高等学校教学参考书

严导淦 主编

物理学（第四版）

阅读与解题指导

严导淦 彭德应 编

高等教育出版社

内容提要

本书是与严导淦等编高等学校教材《物理学》(第四版)(以下简称"教材")相配套的一本自学辅导用书 全书按教材各章顺序编写 每章由"基本要求"、"阅读指导"、"解题指导"(含教材中一部分问题和习题的选解)和"自我检测题"等四个部分组成.全书按阶段共编入九次"测验作业"(专门供参加远程教育的读者使用),书末还附有两套"模拟试题卷(示例)"

本书在上述各部分中提供了与工科大学本科物理课程现行各类教学基本要求大致相适应的资用素材,旨在使读者更好地掌握教材的主要内容,以提高阅读效益和解题能力

本书在全日制普通高校工程专业本科物理课程的教学中,可选作习题课或课堂讨论课的教材或参考书;也可供学生平时在课后或期末临考前进行复习时参考

本书兼作函授、网络等远程高等教育的面授提纲,并可供夜大学、业余大学、高等职业技术学院及参加全国高等教育自学考试的读者作为系统复习的教学或参考用书

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第四版)阅读与解题指导/严导淦,彭德应编.—北京:高等教育出版社,2004.1

ISBN 7-04-012979-5

Ⅰ.物… Ⅱ.①严… ②彭… Ⅲ.物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 093458 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京北苑印刷有限责任公司		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2004 年 1 月第 1 版
印　　张	22.5	印　　次	2004 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	420 000	定　　价	28 10 元

前　言

严导淦等编《物理学》(第四版)是为全日制普通大学工科院系的本科物理课程编写的一本教材(以下简称"教材");同时兼作函授、网络等远程教育和夜大学、业余大学、高等职业技术学院、全国高等教育自学考试等各类成人教育的教学用书.本书是配合这本教材的自学辅导书.

大学生学习的一个重要特点是在教师指导下进行自学和研讨.然而,自学是艰辛的,需要花费时间和精力,特别是学习物理学这类基础学科,它把自然界纷繁的物理现象通过梳理和提炼,升华到科学的境界,归结为物理本质的寻找与界定,凸现出它的包容性和广博性.如果读者能从中沉思求索,一旦豁然开朗,将引发自己的创造能力,且富有实践的指导意义,这对读者将来投身于知识社会,或许会带来丰硕的收获.

有鉴于此,提供一本配合教材的自学辅导用书,期待能引导学生在自学教材的过程中提高阅读效果和解题能力,更好地掌握教材的主要内容,无疑是有必要的.

本书以周耀文、张庆国主编的《物理学面授提纲和解题指导》一书为蓝本,按照当前第四版教材的章节重新编排.每章设置"基本要求"、"阅读指导"、"解题指导"和"自我检测题"等四个部分.首先,在"基本要求"中,明确指出本章应掌握、理解或了解的内容,便于读者在阅读教材前分清内容的主次.继而,在"阅读指导"中,简明而系统地对全章主要内容作了提纲挈领的论述和指出应加以注意之处,旨在使读者在阅读教材过程中统揽全局,并突破可能遇到的某些难点,深化对内容的理解.然后,在"解题指导"中,要求读者在钻研教材的基础上,运用有关物理概念和定律去揣摩和参考所列举的示例,独立探索正确的解题思路,以提高自己的分析和解决问题的能力.需要说明,考虑到工程技术专业的特点和题目的覆盖面,有许多例题选用了教材中的一部分问题和习题 读者务必在独立解题而难以为继时,才去参考这部分问题或习题的解答.顺便指出,本书例题的题号编排与教材中相应的问题和习题的题号完全不同,请读者注意.最后,在"自我检测题"中,本书精选了适量的小型题目,供读者练习,以巩固所学知识并检测有无不足之处.

如上所述,本书既是读者自学教材时的一本辅导用书,也可在全日制教学中作为习题课或课堂讨论课的参考书,并可作为函授教学的面授提

纲.此外,学生平时在课后或期末临考前使用本书进行系统复习,亦不无裨益

全书还按阶段专门为函授学生编入了九次"测验作业",函授学生应按照学校所发的教学进度表规定的阶段测验作业交批日期和有关规定完成这项任务

本书最后附有两套"模拟试题卷(示例)",供读者参考和揣摩,使读者对本课程考试题的题型及其分布等有所了解.

请读者注意,书末所附的"自我检测题"和"模拟试题卷(示例)"的答案有些是近似的,仅供参考.

参加本书编写工作的有:彭德应(第一章至第八章、第十七章至第二十二章,并参与全书统稿工作)、严导淦(第九章至第十章、各次测验作业和"模拟试题卷(示例)"等),张庆国、尤景汉(第十一章至第十六章).本书由严导淦负责策划、统稿和联系出版等事宜.

周耀文、张庆国、徐国涵、张炳前等教授对本书编写工作的认同和支持,吴树瑚、吴於人两位教授在百忙中为本书作了精详的审阅,并在编写过程中屡蒙同济大学物理教研室领导和陆汝杰老师的臂助,在此向他们一一表示深切的谢意.

由于编者学识浅陋,成书匆促,书中恐多不妥和错漏之处,深望读者不吝赐正.

编　者

二〇〇三年六月岁次癸未年孟夏于上海

目　　录

第一章　质点运动学 …… 1
第二章　质点动力学的基本定律 …… 18
　第一次测验作业 …… 33
第三章　能量、动量和角动量及其守恒定律 …… 34
第四章　刚体的定轴转动 …… 61
第五章　连续介质力学简介 …… 79
第六章　狭义相对论简介 …… 86
　第二次测验作业 …… 96
第七章　机械振动 …… 98
第八章　机械波 …… 115
　第三次测验作业 …… 132
第九章　热力学基础 …… 133
第十章　气体动理论 …… 154
　第四次测验作业 …… 165
第十一章　真空中的静电场 …… 167
第十二章　静电场中的导体和电介质 …… 196
　第五次测验作业 …… 210
第十三章　电流 …… 213
第十四章　稳恒磁场 …… 225
　第六次测验作业 …… 252
第十五章　电磁感应 …… 254
第十六章　电磁场与电磁波 …… 269
　第七次测验作业 …… 279
第十七章　光的干涉 …… 281
第十八章　光的衍射 …… 296
第十九章　光的偏振 …… 307
　第八次测验作业 …… 314
第二十章　早期的量子论 …… 315
第二十一章　量子力学基础 …… 327
　第九次测验作业 …… 336

第二十二章　原子核物理学简介 …………………………………………… 337
模拟试题卷(示例) ………………………………………………………………… 343
答案 ………………………………………………………………………………… 349

第一章　质点运动学

一、基本要求

1. 了解质点、参考系、坐标系、时刻和时间等物理概念.

2. 掌握位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),并能借助直角坐标系计算质点作平面运动时的上述这些物理量.

3. 掌握并会运用直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律;能运用 $x-t$、$v-t$、$a-t$ 图线讨论直线运动;理解圆周运动中角量与线量的关系.

4. 理解速度合成定理,并会求解简单的相对运动问题.

二、阅读指导

力学是研究物体机械运动规律的一门科学.运动学研究如何描述物体的机械运动及其变化规律,而不追究物体运动及其变化的原因.

物体相对于另一个物体的位置随时间在变动,或者物体内某些部分相对于其他部分的位置随时间在变动,都称为机械运动.

1. 参考系　坐标系

对物体运动的描述,事先总要选取相对于观察者静止的另一个物体(例如地面),作为判断物体动、静的参考标准,所选的这个物体,叫做参考系.我们只能相对于参考系来描述物体的运动.

为了定量表述物体的运动,可在参考系上任取一点 O 作为参考点,以它为原点,在参考系上建立一个坐标系;并在此参考系中设置一架时钟,用来计时.这样,便能定量给出物体在运动过程中相对于参考点 O 的位置(例如,坐标 x、y、z)和相应的时刻 t.

2. 质点——描述物体平动[①]的一个理想模型

在研究力学问题时,如果物体的大小和形状无关紧要而可忽略不计,这时,就可将物体看成(或者说,抽象成)一个具有该物体全部质量、而在

---

① 物体运动时,若其上任一点的运动可代表整个物体的运动,这时,我们就说物体在作平动 显然,物体作平动时,其大小和形状都无关紧要,而可视作质点

空间中又可以用一个几何点来表示的物体 我们把这个物体就称为质点.由于客观上并不真实存在这种没有大小和形状、却具有质量的点,因此,质点是物体的一种理想模型.

3. 描述质点运动及其变化的一些物理量

(1) 位矢 $\boldsymbol{r}$　运动函数

在选定的参考系中,从所取的参考点 O 引向质点位置的矢量,就是位矢,记作 $\boldsymbol{r}$. 它是描述质点位置的物理量.

若质点相对于参考系在运动,位矢 $\boldsymbol{r}$ 就随时刻 t 而变动,可记作

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1.1}$$ ①

这是一个矢量函数,称为运动函数.据此,可给出质点在任一时刻的位矢.将各时刻的位矢末端连接而成的曲线(或直线),就是质点运动所经历的轨道.若轨道为曲线,质点作曲线运动;若轨道为直线,质点作直线运动.

(2) 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$　路程 Δs

从质点在时刻 t 的位置 P 引向时刻 $t+\Delta t$ 的位置 Q 所作的矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$(图 1.1),称为质点在时间 Δt 内的位移.它描述质点在时间 Δt 内位置变动的大小和方向.显然,位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是位矢 $\boldsymbol{r}$ 的增量,即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_P=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1.2}$$

质点沿其轨道 C 的行程,称为路程,记作 Δs,它是一个正的标量.位移的大小为 $|\Delta\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_P|=PQ$.一般而言,$\Delta s\neq|\Delta\boldsymbol{r}|$.

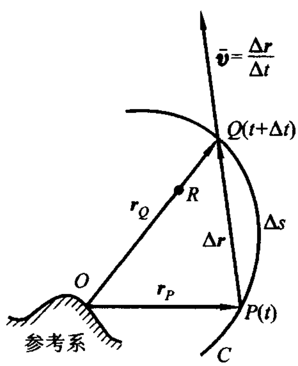


图 1.1①

其次,在位矢 $\boldsymbol{r}_Q$ 上作 $OR=|\boldsymbol{r}_P|$,则两个位矢的大小之增量 $\Delta r=RQ=|\boldsymbol{r}_Q|-|\boldsymbol{r}_P|$,它不等于位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$,即 $\Delta r\neq|\Delta\boldsymbol{r}|$.

---

① 本书插图和公式的编号与教材中插图和公式的编号是不同的 请读者注意

(3) 速度 $\boldsymbol{v}$

速度是描述质点位置随时间而变动的快慢和方向的物理量. 定义为

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.3}$$

这里, $\Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$ 是质点在时间 Δt 内的平均速度, 记作 $\bar{\boldsymbol{v}}$. $\bar{\boldsymbol{v}}$ 是矢量(见图 1.1). $\bar{\boldsymbol{v}}$ 在 $\Delta t\to 0$ 时的极限是位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的变化率 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$(即矢量导数), 这就是质点在某时刻 t 的瞬时速度(简称速度) 速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 是矢量, 其大小为 $\Delta t\to 0$ 时平均速度大小的极限值, 即 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}|\Delta \boldsymbol{r}/\Delta t|$, 其方向是平均速度矢量的极限方向, 也就是沿质点所在处的轨道切线、并指向质点运动前进的方向(图 1.2).

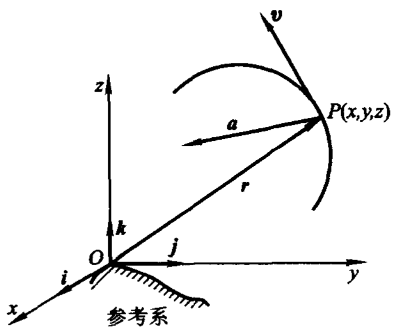


图 1.2

速率只描述质点运动的快慢. 它是路程对时间 t 的变化率. 速率是标量, 定义为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

这里, $\Delta s/\Delta t$ 称为质点在时间 Δt 内的平均速率, 记作 $\bar{v}$. 当 $\Delta t\to 0$ 时, $\Delta s\to|\Delta \boldsymbol{r}|$, 即 $\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$, 则

$$|\boldsymbol{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

所以, 瞬时速度的大小等于该时刻的速率, 即

$$|\boldsymbol{v}|=v \tag{1.4}$$

(4) 加速度 $\boldsymbol{a}$

加速度是描述质点速度的大小和方向随时间改变的物理量. 定义为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

式中，$\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$ 是时间 Δt 内的平均加速度，记作 $\bar{\boldsymbol{a}}$. 矢量 $\boldsymbol{a}$ 在 $\Delta t \to 0$ 时的极限是速度 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的变化率(矢量导数)，即为质点在某一时刻 t 的瞬时加速度矢量(简称加速度)，加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向是平均加速度的极限方向，一般与在同一时刻 t 的速度方向不同，它指向曲线轨道的凹侧(见图 1.2). 由于 $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$，还可把加速度 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 表示成位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的二阶矢量导数，即

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.6}$$

注意：上述速度增量的大小为 $|\Delta \boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}_Q - \boldsymbol{v}_P|$，相应的速率增量为 $\Delta v = |\boldsymbol{v}_Q| - |\boldsymbol{v}_P| = \Delta|\boldsymbol{v}|$，两者应加区别.

(5) 速度的方向就是物体运动的方向，而加速度的方向是运动改变的方向，一般地说，速度与加速度的方向并不一定相同. 读者从图 1.3 所示的各种运动情况中，可领会速度 $\boldsymbol{v}$ 与加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向关系，图中以 θ 角表示 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 两者方向之间的夹角.

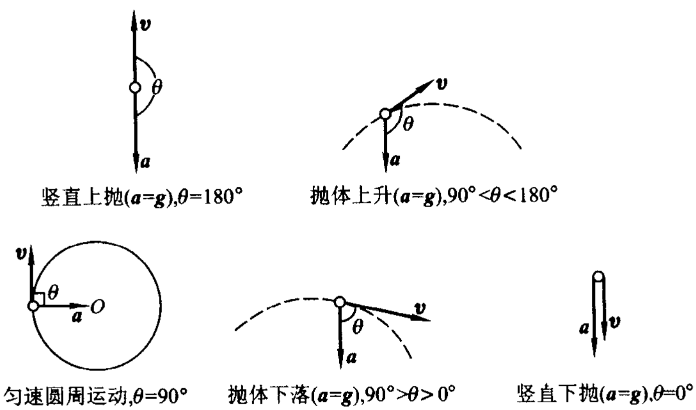


图 1.3

(6) 若已知质点在某时刻的位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$，就能明确说出质点在该时刻位于何处，以多大的快慢朝什么方向运动，因此 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$ 是表述质点运动状态的量；至于加速度 $\boldsymbol{a}$ 则是表述质点运动状态改变的量. 若 $\boldsymbol{a}$ 为恒矢量(即其大小、方向均不随时间而改变)，则质点作匀变速(匀加速或匀减速)运动，但不一定是直线运动. 例如，抛体运动就是一种匀变速($\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$)的曲线运动.

4. 矢量的解析运算

在物理学中，我们常用矢量或矢量关系式来表述物理概念或物理定

律. 上述位矢 $\boldsymbol{r}$、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 等物理量都是矢量，兼具大小和方向，并服从矢量运算法则，可按平行四边形或三角形法则，利用绘图法对矢量进行合成（求和）或分解. 但为了便于用解析法对矢量进行解析运算，往往先给出矢量在选定的直角坐标系中沿各轴的分量，写出矢量的正交分解式. 由于式中各分量都是标量，易于用代数或微积分的方法进行计算，从而，便把矢量运算问题归结为对其分量的标量运算问题，并由这些分量可以定量地分别求出该矢量的大小和方向.

在选定的参考系上，建立以所取参考点 O 为原点的直角坐标系 $Oxyz$（见图 1.2）. 设质点在时刻 t 的位置 P 相对于 O 点的位矢为 $\boldsymbol{r}$，则 P 点的位置坐标 (x,y,z) 便是位矢 $\boldsymbol{r}$ 分别在 Ox、Oy、Oz 轴上的分量（即投影），相应的正交分解式为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1.7}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表征 Ox、Oy 和 Oz 轴正方向的单位矢量，它们在给定的坐标系中是恒矢量（即其大小为 1，方向恒定）. 由上式中的各分量，可分别计算位矢的大小和方向（用方向余弦表示），即

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1.8}$$

$$\cos\alpha=x/r,\quad \cos\beta=y/r,\quad \cos\gamma=z/r \tag{1.9}$$

反之，已知位矢的大小 r 和方向（即方向角 α、β、γ），则质点的位置坐标 x、y 和 z 也就可由式(1.9)确定，并可写出 $\boldsymbol{r}$ 的正交分解式(1.7). 亦即，用坐标 (x,y,z) 或用位矢 $\boldsymbol{r}$ 描述质点的位置是等效的. 推而广之，任一矢量（或矢量式）都可等效地用相应的一组分量（或分量式）表示. 今后，我们多是这样处理的.

设质点运动函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 的正交分解式为

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.10}$$

则与这个矢量函数等效的是一组分量（标量）函数：

$$\left.\begin{aligned}x&=x(t)\\y&=y(t)\\z&=z(t)\end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

从上式中消去时间 t 这个参数，便可给出质点运动的轨迹方程.

设质点在时刻 t 位于 P 点，其位矢 $\boldsymbol{r}_P$ 的正交分解式为

$$\boldsymbol{r}_P=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

在时刻 $t+\Delta t$，质点变动到 Q 点，其位矢 $\boldsymbol{r}_Q$ 的正交分解式为

$$\boldsymbol{r}_Q=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)=x(t+\Delta t)\boldsymbol{i}+y(t+\Delta t)\boldsymbol{j}+z(t+\Delta t)\boldsymbol{k}$$

在时间 Δt 内，质点位移的正交分解式为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_Q - \boldsymbol{r}_P = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \qquad (1.12)$$

式中，与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 等效的一组分量为

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= x(t+\Delta t) - x(t) \\ \Delta y &= y(t+\Delta t) - y(t) \\ \Delta z &= z(t+\Delta t) - z(t) \end{aligned}\right\} \qquad (1.13)$$

由分量 Δx、Δy 和 Δz 便可分别求位移的大小和方向：

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

$$\cos\zeta = \Delta x / |\Delta \boldsymbol{r}|, \quad \cos\eta = \Delta y / |\Delta \boldsymbol{r}|, \quad \cos\theta = \Delta z / |\Delta \boldsymbol{r}|$$

在时间 Δt 内的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$$

对上式求 $\Delta t \to 0$ 时的极限，其矢量导数即为时刻 t 的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \qquad (1.14)$$

而与速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 等效的一组分量为

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ v_y &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ v_z &= \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$

再把 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 求矢量导数，可得时刻 t 的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \qquad (1.16)$$

与加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 等效的一组分量为

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y &= \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z &= \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned} \qquad (1.17)$$

仿照前面所述的求位矢、位移的大小和方向的方法，根据速度和加速度的分量，可以分别求出速度和加速度的大小和方向.

5. 几种常见的质点运动

(1) 直线运动

质点作直线运动时，可沿此直线轨道取 Ox 轴，则描述质点运动的位

矢、位移、速度和加速度等物理量皆可用标量(即沿 Ox 轴的相应分量)处理,它们的矢量性体现在其方向完全可用正、负来标示,即凡与选定的 Ox 轴正向一致者取正值,反之取负值.这些标量式为

$$\left.\begin{aligned}&\text{运动函数} && x=x(t)\\ &\text{位移} && \Delta x=x(t+\Delta t)-x(t)\\ &\text{速度} && v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\\ &\text{加速度} && a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\end{aligned}\right\}\tag{1.18}$$

由此可知,质点作直线运动时,已知其运动函数,通过逐次对时间 t 求标量导数,便可求质点的速度和加速度等.

反之,已知质点直线运动的速度和加速度以及初始条件,可用积分法求其运动函数.例如,在质点的匀变速直线运动中,加速度 $a=$ 恒量,并设 $t=0$ 时,$v=v_0$,$x=x_0$,则用积分法可求得匀变速直线运动的基本公式

$$v=v_0+at\tag{1.19}$$

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2\tag{1.20}$$

以及

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)\tag{1.21}$$

(2) 抛体运动

抛体运动的特征是 $\boldsymbol{v}_0\neq 0$,且具有恒定的加速度 $\boldsymbol{g}$(重力加速度),$\boldsymbol{g}$ 的方向铅直向下.当 $\boldsymbol{v}_0$ 与 $\boldsymbol{g}$ 共线、且反向时,质点作铅直上抛运动;当 $\boldsymbol{v}_0\perp\boldsymbol{g}$ 时,质点作平抛运动;当 $\boldsymbol{v}_0$ 与 $\boldsymbol{g}$ 既非共线、亦非垂直时,质点作斜抛运动.这时,在 $\boldsymbol{v}_0$ 与 $\boldsymbol{g}$ 两矢量组成的铅直平面内,以抛射点 O 为原点,作水平的 Ox 轴和铅直的 Oy 轴,则在坐标系 Oxy 中,便可给出其运动函数为

$$\begin{cases}x=(v_0\cos\theta)t\\ y=(v_0\sin\theta)t-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}\tag{1.22}$$

其中,$\boldsymbol{v}_0$ 是抛体的初速,θ 是抛射角(见图 1.4).上式表明,抛体运动等价于抛体同时参与两种直线运动:沿水平方向作匀速直线运动;同时,沿铅直方向以重力加速度 $\boldsymbol{g}$ 向下作匀变速直线运动.

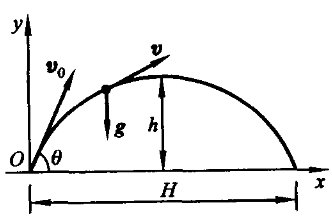


图 1.4

从式(1.22)中消去时间 t,可得抛体的轨道方程为

$$y=x\tan\theta-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2\tag{1.23}$$

读者还可自行求出抛体的射程 H 和射高 h 的表达式.

(3) 圆周运动

圆周运动是指质点沿半径 R 为定值的圆周轨道运动. 若质点在轨道上各点的速度大小在变化,则称为变速圆周运动. 这时,存在两种加速度——法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 和切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$. $\boldsymbol{a}_n$ 引起质点运动速度的方向改变,其方向垂直于质点所在处速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向,且沿着半径指向圆心; $\boldsymbol{a}_t$ 要引起质点运动速度的大小(速率)改变,其方向沿着质点所在处的切线,若其速率在增大,则其指向与该点速度方向一致[图 1.5(a)];若其速率在减小,则其指向与该点速度方向相反[图 1.5(b)]. 它们的量值为

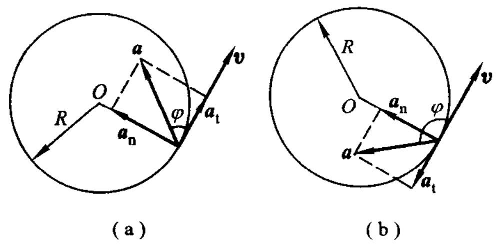


图 1.5

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1.24}$$

总的加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \tag{1.25a}$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向指向圆周的凹侧,而不指向圆心,且与切向所成的夹角 φ (见图 1.5)为

$$\varphi = \arctan \frac{a_n}{a_t} \tag{1.25b}$$

若质点作圆周运动时,其速率不随时间 t 而改变,则切向加速度 $a_t = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = 0$. 这时,质点作匀速圆周运动. 其加速度 $\boldsymbol{a}$ 即为法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$,因为 $\boldsymbol{a}$ 指向圆心,故常称为向心加速度,即

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} \tag{1.26}$$

顺便指出,已知质点运动轨道时,也可采用自然坐标系,即在轨道上任取一点作为原点 P_0,并规定一个正方向,则质点沿轨道运动经过的弧长(从 P_0 点量起)应是时间 t 的函数:

$$s = f(t)$$

由此函数便可确定质点在轨道上任一时刻的位置(参见教材上的例题1-8).

质点作圆周运动时,尚可用相对于圆心 O 的角坐标 θ、角位移 $\Delta\theta$、角速度 $\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ 和角加速度 $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$ 等角量来描述.从图1.6所示的几何关系 $\Delta s = R\Delta\theta$ 出发,不难推出它们与线量(速率、加速度等)的关系为

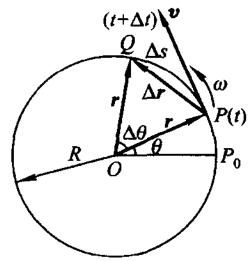


图1.6

$$v = R\omega$$
$$a_n = R\omega^2 \tag{1.27}$$
$$a_t = R\alpha$$

6. 相对运动

物体相对于不同参考系运动时,其间的关系可由速度合成定理表述,即

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_r \tag{1.28}$$

式中,$\boldsymbol{v}$称为绝对速度,它是在基本参考系(视作"不动")K中观察到的物体速度;$\boldsymbol{v}_r$是在另一个运动的参考系K′中观察到的物体速度,称为相对速度;$\boldsymbol{v}_0$是参考系K′相对于基本参考系K运动的速度,称为牵连速度.

在研究相对运动时,首先应明确所研究的物体是哪个;其次,选取一个可视作"静止"的物体作为基本参考系K(通常选取地球),而与基本参考系有相对运动的物体作为运动参考系K′.

三、解题指导

解答质点运动学问题的基本任务,在于根据运动学的观点,把所研究对象(被允许视作质点的物体)的运动用数学语言描述出来.所遇到的问题主要有两类:

(1) 已知表述质点运动规律的运动函数,按有关定义式,借矢量代数和微分运算,求其位矢、速度和加速度以及轨道方程等;

(2) 已知质点运动的速度或加速度以及初始条件,按有关定义式,借积分运算,求其运动函数以及轨道方程等.

此外,还可直接应用质点的直线运动、抛体运动和圆周运动等规律,求解有关问题.

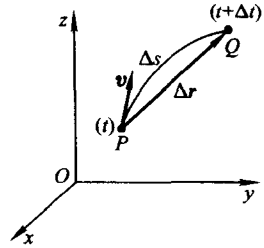
在求解质点运动学习题时,对位矢、速度和加速度等描述运动或运动变化的物理量,必须充分考察它们的相对性、矢量性和瞬时性.即使对较

简单的直线运动，也应凸现上述这些性质.

例 1.1 设一质点作曲线运动，其瞬时速度为 $\boldsymbol{v}$，瞬时速率为 v，平均速度为 $\bar{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$ 试问它们之间的下列四种关系中哪一种是正确的？

① $|\boldsymbol{v}| = v, |\bar{\boldsymbol{v}}| = \bar{v}$；　② $|\boldsymbol{v}| \neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}| = v$；

③ $|\boldsymbol{v}| = v, |\bar{\boldsymbol{v}}| \neq v$；　④ $|\boldsymbol{v}| \neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}| \neq \bar{v}$



例 1.1 图

答 按定义，有

$$|\boldsymbol{v}| = (v_x^2 + v_y + v_z^2)^{1/2}$$
$$= [(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2 + (\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)^2 + (\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2]^{1/2}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{1}{\mathrm{d}t}\right)[(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2 + (\mathrm{d}z)^2]^{1/2}$$
$$= \left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]^{1/2}$$

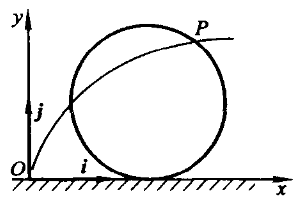
$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \frac{1}{\Delta t}[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2]^{1/2}$$
$$= \left[\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2\right]^{1/2} \neq \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

所以　$|\boldsymbol{v}| = v, |\bar{\boldsymbol{v}}| \neq \bar{v}$ 应选③

例 1.2 一机车的车轮无滑动地在水平轨道上滚动，轮缘上一点 P 在坐标系 Oxy 中的运动函数为

$$x = R\omega t - R\sin\omega t,\quad y = R - R\cos\omega t$$

式中，R, ω 为正的恒量，t 为时间 求 P 点在任一时刻的位矢、速度和加速度；并由此求出加速度的大小和方向



例 1.2 图

解 已知轮缘上一点 P 的运动函数，则 P 点在任一时刻的位矢为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (R\omega t - R\sin\omega t)\boldsymbol{i} + (R - R\cos\omega t)\boldsymbol{j} \quad ⓐ$$

速度为

$$\boldsymbol{v} = (\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)\boldsymbol{i} + (\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)\boldsymbol{j} = (R\omega - R\omega\cos\omega t)\boldsymbol{i} + (R\omega\sin\omega t)\boldsymbol{j} \quad ⓑ$$

加速度为

$$\boldsymbol{a} = (\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2)\boldsymbol{i} + (\mathrm{d}^2y/\mathrm{d}t^2)\boldsymbol{j} = (R\omega^2\sin\omega t)\boldsymbol{i} + (R\omega^2\cos\omega t)\boldsymbol{j} \quad ⓒ$$

其大小为

$$|\boldsymbol{a}| = [(R\omega^2\sin\omega t)^2 + (R\omega^2\cos\omega t)^2]^{1/2} = R\omega^2 \quad ⓓ$$

其方向用与 Ox 轴所成夹角 θ 表示，即

$$\theta = \arctan\frac{a_y}{a_x} = \arctan\frac{R\omega^2\cos\omega t}{R\omega^2\sin\omega t} = \arctan(\cot\omega t)$$

故　$$\theta = k\pi + \pi/2 - \omega t$$

按初始条件：$t = 0$ 时，$\theta = \pi/2$，由上式可得 $k = 0$，由此得

$$\theta = \pi/2 - \omega t \quad ⓔ$$

说明 读者在求一个矢量时，可以具体算出其大小和方向；如式ⓓ、ⓔ；也可以只给出其正交分解式，如式ⓒ 因为给出一个矢量的正交分解式意味着总是可由它的分量确切地求出该矢

量的大小和方向.

例 1.3 一质点沿 Ox 轴作直线运动,其运动函数为 $x=t^3-4t^2+10t+1$(式中,x 以 m 计,t 以 s 计).求:

1. 质点在 $t=0$,1 s、2 s 时的位矢、速度和加速度以及 $t=0$ 到 $t=2$ s 内的平均速度;

2. 质点的最小速度和相应的位置坐标,并绘出 $v-t$ 图线.

解 1. 由质点运动函数

$$x=t^3-4t^2+10t+1 \tag{a}$$

可相继对时间 t 求导,便得质点的速度和加速度分别为

$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-8t+10 \tag{b}$$

$$a=\frac{dv}{dt}=6t-8 \tag{c}$$

由式ⓐ、ⓑ、ⓒ可分别求得质点在题设各时刻的位矢(即位置坐标)、速度和加速度:

$$t=0,\quad x_0=1\ \text{m},\quad v_0=10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1},\quad a_0=-8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2};$$

$$t=1\ \text{s},\quad x_1=8\ \text{m},\quad v_1=5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1},\quad a_1=-2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2};$$

$$t=2\ \text{s},\quad x_2=13\ \text{m},\quad v_2=6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1},\quad a_2=4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

则在 $t=0$ 到 $t=2$ s 内,质点的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_0}{t_2-t_0}=\frac{(13\ \text{m})-(1\ \text{m})}{(2\ \text{s})-0}=6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

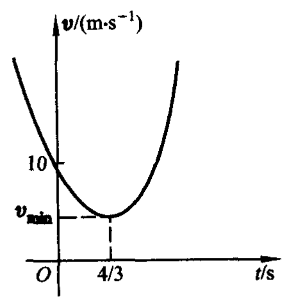
2. 为了求最小速度,令 $dv/dt=0$,由式ⓒ,便可得 $t=4/3$ s,且 $d^2v/dt^2|_{t=4/3\,\text{s}}=6>0$. 根据求函数极值的充要条件,则在 $t=4/3$ s 时,速度具有极小值 $v_{\min}$,因而可从式ⓑ算出这个最小速度为

$$v_{\min}=v|_{t=4/3\,\text{s}}=3\left(\frac{4}{3}\right)^2-8\left(\frac{4}{3}\right)+10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$=4.67\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

由式ⓐ,可求相应于质点速度最小时的位置坐标为

$$x=\left(\frac{4}{3}\right)^3-4\left(\frac{4}{3}\right)^2+10\left(\frac{4}{3}\right)+1\ \text{m}=\frac{259}{27}\ \text{m}=9.59\ \text{m}$$



例 1.3 图

根据上述一些结果,可大致绘出 $v-t$ 图线,如图所示.

注意 从式ⓒ可知,质点的加速度 a 随时间 t 而改变,故质点作变速直线运动.为此,求平均速度时,应从它的定义式 $\bar{v}=\Delta x/\Delta t$ 入手,切忌任意套用匀变速直线运动中求平均速度的公式 $v=(v_0+v_2)/2$.

例 1.4 一小车沿平直轨道运动,沿轨道取 Ox 轴,小车的运动函数为 $x=3t-t^2$(式中,x 以 m 为单位,t 以 s 为单位).(1) 分别求 $t=1$ s、1.5 s、2 s 时的速度;(2) $t=2$ s 时的加速度;(3) $t=1$ s 到 $t=2$ s 内的位移和路程.

解 其中(1)、(2)两个小题由读者自行求解.对(3)解答如下:由 $x=3t-t^2$,可算出小车在 $t=0$,1 s,2 s,3 s 的位置分别为

$$x_0=3\times0-0^2=0,\quad x_1=3\times1-1^2=2\ \text{m},\quad x_2=3\times2-2^2=2\ \text{m},\quad x_3=0$$