中等农业学校試用教科書

数学

上册

江苏省句容农业学校主编

农牧类各专业用

农业出版社

中等农业学校試用教科書

数　　学

上　冊

江苏省句容农业学校主編

农牧类各专业用

农业出版社

主　編　江苏省句容农业学校

編著者　江苏省句容农业学校　　章景星

陕西省安康农业学校　　郭尔康

安徽省鳳阳农业学校　　李碩德

安徽省宿县农业学校　　張公愚

中等农业学校試用教科書

数　　学

上　册

江苏省句容农业学校主編

农业出版社出版

北京西总布胡同七号

（北京市書刊出版业营业許可証出字第106号）

新华書店科技發行所發行　　各地新华書店經售

北京市印刷一厂印刷裝訂

統一書号 13144·68

1960年7月北京原人教制	开本 787×1092 毫米
1960年8月初版	三十二分之一
1961年6月北京第二次印刷	字数 128千字
印数 1—50 000册	印張 五又十六分之九
原人教版一版一次印数3万册	定价 (7) 四角

序

在党的社会主义建設总路綫的光輝照耀下，我国工农业生产获得了連年持續的大躍进，人民公社得到了进一步的巩固和发展，技术革新和技术革命的羣众运动也普遍地展开，教育事業也开展了羣众性的教学改革。因此，原来的中等农业学校数学教科書的内容，已不能完全适应客观形势發展的要求，中华人民共和国农业部組織了部分教师，对数学教科書进行了修訂。

本書的編写，是以馬克思列宁主义、毛澤东思想为指导，坚决貫徹党的"教育为無产阶級政治服务、教育与生产劳动相結合"的方針，力求做到理論密切联系实际。根据上述新的要求，我們对本書作了如下的修訂：

(1)删去了一些过时的、繁复而非必要的內容。增加了解析几何、排列組合、概率論等現代数学的基础知識，补充了作空間圖形的內容。

(2)加强实習作业，例題和習題以能联系实际为主。

(3)取消了旧的分科，整个內容以函数为綱，尽量做到数与形的結合、概念与計算的結合。

(4)通过学習，使学生掌握計算工具的使用方法并培养其計算能力。

全書共分十六章，学習时間（包括复習时間在內）共計 216 学时。

同时，在使用本書时，可酌情增授有关数理統計、綫性規划等現代数学的基础知識。

在本書的編写过程中，承蒙南京师范学院、南京农学院和很

多兄弟学校給予热情的帮助和支持，謹致謝忱。

由于編写时間短促和編者业务水平所限，書中內容仍难免有不当之处，希讀者随时指正，以便再版时修訂。

編者

一九六〇年五月

序……………………………………………………………………1

第一章　冪和方根……………………………………………………1

一、整指数冪……………………………………………………1

§1. 正整指数冪(1)　§2. 零指数冪和負整指数冪(3)　§3. 零指数冪和負整指数冪的运算(4)　习題一(6)

二、方根和分指数冪……………………………………………7

§4. 方根的意义(7)　§5. 方根的性质(8)　§6. 算术根(9)　§7. 正有理数的算术根(9)　§8. 用表的計算(10)　§9. 积、分式、冪、单項式的算术根(13)　§10. 分指数冪(14)　习題二(17)

三、根式…………………………………………………………19

§11. 根式的意义(19)　§12. 根式的基本性质(20)　§13. 根式的变形(21)　§14. 根式的化簡(22)　§15. 根式的加减法(22)　§16. 根式的乘法(23)　§17. 根式的除法(24)　§18. 根式的乘方和开方(26)　习題三(27)

第二章　近似計算…………………………………………………32

一、近似数的概念………………………………………………32

§19. 量和数(32)　§20. 眞值和近似值(33)　§21. 数的取舍法(34)

二、近似数据的精确度…………………………………………36

§22. 近似数据的絕对誤差及其界(36)　§23. 近似数据的相对誤差及其界(39)　§24. 近似数据的有效数字和可靠数字(41)　习題四(42)

三、近似数据的計算法則………………………………………43

§25. 引言(43)　§26. 近似数据的加减法則(44)　§27. 近似数据的乘除法則(47)　§28. 近似数据的平方、立方和开平方的法則(51)　§29. 近似数据計算法則的綜合运用(52)　§30. 預定精确度的計算法則(55)　习題五(57)　实习作业(59)

第三章　实数和綫段的度量………………………………………60

一、綫段的度量…………………………………………………60

§31. 綫段度量的概念(60) §32. 綫段的公度、有公度綫段和无公度綫段(64)

二、实数……66

§33. 无理数(66) §34. 实数和数軸上的点(67) §35. 实数的运算(70) §36. 无理指数冪的概念(72) 习題六(72)

第四章 比例綫段 相似形……74

一、基本概念……74

§37. 两綫段的比(74) §38. 成比例的綫段(74) 习題七(77)

二、三角形的相似……78

§39. 相似形(78) §40. 定理(79) §41. 三角形相似的判定定理(82) §42. 直角三角形相似的判定定理(84) §43. 定理(87)

三、多边形的相似……89

§44. 相似多边形的性质(89) §45. 定理(91) §46. 多边形的相似变换(92) 习題八(94)

四、关于比例綫段的定理及作图……99

§47. 关于直角三角形的比例綫段(99) §48. 勾股定理(100)
§49. 关于圓的比例綫段(102) §50. 作两条綫段的比例中項(104)
§51. 分綫段为已知比(105) §52. 第四比例綫段的作法(105)
§53. 比例規(106) 实习作业(108) 习題九(108)

第五章 多边形的面积……112

一、多边形面积的計算……112

§54. 面积的概念(112) §55. 平行四边形和三角形的面积(113)
§56. 梯形的面积(119)

二、相似形面积的比……120

§57. 定理(120) §58. 定理(122) 实习作业(123) 习題十(125)

第六章 函数和平面上点的坐标的运用……131

一、函数概念……131

§59. 常量和变量(131) §60. 函数(134) §61. 函数关系的表示法(134)

二、函数图象和平面上点的坐标的运用……136

§62. 平面上点的坐标(136) §63. 函数的图象(137) §64. 两点間的距离(140) §65. 求綫段的定比分点(141) 习題十一(143)

第七章 銳角三角函数……146

一、銳角三角函数的基本性質……146

§66. 銳角三角函数的定义(146) §67. 余角的三角函数(148) §68. 30°,45° 和 60° 各角的三角函数(149) §69. 銳角 α 在 0°—90° 之間变化时三角函数值的变化(150) §70. 銳角三角函数表(152) 习題十二(156)

二、銳角三角函数的应用……157

§71. 直角三角形的解法(158) §72. 圓内接和外切正多边形边长的計算(162) §73. 三角形,平行四边形和圓内接及外切正多边形面积的計算(163) 习題十三(166)

第一章　幂和方根

一、整指数幂

在初中代数里，我們已經学过关于幂的一些性質和运算法则。那时所研究的幂，指数都是正整数，現在我們要在它的基础上建立更广义的幂的概念，因此，首先把正整指数幂复习一下。

§1. 正整指数幂　求相同因子的乘积的运算叫做乘方，乘方所得的結果叫做幂。例如：

$$(-2)(-2)(-2)(-2)(-2)=(-2)^5=-32,$$

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots\cdots a}_{n\text{ 个}}=a^n.$$

a^n 就是 a 的 n 次幂，a 叫幂的底数，n 叫幂的指数，它可以是任何正整数。

幂有下列的一些性質：

1. 正数的任何次幂，仍是一个正数。

2. 負数的偶次幂是一个正数，奇次幂是一个負数。例如：

$$(-3)^4=(-3)(-3)(-3)(-3)=81;$$

$$(-3)^6=(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)=729.$$

一般的：

$$(-a)^{2n}=\underbrace{(-a)(-a)(-a)\cdots\cdots(-a)}_{\text{共 }2n\text{ 个}}=a^{2n}.\quad(a>0)$$

又如：

$$(-2)^3=(-2)(-2)(-2)=-8,$$

$$(-2)^5=(-2)(-2)(-2)(-2)(-2)=-32;$$

一般的：

$$(-a)^{2n-1}=(-a)(-a)(-a)\cdots\cdots(-a)=-a^{2n-1}(a>0)$$

3. 零的任何次幂还是零。

幂是根据下面的法则进行运算的:

1. 同底数的幂相乘，是把各个因子的幂指数相加，幂底数不变。用式子表示就是:

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$$

2. 同底数的幂相除，是把被除数的幂指数和除数的幂指数相减,幂底数不变。

(1)如果被除式的幂指数大于除式的幂指数，所得的商是整式，指数等于被除式的幂指数减去除式的幂指数。用式子表示就是:

$$a^m\div a^n=a^{m-n}.\quad (m>n)$$

(2)如果被除式的幂指数等于除式的幂指数，所得的商就是1。

(3)如果被除式的幂指数小于除式的幂指数,所得的商是一个分式，分子是1，分母是同底数的幂，指数等于除式的幂指数减去被除式的幂指数。用式子表示就是:

$$a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}.\quad (m<n)$$

3. 幂的乘方,是把幂指数乘上乘方的次数,幂底数不变。用式子表示就是:

$$(a^m)^n=a^{mn}.$$

4. 积乘方时,是把各因子乘方后再相乘。用式子表示就是:

$$(a\cdot b\cdot c\cdots\cdots)^n=a^n\cdot b^n\cdot c^n\cdots\cdots$$

5. 分式的乘方,是把分子和分母分别乘方,再用分母的幂去除分子的幂。用式子表示就是:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.\quad (b\neq 0)$$

6. 单项式的乘方要根据上面的法則3、4和5来进行。例如:

$$\left(\frac{3}{4}a^m b^n\right)^p=\left(\frac{3}{4}\right)^p\cdot(a^m)^p\cdot(b^n)^p=\frac{3^p}{4^p}a^{mp}b^{np}.$$

下面是冪的运算的例:

例1: 計算 $\left(\frac{b^3}{a^2}\cdot\frac{b^5}{a^4}\right)^2\div\left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3.$

解: $\left(\frac{b^3}{a^2}\cdot\frac{b^5}{a^4}\right)^2\div\left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3=\left(\frac{b^8}{a^6}\right)^2\div\left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3$

$$=\frac{b^{16}}{a^{12}}\div\frac{b^{12}}{a^{15}}=\frac{b^{16}}{a^{12}}\times\frac{a^{15}}{b^{12}}=a^3b^4.$$

例2: 計算 $\left(\frac{ax^3}{b^2y^2}\right)^2\times(-2ab^2xy^3)^3.$

解: $\left(\frac{ax^3}{b^2y^2}\right)^2\times(-2ab^2xy^3)^3=\frac{a^2x^6}{b^4y^4}\times(-8a^3b^6x^3y^9)$

$$=-8a^5b^2x^9y^5.$$

§2 零指数冪和負整指数冪 在正整指数冪的运算法則里,同底数冪的除法法則是:

1. 若 $m>n$, 則 $a^m\div a^n=a^{m-n}$;

2. 若 $m=n$, 則 $a^m\div a^n=1$;

3. 若 $m<n$, 則 $a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$.

这些法則,对 a 为不等于零的任何數数都能适用。

如果当 $m=n$ 的时候,我們仍按照法則1运算,那末就得

$$a^m\div a^n=a^{m-n}=a^0.$$

a^0 是一个指数为零的冪,叫做**零指数冪**。

如果当 $m<n$ 的时候,我們也照法則1运算,那末就得

$$a^m\div a^n=a^{m-n}=a^{-(n-m)}.\quad[(n-m)>0]$$

这时, $a^{-(n-m)}$的冪指数是一个負整数, 叫做**負整指数冪**。例如:

$$a^2 \div a^5 = a^{2-5} = a^{-3};\ a^4 \div a^{10} = a^{4-10} = a^{-6}.$$

a 的零指数幂和負整指数幂是不能用正整指数幂的意义来解释的，因为零个 a 相乘或負 n 个 a 相乘都是沒有意义的。可是如果我們把它們分別看成是按法則 2、法則 3 运算的結果的另一种表現形式，那末就能把三种运算法則融合在一个法則里，因而簡化了运算法則。

为了便于运算，我們作出下面的規定：

1. 不等于零的任何数的零次幂，都等于 1。用式子表示就是

$$a^0 = 1.\quad (a \neq 0)$$

例如： $5^0 = 1;\ (-6)^0 = 1;\ \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$。

2. 指数为負整数的幂，等于用負整指数的絕对值为指数的正整指幂的倒数。用式子来表示就是

$$a^{-s} = \frac{1}{a^s}.\quad (a \neq 0,\ s > 0)$$

例如：

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0.001;\quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} = 81;$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}.$$

从負整指数幂的意义，我們可以知道，負整指数幂可以写成分式，反过来，分式也可以写成負整指数幂。

例如： $2^{-1}a^{-3}b^{-2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a^3}\cdot\frac{1}{b^2} = \frac{1}{2a^3b^2};$

$$\frac{a}{xy^2} = a\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y^2} = ax^{-1}y^{-2}.$$

§3 零指数幂和負整指数幂的运算 現在我們来說明零指数幂和負整指数幂应該怎样运算。首先我們通过例子来說明零指

数幂和負整指数幂对于正整指数幂的一切运算法則，仍旧适用。

例如：我們来說明当 $m=-s,n=-P$（s、P 是正整数）的时候，运算法則 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ 仍旧适用。

首先把負整指数幂，根据它的意义，改写成正整指数幂的形式进行运算。

$$\because\quad a^{-s}=\frac{1}{a^s},\ \ a^{-P}=\frac{1}{a^P};$$

$$\therefore\quad a^{-s}\cdot a^{-P}=\frac{1}{a^s}\cdot\frac{1}{a^P}=\frac{1}{a^s\cdot a^P}=\frac{1}{a^{s+P}}.$$

其次，把負整指数幂直接应用运算法則来运算，就得：

$$a^{-s}\cdot a^{-P}=a^{-(s+P)}=\frac{1}{a^{s+P}}.$$

結果完全相同。

因此，运算法則 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ 也适用于負整指数幂。

用同样的方法，可以証明正整指数幂的一切运算法則，都适用于零指数幂和負整指数幂。

下面是零指数幂和負整指数幂的运算的例。

例 1：計算 $(5a^{-2}b^3c^{-3})(0.8ab^{-3}c^4)$。

解：$(5a^{-2}b^3c^{-3})(0.8ab^{-3}c^4)=4a^{(-2+1)}b^{(3-3)}c^{(-3+4)}$

$$=4a^{-1}b^0c^1=4a^{-1}c.$$

例 2：計算 $5x^{-1}y^2z^{-3}\div 25x^2y^{-2}z^{-3}$。

解：$5x^{-1}y^2z^{-3}\div 25x^2y^{-2}z^{-3}$

$$=\frac{1}{5}x^{-1-2}y^{2-(-2)}z^{-3-(-3)}$$

$$=\frac{1}{5}x^{-3}y^4$$

例 3：計算 $(2a^2x^{-3})^{-2}$。

解：$(2a^2x^{-3})^{-2}=2^{-2}a^{2(-2)}x^{(-3)(-2)}$

$$=2^{-2}a^{-4}x^{6}$$

例 4: 計算 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\div\left(\frac{1}{3}\right)^{0}$.

解: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\div\left(\frac{1}{3}\right)^{0}$

$$=(2\times3^{-1})^{-3}\times(-2^{-1})^{-2}\div1$$

$$=2^{-3}\times3^{3}\times2^{2}=\frac{1}{8}\times27\times4=\frac{27}{2}=13\frac{1}{2}.$$

例 5: 計算 $(a^{-2}+b^{-3})(a^{-2}-b^{-3})$。

解: $(a^{-2}+b^{-3})(a^{-2}-b^{-3})$

$$=(a^{-2})^{2}-(b^{-3})^{2}=a^{-4}-b^{-6}.$$

例 6: 計算 $(x^{-2}-y^{-1})^{2}$。

解: $(x^{-2}-y^{-1})^{2}$

$$=(x^{-2})^{2}-2(x^{-2})(y^{-1})+(y^{-1})^{2}$$

$$=x^{-4}-2x^{-2}y^{-1}+y^{-2}$$

习 题 一

1. 計算:

(1) $(-3)^{3}$; (2) $(-3)^{4}$; (3) $(-0.2)^{3}$;

(4) $(-0.1)^{4}$; (5) $(-1)^{2m}$; (6) $(-1)^{2n+1}$;

(7) $a^{2n}+(-a)^{2n}$; (8) $x^{2n+1}+(-x)^{2n+1}$.

2. 求下列各式的結果:

(1) $(-a)^{4}\cdot(-a)^{3}\cdot(-a)$; (2) $(-x)^{9}\div x^{7}$;

(3) $[(-b)^{3}]^{2}$; (4) $\left(-\frac{2}{3}a^{2}x^{5}\right)^{3}$;

(5) $\left(\frac{a^{3}b^{4}c}{mp^{3}}\right)\div\left(\frac{a^{5}b^{8}c^{2}}{m^{2}p^{5}}\right)^{3}$; (6) $\left(1-\frac{1}{x}\right)^{2}\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2}$.

3. 計算下列各式:

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{0}+(\sqrt{3})^{0}$; (2) $(-1)^{0}-2^{-3}$;

(3) $2\times 4^{-1}\times 3^{-2}$;　　(4) $3^{-3}\div\left(-\frac{1}{3}\right)^{0}$;

(5) $(5^{0})^{-3}\div 2^{-1}$;　　(6) $(\sqrt{115})^{0}\times 5^{-2}\div\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{0}\right]^{-2}$

4. 計算下列各式:

(1) $a^{-2}\cdot a^{0}b^{-1}\cdot b^{-3}\cdot c^{0}$;　　(2) $\frac{1}{x^{3}}\cdot\frac{1}{a}\cdot x^{-5}\cdot a^{-3}$;

(3) $m^{-2}n^{-4}b^{-1}\div m^{-3}n^{-2}b^{-1}$;　　(4) $(x^{-3})^{-5}\div x^{-10}$;

(5) $\left(3^{-2}\frac{1}{a}\cdot b^{-3}c^{0}\right)^{-6}$;　　(6) $[(a+b)^{-1}]^{-3}\cdot(a+b)^{-2}$;

(7) $\frac{m^{3}+n^{-3}}{m+n^{-1}}-(m-n^{-1})^{2}$.

二、方根和分指数幂

§4 方根的意义 我們巳經知道,如果一个数的平方等于 a,这个数就叫做 a 的平方根。同样我們可以从正整指数幂的意义来建立方根的一般概念。

如果一个数 x 的 n 次幂等于 a, 卽 $x^{n}=a$, 那末数 x 就叫做 a 的 **n 次方根**。 a 的 n 次方根是用 $\sqrt[n]{a}$ 来表示的, a 叫**根底数**, n 叫**根指数**, $\sqrt{\ }$ 叫**根号**。

例如:

因为 $(+5)^{2}=25$, 所以 $+5$ 是 25 的 2 次方根, 也就是 25 的平方根, 記作 $\sqrt{25}=5$。

因为 $(-5)^{2}=25$, 所以 -5 也是 25 的平方根, 記作 $\sqrt{25}=-5$;

因为 $3^{3}=27$, 所以 3 是 27 的 3 次方根, 記作 $\sqrt[3]{27}=3$;

因为 $(-3)^{3}=-27$, 所以 -3 是 -27 的 3 次方根, 卽 $\sqrt[3]{-27}=$ $=-3$;

因为 $2^{4}=16$, 所以 2 是 16 的 4 次方根, 卽 $\sqrt[4]{16}=2$。

a 的三次方根也叫 a 的立方根。

求 a 的 n 次方根的运算叫开 n 次方。开三次方也叫开立方。

从方根的意义可以得出:

$$(\sqrt[n]{a})^n=a.$$

这就說明,开方与乘方是互逆的运算。因此,我們可以利用乘方来檢驗开方的結果是否正确。例如,要檢驗 -64 的立方根是不是 -4,只要看 -4 的立方是不是 -64 就可以了。

§5 方根的性質 现在我們根据根指数是奇数还是偶数来研究方根的性质。

1. 奇次方根 因为正数的奇次冪永远是正数、負数的奇次冪永远是負数,而且不同的正数或負数,它們的同一奇次冪都不相同;所以正数的奇次方根必須是正数,負数的奇次方根必須是負数,而且它們的任一奇次方根都只能有一个。

例如:

$$\because\ 8=2\times2\times2,\ \therefore\ \sqrt[3]{8}=2;$$

$$\because\ -8=(-2)\times(-2)\times(-2),\ \therefore\ \sqrt[3]{-8}=-2;$$

$$\because\ 243=3\times3\times3\times3\times3,\ \therefore\ \sqrt[5]{243}=3;$$

$$\because\ -243=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3),$$

$$\therefore\ \sqrt[5]{-243}=-3.$$

2. 偶次方根 因为絕对值相同的正数和負数,它們的同一偶次冪都是正数,而且相等;所以正数的任一偶次方根都有两个,它們是两个相反的数。

例如:

$$\because\ 16=2\times2\times2\times2=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2),$$

$$\therefore\ \sqrt[4]{16}=\pm2.$$

因为任何正数或負数的偶次冪都不能得到一个負数,所以負数的偶次方根不能是任何正数或負数。

3. 零的任何次冪总是零,所以零的任何次方根还是零。

§ 6 算术根 由于正数的任一偶次方根总有兩个，因而在計算上就不能得到唯一确定的結果。例如，$\sqrt{9}+\sqrt{4}$的値可以有四种結果，即：

$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5,\ \sqrt{9}+\sqrt{4}=3+(-2)=1,$$
$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=-3+2=-1,\ \sqrt{9}+\sqrt{4}=-3+(-2)=$$
$$=-5。$$

为求运算上的統一，我們有必要引入算术根的概念。

正数的正方根，叫做**算术根**。

例如：+3 和 −3 都是 9 的平方根，而 +3 是 9 开平方所得的算术根。同样 16 开四次方时，它的算术根是 2；125 开立方所得的算术根是 5。

虽然算术根的涵义不包括負数的开方，但由于負数的奇次方根的絕对値和与它相反的正数的同一奇次方根相等，所以它的奇次方根总可以用与它相反的正数的算术根来表示的，所以負数的奇次方根可以用与它对应的算术根表示。例如：

$$\sqrt[3]{-8}=-\sqrt[3]{8}=-2,\quad \sqrt[3]{-125}=-\sqrt[3]{125}=-5.$$

一般地，如 $\sqrt[2n+1]{-a}=-\sqrt[2n+1]{a}\ (a>0)$

本書以后所講方根，都是指算术根，而且規定$\sqrt[n]{a}$只表示 a 的算术根。

§ 7 正有理数的算术根 我們已經知道，一切正負数(整数或者分数)和零統称为有理数。一切有理数在进行四則运算或者乘方的时候，所得的結果还是一个有理数，但是一个正有理数的算术根，就不一定是有理数。例如，可以証明，$\sqrt{2}$的算术根就不是一个有理数。

要証明$\sqrt{2}$不能是有理数，只要証明沒有一个正有理数的平方等于 2 就可以了。

因为任何正有理数都可写成$\frac{m}{n}$的形式，这里 m 和 n 是互質的