

高等学校教学用书

传输过程基本原理

乐启炽 崔建忠 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书

传输过程基本原理

乐启炽 崔建忠 主编

北 京

冶金工业出版社

2005

内 容 提 要

本书在对传输过程涉及到的主要数学和物理知识进行介绍和补充的基础上,以传输过程的基本概念、基本定律、基本方程和基本应用为主线逐步展开进行阐述。主要内容包括传输过程的基础知识、控制方程、流动状态、电磁流体动力学、两相流、传热和传质等,此外,还简要阐述了传输问题的数值方法。本书高度重视内容的统一性和整体性与独立性的有机结合。

本书可以作为包括材料成形与控制工程在内的材料与冶金相关专业的本科生教材,也可供从事相关研究的研究生和教师以及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

传输过程基本原理/乐启炽等主编. —北京:冶金工业出版社, 2005. 9

ISBN 7-5024-3812-2

I. 传… II. 乐… III. 传输过程—流体流动—理论
IV. TG151

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 088742 号

出版人 曹胜利(北京沙滩嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009)

责任编辑 李培禄 刘小峰 美术编辑 李 心

责任校对 符燕蓉 李文彦 责任印制 牛晓波

北京兴华印刷厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2005 年 9 月第 1 版,2005 年 9 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 12.75 印张; 323 千字; 188 页; 1-3000 册

26.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本社图书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前 言

在材料与冶金的相关专业中,各种工艺和理论问题都涉及到动量、能量和质量的传输问题,因此在解决问题时都离不开传输过程的相关原理与知识。在1998年教育部颁布的高等学校本科专业目录中,材料成形与控制工程专业作为材料与冶金的主体专业之一,涵盖了原来的塑性成形、铸造、焊接及热处理等专业,大大拓展了专业领域。因此,传输原理成为塑性加工力学和塑性加工金属学之外极为重要的专业基础课程。本课程是该专业本科生的必修课程,对扩大学生的知识面、优化学生的知识结构、适应市场对学生择业的要求,均有极其重要的意义。

国内在20世纪80年代后期至90年代初期出版了一些冶金传输原理教材,这些教材为国内许多院校的冶金和铸造专业所选用,也成为后来许多新教材的基础。近年来,专业调整之后,为适应高等学校学科建设的要求,出版了几种传输原理教材。但是,多数教材仍然是流体力学、传热学和传质学的机械组合,未能充分体现三种传输过程的类比性和相似性,而这一点对学生理解和把握相关知识是很重要的。另外,传输原理与其他许多学科一样,其内容和体系都在逐渐发展之中,例如电磁流体力学、湍流、多相流以及数值模拟等方面已经成为该领域重要的研究热点。因此,课程内容中加入了这些方面的基础知识,这样将更能体现课程的完整性与科学性。

东北大学2002年起在该专业中开设传输原理课程,到目前为止,已经对三届本科生进行了传授。根据几年的教学实践,在教学内容的取舍及逻辑性方面有了一定的经验,也积累了大量的素材。本书就是在这些工作的基础上进行编写的。

针对材料成形与控制工程专业本科生的实际情况,本书第1章对传输过程涉及到的主要数学和物理知识进行了必要的回顾和补充;第2章对传输过程的基本概念和基本定律进行了阐述;第3章对传输过程的控制方程进行了阐述;第4章描述了流体的不同流动状态以及对应的解,特别对边界层问题的处理方法进行了阐述;第5章和第6章对电磁流体动力学和两相流的基础知识进行了简要介绍;第7章和第8章对传输过程的控制方程在具体的传热和传质问题中的应用进行了阐述;第9章简要阐述了传输现象的数值方法。

本书在编写过程中,高度重视内容的统一性和整体性与独立性的有机结合。这主要体现在以传输过程的基本概念、基本定律、基本方程和基本应用为主线贯穿始终;书中的物理量及表示符号做到了前后一致,单位均采用国际单位制的单位(即我国的

法定计量单位), 以便于读者阅读使用。同时, 各章也具有相对独立性, 可根据学时和具体要求对一些章节做必要的取舍, 不影响内容的完整性和连贯性。本书在编写过程中参考了大量国内外相关教材、专著及文献, 力求使内容准确无误。本书第1章至第8章由乐启炽编写, 第9章由赵志浩编写。全书由乐启炽和崔建忠主编。

本书在编写过程中得到了东北大学巴启先副教授的指教。研究生张志强同学参与了部分章节的打字输入。在教材的试用过程中, 东北大学材料成形与控制工程2002级同学们为试用教材的订正做出了贡献。在此表示诚挚的谢意。另外, 特别感谢于福晓教授提供的部分重要英文资料及提出的宝贵建议。

由于编者水平所限, 尽管做了极大努力, 书中还难免存在疏漏或不当之处, 敬请广大读者批评指正。

编 者
2005年6月

符 号 表

A	面积, m^2	d_p	固体球形颗粒直径, m
A_g	气体通过的实际截面积, m^2	E	电场强度, $V \cdot m^{-1}$
A_l	液体通过的实际截面积, m^2	E	辐射力, $W \cdot m^{-2}$
A_p	固体颗粒在流动方向上的最大截面积, m^2	E	能量, J
A_s	表面积, m^2	E_λ	单色辐射力, $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1}$
a	加速度, $m \cdot s^{-2}$	E_θ	θ 方向的方向辐射力, $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$
a	原子间距, m	E_b	黑体辐射力, $W \cdot m^{-2}$
a_i	组分 i 的体积份额, 无量纲	Ec	埃克特数, 无量纲
B	磁感应强度, T	E_t	总比能, $J \cdot kg^{-1}$
Bi	毕渥数, 无量纲	Eu	欧拉数, 无量纲
Bo	邦德数, 无量纲	F	力, N
Bu	浮力数, 无量纲	F	质量力, N
C	常数	F_{12}	角系数, 无量纲
C_b	黑体的辐射系数 ($= 5.67 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$)	F_d	摩擦阻力, N
C_d	阻力系数, 无量纲	F_e	电磁体积力, N
C_f	摩擦系数, 无量纲	Fo	傅里叶数, 无量纲
c	光速, $m \cdot s^{-1}$	Fo_m	传质傅里叶数, 无量纲
c	总摩尔浓度, $mol \cdot m^{-3}$	Fr	弗劳德数, 无量纲
c	质量含气率, 无量纲	f	单位质量力, kg
c_A	组分 A 的摩尔浓度, $mol \cdot m^{-3}$	f	摩擦因子
$c_{A\theta}$	组分 A 在界面处的摩尔浓度, $mol \cdot m^{-3}$	f_e	洛伦兹力, $N \cdot m^{-3}$
c_p	等压比热容, $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$	f_g	单位体积重力, $N \cdot m^{-3}$
c_t	集中比热容, $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$	G	重量, N
c_v	等容比热容, $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$	G	投射辐射能, $W \cdot m^{-2}$
D	电位移, $C^2 \cdot m^{-2}$	G	质量通量, $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
D_0	标准状态的扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$	G_λ	单色投射辐射能, $W \cdot m^{-2}$
D_{AA}	组分 A 的自扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$	G_g	气体表观质量通量, $kg \cdot m^{-2}$
D_{AB}	组分 A 在 B 中的扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$	G_l	液体表观质量通量, $kg \cdot m^{-2}$
d	球形物直径, m	Gr	格拉晓夫数, 无量纲
d_0	圆管(圆筒)内径, m	Gr_m	传质格拉晓夫数, 无量纲
		Gz	格雷兹数, 无量纲
		g	重力加速度, $m \cdot s^{-2}$
		H	总水头, m

H	磁场强度, $A \cdot m^{-1}$	Ma	马赫数, 无量纲
H	比焓, $J \cdot kg^{-1}$	M_i	组分 i 的摩尔质量, $kg \cdot mol^{-1}$
Ha	哈脱曼数, 无量纲	Ma_m	磁马赫数, 无量纲
Ho	均时性数, 无量纲	m	质量, kg
h	距离, m	N_A	组分 A 的摩尔通量, $mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
h	表面传热系数或对流换热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	N_f	功率损失, W
h	普朗克常数 ($= 6.626 \times 10^{-34} J \cdot s$)	Nu	努塞尔数, 无量纲
h_{Σ}	总换热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	n_A	组分 A 的质量通量, $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
h_c	对流换热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	p	压力 (压强), $N \cdot m^{-2}$ 或 Pa
h_f	沿程水头损失, m	P	表面应力, $N \cdot m^{-2}$
h_m	对流传质系数, $m \cdot s^{-1}$	P	润湿周长, m
h_r	辐射换热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Pe	贝克来数, 无量纲
h_w	比能损失, $J \cdot kg^{-1}$	p_m	磁压强, Pa
I	单位体积惯性力, N/m^3	Pr	普朗特数, 无量纲
I	辐射强度, $m^2 \cdot sr$	Pr_m	磁普朗特数, 无量纲
I_{θ}	θ 方向的辐射强度, $m^2 \cdot sr$	p_A	气体组分 A 的分压, Pa
I_b	黑体辐射强度, $m^2 \cdot sr$	p_a	表面附加压力, Pa
I_n	法向辐射强度, $m^2 \cdot sr$	Q	体积流量, $m^3 \cdot s^{-1}$
J	电流密度, $A \cdot m^{-2}$	Q	热流量, W
J_A	组分 A 的摩尔扩散通量, $mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$	Q	扩散激活能, $kg \cdot J^{-1}$
Ja	亚克伯数, 无量纲	Q	单位时间辐射能, W
j	体积平均速度, $m \cdot s^{-1}$	Q_p	渗透激活能, $kg \cdot J^{-1}$
j_A	组分 A 的质量扩散通量, $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$	q	电量, C
j_H	传热柯尔伯恩 j 系数, 无量纲	q	热流通量, $W \cdot m^{-2}$
j_m	传质柯尔伯恩 j 系数, 无量纲	q_i	两相界面上的热流通量, $W \cdot m^{-2}$
k	稠度系数, $N \cdot s^n \cdot m^{-2}$	q_s	表面热流通量, $W \cdot m^{-2}$
K	湍流脉动动能的时均值, J	R	气体常数 ($= 287 J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$)
K_p	西弗特常数	R	单位体积离心惯性力, $N \cdot m^{-3}$
k	渗透率, m^2	R	水力半径, m
k_B	玻耳兹曼常数 ($= 1.380658 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$)	Ra	瑞利数, 无量纲
Le	路易斯数, 无量纲	Re	雷诺数, 无量纲
L	特征长度, m	Re_{cr}	临界雷诺数, 无量纲
L_m	普朗特混合长, m	Ri	理查德数, 无量纲
M	质量, kg	Rm	磁雷诺数, 无量纲
M	动量, $kg \cdot m \cdot s^{-1}$	R_m	分子扩散阻力, $s \cdot m^{-3}$
		R_s	流线收缩热阻, $m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$
		R_{τ}	穿过界面间隙的辐射热阻, $m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$
		R_t	导热热阻, $m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$
		R_l	对流换热热阻, $m^2 \cdot W \cdot K^{-1}$

R_c	接触热阻, $K \cdot W^{-1}$	u_p	颗粒相对于器壁的上浮或沉降速度, $m \cdot s^{-1}$
r	半径, m	u_s	滑移速度(相对速度), $m \cdot s^{-1}$
r_0	圆管内半径, m	u_i	普朗特微团的脉动速度, $m \cdot s^{-1}$
r_A	组分 A 的化学反应质量速率, $kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$	u_i	颗粒沉降终速, $m \cdot s^{-1}$
S	比重, 无量纲	u_x	在 x 方向的速度分量, $m \cdot s^{-1}$
S	内热源速率, $J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$	u_y	在 y 方向的速度分量, $m \cdot s^{-1}$
S	磁压数, 无量纲	u_z	在 z 方向的速度分量, $m \cdot s^{-1}$
S	滑速比, 无量纲	V	体积, m^3
S	表面更新率, s^{-1}	v	(真实) 比容, $m^3 \cdot kg^{-1}$
S	金属与气体处于平衡时的溶解度, $mol \cdot m^{-3}$	v	平均流速, $m \cdot s^{-1}$
s	位移, m	v_0	表观速度, $m \cdot s^{-1}$
Sc	施密特数, 无量纲	v_H	阿尔文波速, $m \cdot s^{-1}$
Sh	舍伍德数, 无量纲	v_m	流量比容(混合比容), $m^3 \cdot kg^{-1}$
St	斯坦顿数, 无量纲	W	单位体积的总质量力, $N \cdot m^{-3}$
St_m	传质斯坦顿数, 无量纲	W	功率, W
T	绝对温度, K	W	质量流量, $kg \cdot s^{-1}$
T_∞	主流温度, K	We	韦伯数, 无量纲
T_g	气体温度, K	W_R	单位质量阻力功, $J \cdot kg^{-1}$
T_s	表面温度, K	w_A	组分 A 的质量分数, 无量纲
T_w	壁面温度, K	x	质量气流率, 无量纲
t	时间, s	x_A	组分 A 的摩尔分数, 无量纲
t_e	渗透理论中体积元的平均寿命, s	x_c	层流到过渡层的过渡点, m
U	比内能, $J \cdot kg^{-1}$	x_e	水力入口长度, m
u	速度, $m \cdot s^{-1}$	x_{et}	热入口长度, m
u	质量平均速度, $m \cdot s^{-1}$	α	辐射吸收率, 无量纲
u'	脉动速度, $m \cdot s^{-1}$	α	热扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$
u_∞	主流速度, $m \cdot s^{-1}$	α	动能修正系数, 无量纲
u^*	阻力流速, $m \cdot s^{-1}$	α	容积含气率, 无量纲
u_0	循环速度, $m \cdot s^{-1}$	α_λ	单色吸收率, 无量纲
u_b	流体中单颗粒的相对运动速度, $m \cdot s^{-1}$	β	动量修正系数, 无量纲
u_{g0}	气体漂移速度, $m \cdot s^{-1}$	β	容积气流率, 无量纲
u_{lj}	液体漂移速度, $m \cdot s^{-1}$	β_t	等温体压缩系数, Pa^{-1}
u_{gu}	气体扩散速度, $m \cdot s^{-1}$	β_p	等压体膨胀系数, K^{-1}
u_{lu}	液体扩散速度, $m \cdot s^{-1}$	δ	厚度, m
u_m	摩尔平均速度, $m \cdot s^{-1}$	δ_1	层流底层的名义厚度, m
u_{max}	最大速度, $m \cdot s^{-1}$	δ_c	浓度边界层厚度, m
		δ'_c	等效浓度边界层厚度, m

δ_i	温度边界层厚度, m	θ	温度, 无量纲
ε	发射率, 无量纲	θ_T	过余温度, K
ε	绝对介电常数, $F \cdot m^{-1}$	ρ	密度, $kg \cdot m^{-3}$
ε_λ	单色发射率, 无量纲	ρ	辐射反射率, 无量纲
ε_0	真空介电常数 ($= 4\pi \times 10^{-7} F \cdot m^{-1}$)	ρ	(真实)密度, $kg \cdot m^{-3}$
$^\circ E$	恩氏黏度, 无量纲	ρ_A	组分 A 的质量浓度, $kg \cdot m^{-3}$
ε_g	气体的总发射率, 无量纲	ρ_s	20℃、0.1MPa 时空气的密度, $kg \cdot m^{-3}$
ε_r	相对介电常数, 无量纲	$\rho_{A\infty}$	组分 A 的平均质量浓度, $kg \cdot m^{-3}$
ϕ_μ	黏性耗散函数, $J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$	ρ_{As}	组分 A 在界面处的质量浓度, $kg \cdot m^{-3}$
ϕ_j	焦耳热产生速率, $J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$	ρ_{e0}	自由电荷的体密度, $C \cdot m^{-3}$
Γ	扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$	ρ_m	平均密度, $kg \cdot m^{-3}$
Γ_t	湍流扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$	ρ_m	流量密度(混合密度), $kg \cdot m^{-3}$
γ	重度, $N \cdot m^{-3}$	ρ_w	0℃、0.1MPa 时水的密度, $kg \cdot m^{-3}$
γ	汽化潜热, $J \cdot kg^{-1}$	σ	正应力, $N \cdot m^{-2}$
η	表观黏度, $Pa \cdot s$	σ	电导率, $S \cdot m^{-1}$
η	湍流强度, 无量纲	σ_s	表面张力, $N \cdot m^{-1}$
η_c	卡森黏度, $Pa \cdot s$	σ_b	黑体的辐射常数 ($= 5.67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$)
η_p	塑性黏度, $Pa \cdot s$	σ_w	20℃、0.1MPa 时水的表面张力, $N \cdot m^{-1}$
φ	颗粒体积分数, 无量纲	τ	剪应力, $N \cdot m^{-2}$
κ	绝热指数, 无量纲	τ	辐射透射率, 无量纲
κ	体积黏度, $m^2 \cdot s^{-1}$	τ_0	屈服值, $N \cdot m^{-2}$
κ	热导率, $W \cdot (m \cdot K)^{-1}$	τ_c	卡森屈服值, $N \cdot m^{-2}$
κ_0	273K 时的热导率, $W \cdot (m \cdot K)^{-1}$	τ_i	两相的界面上的剪切力, $N \cdot m^{-2}$
κ_m	平均热导率, $W \cdot (m \cdot K)^{-1}$	τ_{yx}	黏性剪应力或动量通量, $N \cdot m^{-2}$
λ	波长, m	ν	运动黏度, $m^2 \cdot s^{-1}$
λ	阻力系数, 无量纲	ν	跳跃频率, Hz
λ	微分方程的特征值	ν_m	磁扩散系数, $m^2 \cdot s^{-1}$
λ_m	单色辐射力峰值波长, m	ω	立体角, sr
μ	动力黏度, $Pa \cdot s$	ω	孔隙率, 无量纲
μ_0	273K 时气体的运动黏度, $m^2 \cdot s^{-1}$	ψ	流函数
μ_{eff}	湍流有效黏性系数, $Pa \cdot s$	ζ	局部阻力系数, 无量纲
μ_m	非缔合液体的黏度, $Pa \cdot s$		
μ_m	磁动力黏度系数, $Pa \cdot s$		
μ_w	20℃、0.1MPa 时水的动力黏度, $Pa \cdot s$		
θ	夹角, ($^\circ$)		

目 录

1 传输过程的数学及物理基础	1
1.1 标量、矢量与张量	1
1.1.1 基本概念	1
1.1.2 矢量和张量的基本运算	2
1.2 场论	5
1.2.1 场的概念	5
1.2.2 稳定场的基本运算	5
1.3 矩阵的初等变换与矩阵秩的求法	10
1.4 相似原理	10
1.4.1 相似概念	10
1.4.2 相似三定律	12
1.5 量纲分析	13
1.5.1 量纲分析的白金汉法	13
1.5.2 相似准数转换	14
1.6 模型研究法	14
1.7 正交函数	15
1.8 变量分离求解法	16
2 传输过程基本概念与基本定律	17
2.1 动量传输基础	17
2.1.1 流体与连续介质模型	17
2.1.2 流体的主要物理性质	18
2.1.3 流体的压缩性和膨胀性	18
2.1.4 流体的黏性及牛顿黏性定律	19
2.1.5 牛顿黏性定律的三维推广——斯托克斯黏度关系式	23
2.1.6 运动流体描述	23
2.1.7 流体分类	26
2.1.8 作用在流体上的力	27
2.2 热量传输基础	28
2.2.1 传热基本方式与基本概念	28
2.2.2 导热	30
2.2.3 对流	31

2.2.4 热辐射·····	32
2.3 质量传输基础·····	39
2.3.1 传质基本概念·····	39
2.3.2 浓度、速度、扩散通量·····	39
2.3.3 传质过程基本定律·····	41
2.3.4 菲克第一定律及其三维推广·····	42
2.3.5 扩散系数·····	43
2.4 传输过程的相似性·····	45
3 传输过程控制方程·····	47
3.1 连续性方程·····	47
3.1.1 连续性方程及其导出·····	47
3.1.2 一维总流的连续性方程·····	49
3.1.3 多元混合物流体中各组分的连续性方程·····	49
3.2 运动方程·····	51
3.2.1 N-S 方程·····	51
3.2.2 欧拉方程·····	54
3.2.3 伯努利方程·····	55
3.2.4 实际流体沿流线的伯努利方程·····	56
3.2.5 稳定流的动量方程及其应用·····	61
3.3 能量方程·····	64
3.3.1 能量方程的导出·····	64
3.3.2 能量方程的简化·····	68
3.4 控制方程的准数形式·····	70
3.5 运动方程、能量方程和质量传输微分方程的类比·····	73
4 流体流动状态·····	75
4.1 流动状态与流动阻力·····	75
4.1.1 雷诺试验与雷诺数·····	75
4.1.2 流动阻力分类·····	76
4.2 层流流动·····	77
4.2.1 层流流动的定解问题·····	77
4.2.2 流体在等截面圆管内完全发展的层流流动·····	78
4.2.3 流体在平行平板间的层流运动·····	80
4.3 湍流流动·····	81
4.3.1 湍流的起因及其基本特征·····	81
4.3.2 湍流特征参量的描述与湍流流体微分方程组的时均化·····	83
4.3.3 湍流流动的定解问题·····	86
4.3.4 圆管中湍流流动的速度分布·····	89

4.3.5 湍流沿程损失基本关系式	90
4.4 沿程阻力系数 λ 的确定	91
4.4.1 水力光滑管与水力粗糙管	91
4.4.2 尼古拉茨试验	91
4.5 局部阻力	92
4.6 边界层理论	93
4.6.1 边界层概念及其微分方程	93
4.6.2 边界层积分方程及其解法	101
5 电磁流体动力学	106
5.1 电磁流体力学简介	106
5.2 电磁流体力学控制方程	108
5.2.1 麦克斯韦方程组及其边界条件	108
5.2.2 运动流体的电磁感应方程	109
5.2.3 运动方程及能量方程	109
5.2.4 电磁流体力学的边界条件	110
5.2.5 磁应力与磁压强	111
5.2.6 无量纲化与特征数	112
5.2.7 磁场扩散与冻结	113
6 两相流基础	115
6.1 两相流流型	115
6.1.1 流型的分类	115
6.1.2 流型的确定	117
6.2 两相流基本控制方程	121
6.2.1 气-液两相流	122
6.2.2 流体与固体颗粒两相流	126
6.2.3 多孔介质中的流动	129
6.3 两相流的无量纲化与准数方程	131
7 热量传输	133
7.1 导热分析	133
7.1.1 一维稳态导热	133
7.1.2 二维和三维稳态导热	137
7.1.3 一维非稳态导热	140
7.1.4 二维和三维非稳态导热	144
7.2 对流换热	146
7.2.1 强制对流换热	146
7.2.2 自然对流换热	154

7.3 辐射换热	155
7.3.1 角系数与黑体间的辐射换热	155
7.3.2 角系数的确定方法	157
7.3.3 灰体间的辐射换热	159
7.3.4 气体辐射	160
7.3.5 辐射换热系数	163
8 质量传输	165
8.1 分子传质	165
8.1.1 稳态分子传质	165
8.1.2 非稳态分子传质	168
8.2 对流传质	169
8.2.1 对流传质的重要准数	169
8.2.2 圆管内的对流传质	171
8.2.3 对流传质系数的关联式	171
8.2.4 传质系数模型	172
9 传输过程的数值方法	175
9.1 数值方法的本质	175
9.1.1 任务	175
9.1.2 离散化的概念	176
9.1.3 离散化方程的结构	176
9.2 推导离散化方程的方法	176
9.2.1 泰勒级数公式	176
9.2.2 变分公式	177
9.2.3 加权余数法	177
9.2.4 控制容积公式	178
9.3 稳态导热的离散方程	178
9.3.1 一维稳态导热问题	178
9.3.2 二维及三维稳态导热的离散方程	180
9.4 对流与扩散	182
9.4.1 一维稳态对流与扩散方程	183
9.4.2 上风方式	184
9.4.3 精确解	186
9.4.4 指数方程	186
参考文献	188

1 传输过程的数学及物理基础

1.1 标量、矢量与张量

1.1.1 基本概念

物理量可以分为标量、矢量和张量三类。标量是在空间没有取向的物理量，只有一个数即可表示其状态。如质量、体积、压强、密度、温度、能量等均为标量。矢量则是在空间有一定取向的物理量，它有大小和方向，如速度、力、电磁场强度等均为矢量。在三维空间中，矢量有三个分量。若直角坐标系的三个坐标轴分别为1、2和3， e_1 、 e_2 和 e_3 为对应方向的单位矢量，矢量 w 的三个分矢量分别为 w_1 、 w_2 和 w_3 ，矢量和分矢量的大小分别为 w 、 w_1 、 w_2 和 w_3 ，则：

$$w = w_1 + w_2 + w_3 = w_1 e_1 + w_2 e_2 + w_3 e_3 \quad (1-1)$$

也可表示为：

$$w = (w_1, w_2, w_3) \quad (1-1a)$$

其中：

$$w = (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1-1b)$$

任何物理量均可看成张量，其中，标量为零阶张量，矢量为一阶张量。一般所说的张量为二阶张量。二阶张量 τ 有9个分量，用 τ_{ij} 表示。 τ 用矩阵表示为：

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

其中， $i=j$ 的分量为对角元素， $i \neq j$ 的为非对角元素。其对角元素之和为张量的迹，即

$$\text{tr} \tau = \sum_i \tau_{ii}。$$

张量 τ 的转置为：

$$\tau^T = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad (1-2a)$$

若 $\tau = \tau^T$ ，则 τ 为对称张量；若 $\tau = -\tau^T$ ，则为反对称张量。对角元素均为1，非对角元素均为0的张量为单位张量，记为 $\delta = [\delta_{ij}]$ 。其中，标量 δ_{ij} 为克罗内克（Kroneker）符号， $i=j$ 时为1， $i \neq j$ 时为0。任何一个张量均可以写成对称张量与反对称张量两部分之和，即：

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}^T) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^T) \quad (1-2b)$$

1.1.2 矢量和张量的基本运算

1.1.2.1 矢量加减与乘法运算

矢量加（减）法为对应分量之和（差），即：

$$\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B} = \sum_i \boldsymbol{e}_i A_i \pm \sum_i \boldsymbol{e}_i B_i = \sum_i \boldsymbol{e}_i (A_i \pm B_i) \quad (1-3a)$$

矢量加法满足下列运算规律：

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \quad (\text{交换律}) \quad (1-3b)$$

$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) \quad (\text{结合律}) \quad (1-3c)$$

$$\boldsymbol{A} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A} \quad (1-3d)$$

$$\boldsymbol{A} + (-\boldsymbol{A}) = (-\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{A} = \mathbf{0} \quad (1-3e)$$

一标量与一矢量的乘积仍为一矢量，其方向不变：

$$c\boldsymbol{A} = c \sum_i \boldsymbol{e}_i A_i = \sum_i \boldsymbol{e}_i (cA_i) \quad (1-4)$$

两矢量点乘的结果为一标量，称为标量积（或数量积）：

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = AB \cos \alpha \quad (1-5)$$

式中， α 为两矢量的夹角。

单位矢量之间的标量积为克罗内克符号 δ_{ij} ，即 $\boldsymbol{e}_i \cdot \boldsymbol{e}_j = \delta_{ij}$ 。两矢量点乘的标量积为两矢量对应分量大小乘积之和：

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \left(\sum_i \boldsymbol{e}_i A_i \right) \cdot \left(\sum_j \boldsymbol{e}_j B_j \right) = \sum_i \sum_j (\boldsymbol{e}_i \cdot \boldsymbol{e}_j) A_i B_j = \sum_i \sum_j \delta_{ij} A_i B_j = \sum_i A_i B_i \quad (1-5a)$$

可见，点乘满足交换律，即 $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$ 。

两矢量叉乘的结果为一矢量，称为矢量积（或向量积）：

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \quad (1-5b)$$

其中矢量 $\boldsymbol{C}$ 的大小为 $C = AB \sin \alpha$ ，方向为垂直于 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 两矢量所确定的平面，并满足右手定则（见图 1-1）。矢量叉乘不满足交换律：

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = -(\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}) \quad (1-5c)$$

叉乘运算可以表示为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} &= \sum_i \boldsymbol{e}_i A_i \times \sum_j \boldsymbol{e}_j B_j = \sum_i \sum_j (\boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{e}_j) A_i B_j = \sum_i \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} \boldsymbol{e}_k A_i B_j \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} \boldsymbol{e}_i A_j B_k = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1-5d)$$

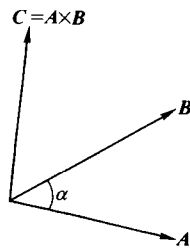


图 1-1 矢量叉乘

式中, ε_{ijk} 为交错单位张量 (勒维-契维塔符号), 是 e_j 和 e_k 的矢量积在 e_i 方向上的分量, 可写成:

$$\varepsilon_{ijk} = e_i \cdot e_j \times e_k = \begin{cases} +1 & ijk = 123, 231, 312 \\ -1 & ijk = 321, 213, 132 \\ 0 & i, j, k \text{ 中任两项相等} \end{cases} \quad (1-6)$$

且有如下关系式成立:

$$\sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{hjk} = 2\delta_{ih}, \quad \sum_k \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mnk} = \delta_{im}\delta_{jn} - \delta_{in}\delta_{jm} \quad (1-7)$$

两矢量并矢的结果为一张量, 称为并矢量, 其分量为两矢量的分量之积, 即:

$$AB = \begin{bmatrix} A_1B_1 & A_1B_2 & A_1B_3 \\ A_2B_1 & A_2B_2 & A_2B_3 \\ A_3B_1 & A_3B_2 & A_3B_3 \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

利用单位并矢量 $e_i e_j$, 张量 τ 可以写成:

$$\tau = \sum_i \sum_j e_i e_j \tau_{ij} \quad (1-9)$$

矢量混合积为一标量, 即:

$$A \cdot (B \times C) = \sum_i A_i (B \times C)_i = \sum_i \sum_j \sum_k (\varepsilon_{ijk} A_i B_j C_k) = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} \quad (1-10)$$

可以证明:

$$A \cdot (B \times C) = C \cdot (A \times B) = B \cdot (C \times A) = -A \cdot (C \times B) \\ = -A \cdot (C \times B) = -C \cdot (B \times A) = -B \cdot (A \times C) \quad (1-11a)$$

$$A \times (B \times C) = (A \cdot C)B - (A \cdot B)C \quad (1-11b)$$

$$A \times B \times C = (A \cdot C)B - (B \cdot C)A \quad (1-11c)$$

$$(A \times B) \cdot (C \times D) = (A \cdot C)(B \cdot D) - (A \cdot D)(B \cdot C) \quad (1-11d)$$

$$(A \times B) \times (C \times D) = (A \times B \cdot D)C - (A \times B \cdot C)D \quad (1-11e)$$

$$(AB) \cdot C = A(B \cdot C) = (B \cdot C)A \quad (1-11f)$$

$$C \cdot (AB) = (C \cdot A)B \quad (1-11g)$$

$$(AB) \cdot (CD) = (B \cdot C)AD, \quad (CD) \cdot (AB) = (D \cdot A)CB \quad (1-11h)$$

对单位矢量有:

$$e_i e_j \cdot e_k = e_i \delta_{jk}, \quad e_i \cdot e_j e_k = \delta_{ij} e_k, \quad e_i e_j \cdot e_k e_l = \delta_{jk} e_i e_l \quad (1-12)$$

1.1.2.2 张量的加减与乘法运算

同阶张量可相加 (减), 其和 (差) 仍为张量:

$$\sigma \pm \tau = \sum_i \sum_j e_i e_j \sigma_{ij} \pm \sum_i \sum_j e_i e_j \tau_{ij} = \sum_i \sum_j e_i e_j (\sigma_{ij} \pm \tau_{ij}) \quad (1-13)$$

可见，张量加法服从交换律和结合律。

一标量与一张量相乘结果仍为一张量：

$$s\tau = s \sum_i \sum_j e_i e_j \tau_{ij} = \sum_i \sum_j e_i e_j (s\tau_{ij}) \quad (1-14)$$

一矢量对一张量的点乘为一矢量：

$$\begin{aligned} A \cdot \tau &= \left(\sum_i e_i A_i \right) \cdot \left(\sum_j \sum_k e_j e_k \tau_{jk} \right) = \sum_i \sum_j \sum_k (e_i \cdot e_j e_k) A_i \tau_{jk} \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ij} e_k A_i \tau_{jk} = \sum_i \sum_k e_k A_i \tau_{ik} = \sum_k e_k \left(\sum_i A_i \tau_{ik} \right) \end{aligned} \quad (1-15)$$

即，矢量 $A \cdot \tau$ 的第 k 个分量为 $\sum_i A_i \tau_{ik}$ 。同理，张量对矢量的点乘为 $\tau \cdot A = \sum_k e_k \left(\sum_i \tau_{ki} A_i \right)$ 。若 τ 为对称张量，则 $A \cdot \tau = \tau \cdot A$ ，否则 $A \cdot \tau \neq \tau \cdot A$ 。可见矢量和张量的点乘服从分配律：

$$A \cdot (\sigma + \tau) = A \cdot \sigma + A \cdot \tau \quad (1-16a)$$

$$\tau \cdot (A + B) = \tau \cdot A + \tau \cdot B \quad (1-16b)$$

两张量的点乘分单点乘和双点乘两种。两张量单点乘的结果仍为一张量：

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \tau &= \sum_i \sum_j e_i e_j \sigma_{ij} \cdot \sum_k \sum_l e_k e_l \tau_{kl} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (e_i e_j \cdot e_k e_l) \sigma_{ij} \tau_{kl} \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \delta_{jk} e_i e_l \sigma_{ij} \tau_{kl} = \sum_i \sum_j \sum_l e_i e_l \sigma_{ij} \tau_{jl} = \sum_i \sum_l e_i e_l \left(\sum_j \sigma_{ij} \tau_{jl} \right) \end{aligned} \quad (1-17a)$$

可见张量的单点乘服从分配律，不服从交换律。两张量双点乘的结果为一标量：

$$\begin{aligned} \sigma : \tau &= \sum_i \sum_j e_i e_j \sigma_{ij} : \sum_k \sum_l e_k e_l \tau_{kl} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (e_i e_j : e_k e_l) \sigma_{ij} \tau_{kl} \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \delta_{jk} \delta_{il} \sigma_{ij} \tau_{kl} = \sum_i \sum_j \sigma_{ij} \tau_{ij} \end{aligned} \quad (1-17b)$$

两个并矢的双点乘是指把它们最邻近的矢量两两缩并：

$$AB : CD = (B \cdot C)(A \cdot D) \quad (1-18a)$$

$$e_i e_j : e_k e_l = \delta_{jk} \delta_{il} \quad (1-18b)$$

1.1.2.3 矢量的微分运算

矢量微分算符 ∇ 在直角坐标系中定义为：

$$\nabla = e_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + e_3 \frac{\partial}{\partial x_3} = \sum_i e_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1-19a)$$

也称为哈密顿 (Hamilton) 算符或那勃勒 (Nabla) 算符，相当于一个矢量。该算符必须遵守矢量和微分的规则，且必须作用于一个标量或矢量来运算。