标准化训练与教学

初中几何 第二册

编写组顾问 北京景山学校校长 崔孟明

李勃梁 赵兴业 刘连福 编

中国环境科学出版社

标准化训练与教学

初中几何第二册

编写组顾问　北京景山学校校长　崔孟明

李勃梁　赵兴业　刘连福　编

中国环境科学出版社

1986

内 容 简 介

本书根据教学大纲的要求而编写，共分两章，包括比例线段、相似形、圆的性质、圆与直线、与圆的位置关系、圆与正多边形、点的轨迹等内容。每章有重点知识分析、解题方法指导、标准化训练题、自学阅读参考。以便配合课堂教学，加强学生的双基训练，启迪智力，提高运用知识的能力。

本书适于初中学生、教师、广大自学青年阅读参考。

标准化训练与教学

初中几何　第二册

编写组顾问　北京景山学校校长　崔孟明

李勃梁　赵兴业　刘達福　编

*

中国环境科学出版社 出版

北京崇文区东兴隆街69号

水利电力印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1986年12月第一版　开本：787×1092　1/32

1986年12月第一次印刷　印张：8

印数：0001—209,000　字数：160千字

统一书号：7239•026

定价：1.40元

序

《标准化训练与教学》出版了。出版这套书，是为了在改善当前中学的教与学状况方面尽我们的一点微薄的力量。受片面追求升学率的影响，现在教学上“灌”的量大而乱，“灌”的方法又僵死。“题海”无边，作业多，考试繁，学生负担过重，“双基”(基本知识、基本技能)反而削弱，能力得不到锻炼。教师和学生的素质都得不到提高。这样下去，不利于国家的现代化建设，不利于学生德、智、体诸方面发展，不利于出人才。要改善这种状况，就要端正教与学的指导思想，除建立适宜的教学计划，切实改革教育、教学和考试方法外，针对“题海”弊端，建立一套加强基础，引导学生认识基本知识结构，提高学生运用“双基”能力的训练题目，也是很重要的。这肯定是中学教学改革的重要方面，这套书就是这方面的一种尝试。它突出知识结构(包括知识的纵的和横的关系等诸方面)，并根据知识的规律划分出单元，作出“重点知识分析”。这就从联系和对比等角度指点了基本概念、基本理论、基本计算、基本事实以及它们的一些基本关系，就把住了各段知识的“双基”训练，并指导了学生的学习方法。为了把知识结构与训练相结合，本书备有“解题方法指导”，着重指导“解题思路”。这就突出

了思维的基本训练，使学生排除“就题论题”，注意培养“双基”运用的基本思路及程序。

这套书根据“双基”要求，编有“标准化训练题”，朝着“科学化”、“标准化”的方向改革。这套书指的标准化则是更广义的，它的主要内容是：

1.训练的依据是数学大纲的要求，体现教学计划；

2.训练的内容与所学“双基”诸内容具有对应性，可检查基本知识，又检查学生分析问题和解决问题的能力；

3.训练的覆盖面大，涉及到教学的所有主要部分，而且往往带有各部分知识的交叉，综合和对比；

4.训练的难度适当；

5.训练题目的表达语和指导语要标准规范，尽量明确无误；

6.训练的方式、题型较多，包括最佳答案选择型、因果选择型、多解选择题、配伍选择题、组合选择题、比较选择题、填空选择题、是非判断题、程序性选择题以及规范性的填空简答题、计算题、改错题等。有正面、侧面、反面不同角度的训练等等。

平时进行这种“标准化题”的训练可以比较好地把住基本的教学要求，又能减轻学生的负担，并方便师生教学上的反馈、控制、自我测试，达到提高教学质量的目的。

这套书的编著者大多是第一线有经验的教师，部分是教学研究人员。他们在教学改革中，特别是在落实“双基”和学生训练上有较丰富的实践。有些教师在“知识结构单元”

的教法上卓有成效，有些教师在落实“双基”的训练程序上取得成绩。这套书中有许多标准训练题就是从他们的训练实践中经过测试和科学比较筛选出来的。他们从实践中认识到片面追求升学率不但违背教学规律，而且建立在“猜题压题”的不可靠的基础上。平时抓住“双基”，搞“结构化”，抓住“标准训练”则负担轻、质量高，不但可以符合国家的要求，而且能面向大多数学生，减轻学生过重的负担。实践证明，平时能这样教学，升学不用突击，考试成绩也是好的。可喜的是，当前升学考试也进行科学化、标准化的改革，和教学规律一致起来。当然，由于这套书的整理比较仓促，所以难免出现不足和错误。我们诚恳地希望广大师生和社会青年读者多提宝贵意见，并跟我们一起进行学生训练的改革，提高教学质量。

编　写　组

1985年11月

目　录

第六章 相似形

第一单元 比例线段

[重点知识分析]

知识结构

- 比例线段
  - 比例的性质
    - 比和比例
      - 比例中项
      - 第四比例项
    - 性质定理
      - 比例基本定理
        - 反比定理
        - 更比定理
      - 合比定理、分比定理 — 合分比定理
      - 等比定理
  - ↓
  - 平行线分线段成比例定理
    - 平行于三角形一边的直线截其它两边的对应线段成比例及其逆定理
    - 三角形内（外）角平分线性质定理

分析：比例的性质是研究比例线段的基础，在理解比例性质时，要掌握这些定理的内在联系和推导过程．如果a、b、c、d四条线段成比例，则有

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

——反比定理 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ 推出 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$

推出基本定理 $ad=bc$

——更比定理 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ 推出 $\begin{cases}\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}\\ \dfrac{d}{b}=\dfrac{c}{a}\end{cases}$

合比定理 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ 推出 $\dfrac{a+b}{b}=\dfrac{c+d}{d}$

分比定理 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ 推出 $\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{c-d}{d}$

推出 $\dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{c+d}{c-d}$ 合分比定理

等比定理 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\cdots\cdots=\dfrac{m}{n}$ 推出 $\dfrac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\dfrac{a}{b}$，

其中$b+d+\cdots+n\neq 0$．

这些定理在代数式的变形中也有着广泛的应用．

平行线分线段成比例定理提到：平行于三角形一边的直线截其它两边的对应线段成比例．怎样理解“对应线段成比例”呢？请看图6-1．

在$\triangle ABC$中，若$DE\parallel BC$，则有$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$；

$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$；$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{AC}{CE}$．

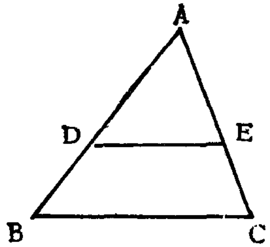


图 6-1

平行线分线段成比例定理在一般情况下没有逆定理，但在三角形中，有逆定理，即

在$\triangle ABC$中（见图6-1），若$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$或$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$或$\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CE}$，则有$DE\parallel BC$.

三角形内（外）角平分线的性质定理，是上述定理的应用，也是证明线段比例关系的重要定理。关于这个定理的证明，书中只给出一种添加辅助线的方法，同学们还可以考虑用其他添加辅助线的方法以开扩思路. 三角形外角平分线定理“如果三角形的外角平分线分对边成两条线段，那么这两条线段和相邻两边对应成比例”. 这里的“如果”意味着，

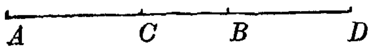
只有在外角平分线外分对边存在的情况下，这个定理才成立。例如，等腰三角形顶角外角平分线，恰好平行于对边，不能与对边相交，这个定理就无法用，所以对定理的关键词语必须反复推敲才能加深理解。

上面多次提到"线段对应成比例"，所谓对应是位置关系的对应，一定要注意千万不要把线段成比例的顺序写错，解决这个问题的最好办法是结合图形去理解和记忆定理的条件和结论，脱离图形死背硬记很容易把顺序搞错。

[解题方法指导]

例1. 线段$AB=5$cm，C是AB上一点，D是AB延长线上一点，$AC:CB=AD:DB=3:2$，求C、D两点间的距离。

思路：（1）为求解CD的长，先按已知条件画出草图



（2）$AC:CB=3:2$表示把线段$AB=5$cm分成两条线段后，用同一长度单位去量两线段所得两个量数的比，故设$BC=x$cm，$AC=(5-x)$cm

解： 设$BC=x$cm　$AC=(5-x)$cm

$\therefore$　$AC:BC=(5-x):x=3:2$

$x=2$(cm)　　$BC=2$cm

设$BD=y$cm　则$AD=AB+BD=(5+y)$cm

$\because$　$AD:DB=(5+y):y=3:2$

$\therefore \quad y=10\text{cm} \quad BD=10\text{cm}$

$\therefore \quad CD=BC+BD=12\text{cm}$

小结：值得注意的是：

（1）$AC:CB=3:2$或$AD:DB=3:2$表示的是两条线段的比，它与线段的长度是两个不同的概念，线段的长度是有单位的。线段的量数是一个正实数。

（2）$AC:CB=AD:DB$表示四条线段成比例。

例2. $3a^2$和$16b^2$的比例中项为______.

思路：（1）明确比例中项的概念为若$a:b=b:c$则称b为a和c的比例中项.

（2）把题中$3a^2$做为整体看成为比例式中的a，把题中$16b^2$看成比例式中的b.

解：设$3a^2$和$16b^2$的比例中项为x。

则 $3a^2:x=x:16b^2$

$$x^2=3a^2\cdot 16b^2=48a^2b^2$$

$\therefore \quad x=4\sqrt{3}\,ab$为$3a^2$和$16b^2$的比例中项.

小结：不要把比例中项错误地理解为$\dfrac{3a^2+16b^2}{2}$或

$3a^2\cdot 16b^2=48a^2b^2\cdot x$

例3. 如果a、b、c、d是四条线段，它们的长度如下：

$a=1$丈2尺．$b=8$尺．$c=5$米．$d=1$丈．判断它们是不是比例线段?

思路：（1）首先明确两条线段的比是指用同一长度单位去量两线段所得两个量数的比，所以已知的四条线段的单

位必须一致。

（2）要判断四条线段是否成比例，看起来很复杂，其实只要把这四条线段按大小顺序排好，分别计算前两线段和后两线段的比，若比值相等就可判断这四条线段成比例，否则就不成比例。

解： $\because a=1$丈2尺　$b=8$尺　$c=5$米　$d=1$丈。

用同一单位去度量再按大小顺序排列：

$\therefore c=5$米，$a=4$米，$d=\dfrac{10}{3}$米，$b=\dfrac{8}{3}$米

$$c:a=5:4$$

$$d:b=\frac{10}{3}:\frac{8}{3}=5:4$$

$\therefore a$、b、c、d是依$c:a=d:b$组成的比例线段。

小结：依照比例的基本性质，$c:a=d:b$还可以写成另外的几种等价的形式，例如：

$a:b=c:d$；$b:a=d:c$；$a:c=b:d$等等。

例4. 若y^3+3y^2+7的数值为2，则$2y^3+6y^2-3$的数值是（　），选择填空：

A：-13；B：-7；C：7；D：8；E：由已知，无法求出答案。

思路：本题虽然用代数方法可以解决，依据$y^3+3y^2+7=2$，求出方程的根，然后代入$2y^3+6y^2-3$之中，求出数值，但是方法太麻烦，若用比例计算，解法较易。

因为$y^3+3y^2+7=2$，所以能够推出

$2y^3+6y^2-3=2(y^3+3y^2+7)-17$

解：设$2(y^3+3y^2+7)=x$，则

$$2y^3+6y^2-3=x-17$$

$\therefore\quad (y^3+3y^2+7):2(y^3+3y^2+7)=2:x$

$\therefore\quad x=4$。

于是$2y^3+6y^2-3=x-17=4-17=-13$

因此，括号内的正确答案应选（A）.

小结：比例线段的基本性质在解一些代数问题时，也有着重要的应用，只不过是将几何中研究的对象换成代数中的多项式. 在代数的计算题中，同学们会经常运用到这些性质。

例5．选择题．如图6-2，$\triangle ABC$各边的长分别为a、b、c．$\angle B$的平分线BD交AC于D，且$DE\parallel BC$交AB于E，那么，AE与EB的长分别为（　　）．

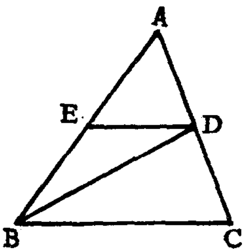


图 6-2

A：b或a；

B：$b-c$或$a-c$；

C：$\dfrac{bc}{a+c}$或$\dfrac{ab}{a+c}$；　D：$\dfrac{c^2}{a+c}$或$\dfrac{ac}{a+c}$

E；根据已知条件，无法得出所求结论.

思路：（1）由已知条件显然知道要用三角形角平分线的性质定理及“平行于三角形的一边的直线截其它两边，所得对应线段成比例”的知识.

（2）利用比例关系计算所求的线段的长．以确定应选择的答案．

解： ∵△ABC各边的长分别为a、b、c。

$\angle B$的平分线BD交AC于D

$$\therefore \frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}=\frac{c}{a}$$

又∵$DE \parallel BC$交AB于E。

$$\therefore \frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}=\frac{c}{a}$$

于是 $AE=\dfrac{c}{a+c}\cdot c=\dfrac{c^2}{a+c}$

$$EB=\frac{a}{a+c}\cdot c=\frac{ac}{a+c}$$

所以，正确答案应选择（D）。

小结： $\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{c}{a}$并不意味着$AE=c$，$EB=a$，$\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{c}{a}$表示两线段的比．$AB$的长是$c$，故经过计算可得结论。

［标准化训练题］

练习一

1．填空：

（1）$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{6}$的第四比例项是______。

$\sqrt{2}$、$2\sqrt{2}$的比例中项是____.

（2）在$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$中，若$a=c$，则____.

（3）在三角形ABC中，若$\angle A:\angle B:\angle C=2:3:5$则$\angle A=$____，$\angle B=$____，$\angle C=$____.

（4）将$\triangle ABC$的两边AB和AC分别延长到D和E，使$BD=2AB$，$CE=2AC$，那么BC与DE的位置关系是____关系；$BC:DE=$____；$S_{\triangle ABC}:S_{\triangle ADE}=$____.

（5）正方形的一边与对角线的比是____.

（6）若$(x+y):y=7:3$，则$x:y=$____.

（7）若$\frac{a}{b}=5$，则$\frac{a+b}{a-b}=$____.

（8）有一个30°角的直角三角形的两条直角边的比是____.

（9）等边三角形的一条中线与一条中位线的比为____.

（10）若$x:y:z=3:8:7$，则$(x+y+z):z=$____；$(y-z):x=$____.

2.选择填空：

（1）若$3:x=2:y$ 则$x:y$为（　　）.

（A）2:3；（B）3:2；（C）$\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$；

（D）$\frac{2}{3}:\frac{3}{2}$；（E）以上全不对.

（2）若$3y-4x=0$，则$x:y$为（　　）.