



初中数学复习与考试

初中数学课程史料



初中数学复习与考试

北京市东城区教育局中学教研室 编

北京师范大学出版社

初中数学复习与考试

北京市东城区教育局中学教研室 编

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省邯郸地区印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 10.75 字数: 228 千

1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷

印数: 1—150,000

统一书号: 7243·365 定价: 1.50元

前 言

为满足广大初中毕业学生和自学青年系统复习的需要，北京市东城区教育局中学教研室根据初中教学大纲和最新版课本，组织教研人员和教学经验丰富的教师共同编写了这套丛书，包括《初中语文复习与考试》、《初中数学复习与考试》、《初中物理复习与考试》、《初中化学复习与考试》等四册。

本册分代数、几何两部分，共十五章。每章包括基本要求、基础练习、典型例题、参考习题等内容。其特点是：围绕教材的重点、难点对知识进行概括总结；选择的典型例题，注重其解题方法，注重思考、分析和小结；练习题力求基础；参考习题力求灵活、综合，以达到在较短的时间内，巩固所学基础知识和基本技能，加强对知识之间内在联系的理解，提高分析问题和解决问题能力之目的。

本书由郝澎、李勃梁同志编写。

限于时间和水平，错误定会不少，恳请提出批评。

编者

一九八五年四月

目 录

代 数 部 分

第一章	实数	1
第二章	整式	13
第三章	分式	28
第四章	根式	40
第五章	指数与对数	51
第六章	方程与方程组	66
第七章	不等式	98
第八章	函数及其图象	115
第九章	解三角形	142

几 何 部 分

第十章	角和垂线	161
第十一章	平行线	173
第十二章	三角形	185
第十三章	四边形	210
第十四章	相似形	231
第十五章	圆	258
答 案		297

代数部分

第一章 实数

一、基本要求

本章主要内容包括与实数有关的概念及有理数、实数的运算。

实数的绝对值既是本章的重点又是本章的难点。

通过对本章的复习，应达到以下基本要求：

(一) 掌握整数、分数、有理数、无理数、实数等概念，并了解实数的分类。

(二) 掌握数轴、相反数、倒数、绝对值等概念。

(三) 掌握实数比大小的法则。

(四) 掌握有理数及实数的运算法则、运算定律及运算顺序律，能熟练准确地进行有理数及实数的运算。

二、基础练习

1. 填空：

(1) 整数和分数统称为——，有理数和无理数统称为——；

(2) 在实数 -3 , $-\frac{4}{3}$, $\sqrt{3}$, $0.\dot{3}$, π , -0.103 , $\lg 10$, $\sin 60^\circ$ 中，有理数是——，

无理数是_____；

(8) 比 $-\sqrt{2}$ 大而比 $\sqrt{3}$ 小的所有非负的整数是

_____；

(4) $-\frac{2}{3}$ 的相反数是_____，倒数是_____，

绝对值是_____；

(5) 绝对值等于2的实数有_____个，它们是_____；

(6) 最小的自然数是_____，最大的负整数是_____，绝对值最小的实数是_____；

(7) 绝对值小于2的所有整数是_____；相反数大于-3的所有自然数是_____；

(8) 近似数0.0108精确到_____位，它有_____个有效数字，它们是_____；

(9) 若 $2.46^2 = 6.052$ ，则 $0.246^2 =$ _____；

若 $0.5197^3 = 0.1404$ ，则 $51.97^3 =$ _____；

(10) 203000用科学记数法可表示成_____。

2. 比较大小：

(1) $-\pi$ 与0；

(2) -0.1 与 -0.2 ；

(3) $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{3}$ ；

(4) $-\pi$ 与 $-\frac{\pi}{2}$ 。

3. 化简：

(1) $\left| 1 - \frac{3}{2} \right|$ ；

(2) $|0.5 - 1.78|$ ；

(3) $-|-\pi|$ ；

(4) $-|1 - \sqrt{2}|$ 。

4. 求值：

(1) $-\frac{1}{3}$ 的倒数与 $-\frac{5}{2}$ 的绝对值之和；

(2) -0.1 的相反数与 2.1 的倒数之积;

(3) $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{3}$ 的差的倒数;

(4) -1.2 与 0.45 的差的相反数.

5. 计算:

$$(1) 2 - 3 \div \frac{1}{2} \times 2;$$

$$(2) -1^3 - (1 + 0.5) \times \frac{1}{3} \div [2 - (-3)^2];$$

$$(3) 18 \div (-3)^2 \times (-3)^2 - 2^3 \times (-3);$$

$$(4) \{0.85 - [12 + 4 \times (3 - 10)]\} \div 5;$$

$$(5) -3 - [-5 + (1 - 0.2 \times \frac{3}{5}) + (-2)].$$

三、典型例题

例1 选择答案:

在下列各题给出的结论中, 只有一个是正确的, 请你把正确答案的代号填入题后的括号中.

(1) 数轴上所有点所表示的数是

- (A) 整数和分数.
- (B) 正数和负数.
- (C) 大于1的数和小于1的数.
- (D) 有理数和无理数. ()

(2) 零是

- (A) 自然数. (B) 正数.
- (C) 有理数. (D) 最小的数. ()

(3) 在 $\lg 2$, $\sin 30^\circ$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{4}+1$, $0.\dot{1}0\dot{1}$ 这五个数中, 无理数的个数是

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1. ()

思考: (1) 数轴上的点与什么数的对应关系是一一对应关系:

(2) 零是有理数吗? 是实数吗?

(3) 怎样判断一个数是有理数还是无理数?

(4) 怎样利用“结论中只有一个是正确的”的已知条件来做选择答案的习题?

解: (1) (D); (2) (C); (3) (B).

小结: 做选择题时, 可不考虑题目所给的几个答案. 先解题, 再将所得结果与所给答案进行比较和选择; 也可以采用筛选的办法. 即把几个答案逐一代回原题进行判断选择. 当遇到正确答案时, 下边的几个就可以不必进行了. 这两种办法应因题目类型的不同而采用相应的方法.

例2 解答下列各题:

(1) m 的倒数是 $-\frac{1}{3}$ 的相反数, 求 m 的值;

(2) 一个数的倒数等于它本身, 求这个数; 一个数的相反数等于它本身, 求这个数;

(3) 哪些数的倒数比它本身大? 哪些数的相反数比它本身小?

思考: 什么样的两个数是互为倒数的关系? 什么样的两个数是互为相反数的关系?

解: (1) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ 的倒数是 3,

所以 $m = 3$.

(2) 倒数与它本身相等的数有两个, 它们是 1 和 -1.
相反数与它本身相等的数只有一个, 它是 0.

(3) 小于 -1 的负数以及小于 1 的正数, 它们的倒数都比自身大. 正数的相反数都比自身小.

小结: (1) 相反数与倒数这两个概念都是指一对实数间的相互关系. “a 的倒数是 b” 与 “a 是 b 的倒数” 这两句话是等价的.

(2) 注意: 零没有倒数; 零的相反数仍是零.

例3 比较大小:

$$(1) -\frac{11}{12} \text{ 与 } -\frac{10}{11};$$

$$(2) |-\sqrt{5} - \sqrt{6}| \text{ 与 } |-\sqrt{5}| + |-\sqrt{6}|;$$

$$(3) \text{ 当 } a < b < 0 \text{ 时, } |a| \text{ 与 } |b|.$$

思考: 实数怎样比大小? 实数的绝对值怎样比大小?

$$\text{解: (1) } \left| -\frac{11}{12} \right| = \frac{11}{12} = \frac{121}{132},$$

$$\left| -\frac{10}{11} \right| = \frac{10}{11} = \frac{120}{132}.$$

$$\therefore \frac{121}{132} > \frac{120}{132},$$

$$\therefore -\frac{11}{12} < -\frac{10}{11}.$$

$$(2) |-\sqrt{5} - \sqrt{6}| = |-(\sqrt{5} + \sqrt{6})| \\ = \sqrt{5} + \sqrt{6}.$$

$$|-\sqrt{5}| + |-\sqrt{6}| = \sqrt{5} + \sqrt{6}.$$

$$\therefore \quad |-\sqrt{5}-\sqrt{6}|=|-\sqrt{5}|$$

$$+|-\sqrt{6}|.$$

(3) 当 $a < b < 0$ 时, $|a| > |b|$.

小结: (1) 两个实数比大小, 可以利用数轴上对应点的位置来进行比较, 在数轴上靠右边的数总比靠左边的数大. 还可以利用实数比大小的法则来比较.

(2) 两个负实数, 绝对值较大的数反而小, 绝对值较小的数反而大, 反之也正确. 两个负实数, 较小一个的绝对值较大, 较大一个的绝对值较小.

例4 解答下列各题:

(1) 写出绝对值小于 3 的所有整数;

(2) 求 $3\frac{1}{3}$ 与 $-5\frac{1}{4}$ 这两个数和的绝对值, 再求这

两个数绝对值的和;

(3) 若 $|a+1|=5$, 求 a 的值;

(4) 若 $|-m|=-m$, 求 m 的取值范围;

(5) 若 a, b 为实数, 且 $(a-3)^2 + |b+2| = 0$, 求 a, b 的值.

思考: 绝对值概念的本质属性是什么?

解: (1) 绝对值小于 3 的所有整数是 $-2, -1, 0, 1, 2$.

$$(2) \quad \left| 3\frac{1}{3} - 5\frac{1}{4} \right| = \left| -1\frac{11}{12} \right| = 1\frac{11}{12},$$

$$\left| 3\frac{1}{3} \right| + \left| -5\frac{1}{4} \right| = 3\frac{1}{3} + 5\frac{1}{4} = 8\frac{7}{12}.$$

(3) 由绝对值的定义可得

$$a+1=\pm 5,$$

所以, $a=-6$ 或 $a=4$.

(4) 由绝对值的定义可得

$$-m \geq 0 \quad \text{即} \quad m \leq 0.$$

所以, m 的取值范围是 $m \leq 0$.

$$(5) \begin{cases} a-3=0, \\ b+2=0. \end{cases}$$

所以 $a=3$, $b=-2$.

小结: (1) 实数的绝对值是一个非负的量, 因此, “非负”可以说是绝对值概念的本质属性.

(2) 在 $|-m|=-m$ 中, 我们把负号当做相反数来读和理解更确切. 这样 $m \leq 0$ 的等号便不会去掉.

(3) 两个非负实数的和等于零, 则这两个实数应分别等于零.

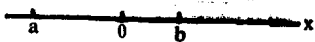
例5 化简:

$$(1) |\pi - 2\sqrt{3}|;$$

$$(2) |2-x|, \quad (x < 2);$$

$$(3) |2x+1| + |x-1|;$$

(4) 若实数 a, b 在数轴



上的对应点如图1-1所示.

图 1-1

化简 $|a-b|$, $|a+b|$.

思考: 怎样利用绝对值的本质属性来解决有关绝对值的化简问题?

$$\text{解: } (1) |\pi - 2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - \pi.$$

$$(2) \because x < 2, \therefore |2-x| = 2-x.$$

$$(3) \text{ 当 } x < -\frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$|2x+1| + |x-1| = -(2x+1) - (x-1) = -3x;$$

$$\text{当 } -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \text{ 时,}$$

$$|2x+1| + |x-1| = 2x+1 - (x-1) = x+2;$$

$$\text{当 } x > 1 \text{ 时,}$$

$$|2x+1| + |x-1| = 2x+1 + x-1 = 3x.$$

(4) 由 a, b 在数轴上的位置可知

$$a < 0, b > 0, |a| > |b|.$$

$$\text{所以 } a-b < 0, a+b < 0.$$

$$\text{则 } |a-b| = b-a, |a+b| = -a-b.$$

小结: 关于绝对值的化简问题. 当绝对值号内是数时, 则可去掉绝对值号得出非负的量直接化简; 当绝对值号内含有字母时, 若给出了条件, 则按条件化简, 若没给条件, 则应按不同范围进行讨论.

例6 计算:

$$(1) 2\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{2};$$

$$(2) \left| \frac{4}{5} - \frac{3}{2} \right| \div \left\{ \frac{1}{2} \times \left[(-2)^2 - \frac{3^2}{2} \right] + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} \right\}.$$

思考: 有理数的运算法则和定律是什么? 哪些步骤容易发生错误而应给以注意?

$$\text{解: (1) 原式} = 2\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2},$$

$$= 2\frac{4}{9} - 8 = -5\frac{5}{9}.$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{7}{10} + \left\{ \frac{1}{2} \times \left[4 - \frac{9}{2} \right] + \frac{3}{2} \right\},$$

$$= \frac{7}{10} + \left\{ \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2} \right) + \frac{3}{2} \right\},$$

$$= \frac{7}{10} + \frac{5}{4} = \frac{14}{25}.$$

小结：(1) 注意运算顺序。先做乘方、开方，再做乘除，最后做加减。第(1)小题中若等于 $-1\frac{1}{9} + 1$ 就犯了运算顺序的错误。

(2) 有括号时，先做括号内的运算，并按小括号，中括号，大括号的顺序进行。要注意括号的正确使用。 $-\frac{3^2}{2}$ 与 $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ 与 $-\left(\frac{3}{2}\right)^2$ 都不相等。

四、参 考 习 题

1. 判断正误，正确的划“√”，错误的划“×”。

(1) $-a$ 表示负数； ()

(2) a^2 永远是正值； ()

(3) 正数的相反数一定是负数； ()

(4) $-\frac{1}{3}$ 是有理数，是负数，也是实数； ()

- (5) a 取任意实数时, $|a| > 0$; ()
- (6) 负数的倒数仍就是负数; ()
- (7) $-|a|$ 一定是负数; ()
- (8) 一个数的倒数等于用 1 除以这个数所得的商; ()
- (9) 无理数都是无限小数; ()
- (10) 无限小数都是无理数. ()

2. 填空:

- (1) 若字母 a 表示任意实数, 则它的相反数可表示成 _____;
- (2) 若 a 的倒数等于 b , 那么 $a \cdot b =$ _____;
- (3) 若 $|m+2| = 1$, 则 $m =$ _____;
- (4) 若 $|-3| = a+4$, 则 $a =$ _____;
- (5) 若 $|a-1| = 1-a$, 则 a 的取值范围是 _____;
- (6) 若 $\frac{a}{|a|} = -1$, 则 a 的取值范围是 _____;
- (7) 若 a 是一个负数, 那么 $-\frac{1}{a}$ 是 _____ 数;
- (8) 如果 $a > b > 0$, 则 $|a|$ _____ $|b|$;
- (9) 如果 $a < b < 0$, 则 $|a|$ _____ $|b|$;
- (10) 如果 $|a| = |b|$, 则 a, b 之间的关系是 _____.

3. 回答下列问题:

- (1) 有没有最大的有理数? 有没有最小的正数? 有没有相反数最小的自然数?
- (2) 什么数的绝对值和它相等? 什么数的绝对值比它大?

(3) 什么数的相反数是正数? 什么数的相反数是负数?
什么数的相反数比它大?

(4) 什么数的倒数大于1? 什么数的倒数小于零? 什么
数的倒数比它小?

(5) 什么样的数, 它既是正分数, 又是有理数, 还是
实数?

4. 比较大小:

(1) $-\frac{22}{7}$ 与 $-\pi$; (2) $|\sqrt{-2}|$ 与 1.41 ;

(3) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ 与 $2 + \sqrt{3}$; (4) $-a$ 与 $|a|$;

(5) $|a|$ 与 $|a| - 1$; (6) $|a|$ 与 $|a - 1|$.

5. 化简:

(1) $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$;

(2) $|\sqrt{7} - 2\sqrt{2}|$; (3) $|\lg 3 - \pi|$;

(4) $|\sqrt{3} - \sin 45^\circ|$;

(5) $|1 + \sqrt{3}| - |1 - \sqrt{3}|$;

(6) $|x - 3|$, ($x \geq 3$); (7) $|2a - 1|$;

(8) $\frac{a-3}{|3-a|}$; (9) $|x-2| + |2x-1|$.

6. 若 a, b 互为负倒数, 化简: $\frac{ab+1}{b^2+1}$.

7. 若 $\left|\frac{1}{a}\right| = 2$, $\left|\frac{1}{b}\right| = 3$, 求 $a+b$ 的值.

8. 若 $|2x+1| + |2-3y| = 0$, 求 $-x^2y$ 的值.

9. 已知 $|x+y-2| + (2x-3y+1)^2 = 0$, 求 x, y 的值.

10. 当 $2x-3 > 5$ 时, 化简 $|x+2| - |x-3|$.