衡方程

$$\sum Y = 0, \quad 2b\delta\sigma_t - bDq = 0$$

可得

$$\sigma_t = \frac{qD}{2\delta} = 2\sigma_x \quad (1-2)$$

式(1-2)即为工程中圆柱薄壁容器应力计算公式。

第四节 应 变

本节介绍几个描述变形的术语,并初步介绍它们与应力之间的关系

一、应变

物体上线段 AB, AC (图 1-8),变形后移到 $A'B', A'C'$ 。线段 AB 原长 l ,变形后长 l' , $\Delta l_{AB} = l' - l$,称为线段 AB 的**变形量**,它也是 B 点相对于 A 点的位移,但 Δl_{AB} 并不能正确反映线段 AB 变形剧烈的程度。例如,长 1km 的钢轨伸长 10mm 与长 5cm 的铁钉伸长 1mm 相比较,铁钉的变形比钢轨变形严重得多。描述线段变形剧烈程度较好的物理量是 $\frac{\Delta l}{l}$,称为平均线应变。在线段长 l 范围内,各点的变形不一定相同,因此,定义:

$$\epsilon = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{l}$$

称 ϵ 为**线应变**,它表示一点在 l 方向上长度变形的剧烈程度。根据 ϵ 的定义,可用 ϵ 计算变形量

$$\Delta l = \int_l \epsilon dl \quad (1-3)$$

除了长度变化外,角度也会变化, $\angle BAC$ 原是直角,变形产生夹角变化值 $\gamma = \frac{\pi}{2} - \angle B'A'C'$ 。直角的变化值 γ 定

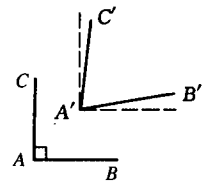


图 1-8 线段变形位移图