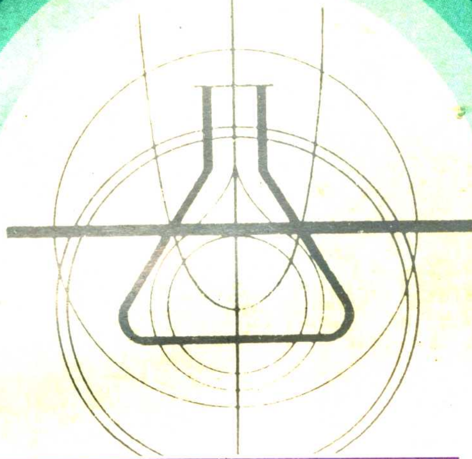


小学数学奥林匹克竞赛辅导与训练

安徽省小学数学教学研究会 编

安徽少年儿童出版社

小学数学奥林匹克竞赛辅导与训练

安徽省小学数学教学研究会 编

安徽少年儿童出版社

（皖）新登字06号

小学数学奥林匹克竞赛辅导与训练
安徽省小学数学教学研究会编
安徽少年儿童出版社出版发行
（合肥市金寨路283号）
新华书店经销　　庐江县印刷厂印刷
开本：850×1168 1/32 印张：12 插页：2 字数：25万
1993年5月第1版　　1993年5月第1次印刷
印数：1——25,000
ISBN7-5397-0858-1 G・482（儿）　　定价4.60元

前　言

近几年来，国内外中小学生数学竞赛活动，如雨后春笋，生机勃勃，呈现出一片繁荣的景象。

数学是训练思维的体操。数学思维的训练如培养体育运动员一样，也必须从少年儿童抓起。在小学阶段开展数学竞赛活动，不但有利于及早发现人才，培养人才，也有利于激发和培养广大小学生学习数学的兴趣，更有利于学生思维素质的提高。

为适应各地参加小学数学奥林匹克竞赛活动的需要，特编写了《小学数学奥林匹克竞赛辅导与训练》一书。本书分三部分，第一部分为“专题篇”，共分十九讲，全面地、循序渐进地对学生进行竞赛辅导。每一讲注意紧密联系小学数学教材，并适当加以拓宽引伸，系统地介绍了有关数学基础知识，以及数学思想和方法。注意选用若干例题作为范例，帮助学生熟悉解题的技能，寻找解题的规律，掌握思考的方法。在每讲后面还安排了“试一试”的训练题，以供学生练习之用。第二部分为“训练篇”，分为“综合训练”和“模拟训练”两段，每段设计和选编了若干套竞赛练习题，呈阶梯形，以供参赛学生进行综合训练和模拟训练用。第三部分为“国内外小学数学奥林匹克竞赛题集锦”，供师生教学、参考用。书末附有部分试题参考答案及解题思路指导，以便查对。

本书不仅可作为各地举办小学数学奥林匹克竞赛培训班的辅导教材，而且可供各地小学数学课外活动选用。同时，也为广大小学数学教师和教研人员，提供了一本丰富的有关数学竞赛方面的教学参考资料。

由于我们水平有限，书中错漏之处在所难免，恳望广大读者批评指正。

安徽省小学数学教学研究会

1992年5月

目　录

数学奥林匹克简介

一、专题篇

数学奥林匹克简介

奥林匹克起源于古希腊人关于灵活、力量与美的竞赛。第一次奥林匹克竞赛开始于公元前776年，以后每隔四年举行一次。期间，曾因基督教的传播于公元前394年而中断，再度开始奥林匹克运动是在1896年。

随着科学技术的发展，人们开始举行关于解数学题目的竞赛。这种竞赛与体育比赛在精神上有许多相通之处，因此国际上把数学竞赛称做数学奥林匹克。最早的中学生数学竞赛是匈牙利于1894年举办的，从此以后，许多国家争相仿效，举办了全国性的数学竞赛。1902年，罗马尼亚首次举办数学竞赛；1934年，苏联首次举办“数学奥林匹克”，最早提出这种竞赛名称，它举行竞赛的时间不是每四年一次，而是每隔一年举行一次。

随着中学生数学竞赛活动的开展，1959年在罗马尼亚布加勒斯特举行了首届“国际中学生数学竞赛”，得到了东欧七国的积极响应。从此，以后每隔一年举行一次国际性的数学竞赛活动。

1956年，我国著名数学家华罗庚教授等倡导的高中数学竞赛，先后在北京、天津、上海和武汉四大城市举行，从而揭开了我国数学竞赛的序幕。1978年开始举行全国性高中学生数学竞赛；1983年开始举行全国性初中数学竞赛，以后每隔一年举行一次。同时，我国中学生还参加了其它国家举办的一些中学生数学竞赛的通讯比赛。

1985年，在26届国际奥林匹克竞赛中，我国首次派代表参加了这次比赛。1986年，我国中学生数学奥林匹克代表队一行六人正式参加了在波兰华沙举行的第27届国际中学生数学奥林匹克，

并取得了三个一等奖、一个二等奖、一个三等奖的好成绩，团体总分列居第四位，为我国争得了荣誉。1989年，我国又派出六名中国选手参加第30届国际数学奥林匹克竞赛，共获四枚金牌和两枚银牌，在50个参赛国中总分名列第一。受到了与会各国代表队的瞩目，显示出我国数学教育及数学科学工作的巨大潜力。

随着国际数学竞赛活动的蓬勃发展，我国数学竞赛已经由高中发展到初中，进而又由初中扩大到小学。全国性的“华罗庚金杯”少年数学邀请赛已进行了三届，各地区、报刊举办的小学生数学竞赛，也如雨后春笋，呈现出一派繁荣的景象。1991年，我省第一次组织各地、市，共两千多名小学生，参加了全国小学数学奥林匹克竞赛。

小学数学奥林匹克是由小学五、六年级学生参加的全国性数学课外活动，它由中国数学会普及工作委员会主办。这种竞赛分初赛和决赛，将分别在每年三月中旬和四月下旬举行。

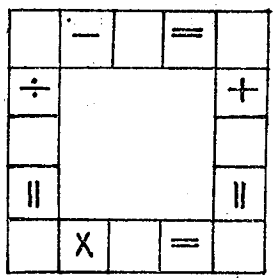
专题篇

第一讲　填　　数

“填数”(包括填运算符号和括号等)是一类有趣的数学问题，通过对这些问题的解答，不仅加深了对小学数学基本知识的理解，而且还可以培养学生观察能力、分析能力和推理判断能力。

为了叙述方便起见，分三方面来讲。

1. 填　数

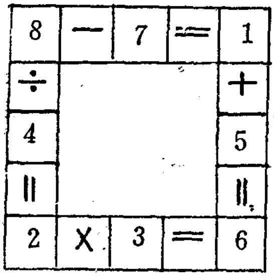


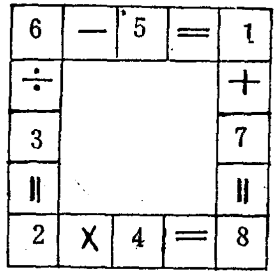
〔例1〕　把1、2、3、4、5、6、7、8八个数字分别填入右图中的八个空格里，使图中四边正好组成加、减、乘、除四个算式。

解：首先应该考虑乘法算式和除法算式，因为除法算式中的被除数与乘法算式中的积都有特殊的要求，它们必须等于两个不同数字的乘积，而且在八个数中符合这个要求的只有6和8。关键地方的数找到了，剩下的几个数就不难填了。

如果8作被除数，6作为积，其它的空格可随之而定(见下左图)。

如果6作被除数，8作为积，又得到另一解(见下右图)。





〔例2〕 把1、2、3、4、5、6、7、8、9九个不同的数字分别填在○里，使右边三个算式成立。

○+○=○

○−○=○

○×○=○

解：应先考虑要求较高的乘法算式，乘法算式有两种填法：

2×3=6　　　2×4=8

乘法算式如取 2×3=6，

那么1+4=5　　剩下的7、8、9不能组减法算式。

1+7=8　　剩下4、5、9可以组减法算式。

1+8=9　　剩下4、5、7不能组减法算式。

4+5=9　　剩下1、7、8可以组减法算式。

乘法算式如取 2×4=8

那么1+5=6　　剩下3、7、9不能组减法算式。

1+6=7　　剩下3、5、9不能组减法算式。

3+6=9　　剩下1、5、7不能组减法算式。

因此，本题有两组解：

1+7=8	4+5=9
9−5=4(或9−4=5)	8−7=1(或8−1=7)
2×3=6	2×3=6

这道题还可以这样分析解答：

乘法算式，只有两种填法：

$2\times4=8$　　　　　　$2\times3=6$

因为奇数±奇数=偶数，

所以在一个加法算式或一个减法算式中至少有一个偶数。给出的九个数中的四个偶数2、4、6、8，其中至少有两个偶数放在前面两个算式。因此第三个算式只能取$2\times3=6$，从而得出两组解。

〔例3〕 把0、1、2、3、4、5、6填到下面算式中，使等式成立。

$$○\times○=○=○\div○$$

解：题目要求是把七个数字填到5个○里，这表明所得的五个数中有三个数是一位数，二个数是两位数（不会是四个一位数、一个三位数，因为两个一位数相乘不等于三位数）。

再考虑哪个位置应该填两位数呢？很明显，应该是积和被除数。

现在看0应填在哪里？0不能作除数。0如果作为乘数，那么它在积中也要出现，如果作为积的个位数字，那么它在被除数也要出现。所以0一定是被除数的个位数字。这时，除数一定是5，被除数一定是60，商才是两位数，于是本题的答案是：

$$3\times4=12=60\div5$$

〔例4〕 填出右面算式中用字母表示的数（同一字母表示同一个数）。

$$\begin{array}{r} \mathrm{A\,B\,C\,D} \\ +\quad \mathrm{C\,D\,E\,A} \\ \hline \mathrm{C\,E\,A\,D\,C} \end{array}$$

分析与解：

(1)两个四位数相加和是五位数，说明万位上的C=1。

(2)千位上A+C=A+1，必须是进位，那么A可能是9，也可能是8两种情况：

如果A=9，9+1=0，那么E=0，

上式改为：

$$\begin{array}{r} 9\,B\,1\,D \\ +\ 1\,D\,0\,9 \\ \hline 1\,0\,9\,D\,1 \end{array}$$

个位上D明显是2，

上式改为：

$$\begin{array}{r} 9\,B\,1\,2 \\ +\ 1\,2\,0\,9 \\ \hline 1\,0\,9\,2\,1 \end{array}$$

百位上B＝7，

得

$$\begin{array}{r} 9\,7\,1\,2 \\ +\ 1\,2\,0\,9 \\ \hline 1\,0\,9\,2\,1 \end{array}$$

如果A＝8的情况，请同学想一想是否成立。

〔例5〕 下面乘法算式中的“来参加数学邀请赛”八个字，各代表一个不同的数字。其中“赛”代表9，其它的数字各代表几？

$$\begin{array}{r} \text{来参加数学邀请赛} \\ \times\qquad\qquad\quad \text{赛} \\ \hline \text{来来来来来来来来来} \end{array}$$

解：已知“赛”代表9，赛×赛＝9×9＝81，由此可知“来”代表1，原式中的乘积则为111111111。

根据积÷一个因数＝另一个因数，可求得被乘数

111111111÷9＝12345679

从而得出：“参”代表2，“加”代表3，“数”代表4，“学”代表5，“邀”代表6，“请”代表7。

〔例6〕 在下面竖式中的□里，填上适当的数，使算式成立。

$$\begin{array}{rrrrrrl}
 & & & \square & 1 & \square & \cdots\cdots A \\
\times & & & 3 & \square & 2 & \cdots\cdots B \\
\hline
 & & & \square & 3 & \square & \cdots\cdots C \\
 & & 3 & \square & 2 & \square & \cdots\cdots D \\
 & \square & 2 & \square & 5 & & \cdots\cdots E \\
\hline
1 & \square & 8 & \square & 3 & 0 & \cdots\cdots F
\end{array}$$

解：为了叙述方便，设

$A=\square 1 \square$，　　$B=3\square 2$，

$C=\square 3 \square$，　　$D=3\square 2\square$，

$E=\square 2\square 5$，　　$F=1\square 8\square 30$，

由F的末位上数是0和十位上数是3，可知A的末位上数是5，C的末位上数是0。

由F的十位上数是3，可知D的末位数是0。

由F的首位上数是1，可知E的首位上数是1。

由E是3×A的积，可知E的十位上数是4，A的首位上数是4。

于是可知C的首位上数是8，F的百位上数是5；D的百位上数是3；F的万位上数是5。

最后，由D÷A＝3320÷415＝8，得B的十位上数是8。

所求的算式是：

$$\begin{array}{rrrrrr}
 & & & 4 & 1 & 5 \\
\times & & & 3 & 8 & 2 \\
\hline
 & & & 8 & 3 & 0 \\
 & & 3 & 3 & 2 & 0 \\
 & 1 & 2 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & 5 & 8 & 5 & 3 & 0
\end{array}$$

〔例7〕　根据右面的乘法算式，你能又对又快地填写出被乘数和乘数吗？

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & \square & \square & \square \\
\times & & & \square & \square \\
\hline
 & 2 & 3 & 6 & 7 \\
1 & 5 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 8 & 1 & 4 & 7
\end{array}$$

解：算式中两个部分积是已知的，我们就可以看出，被乘数□□□是1578和2367的公约数，因此用求公约数的方法，就可以很快地找出被乘数和乘数。

```
  3 | 1578    2367
    ----------------
263 |  526     789
    ----------------
         2       3
```

用短除法求。从这个式子可知：

被乘数是263×3＝789，乘数是23；或者被乘数是263，乘数是69。即：

789×23或263×69

这道题还可以这样想：

把积18147分解质因数得

18147＝3×23×263

所以，263×69　或789×23

〔例8〕 在右面除法竖式中的□里，填上适当的数，使算式成立。

```
          □ 8 □ 7
       ------------
□□ )  □ □ □ □ □ □
      □ □ □
      ------------
          □ □
          □ □
      ------------
              □ □
              □ □
          --------
                0
```

解：除法算式中填数的突破口是除数和商，这个数出来了，其他的数便迎刃而解了。

为了叙述方便，设除数为$\boxed{a|b}$，商为$\boxed{x}$ 8 $\boxed{y}$7，由除法算式特征，可知y＝0

再进一步观察，$\boxed{a|b}$× x ＝□□□，$\boxed{a|b}$×8＝□□，所以x＝9。这样，竖式中的商是9807。

再考虑：$\boxed{a|b}$× x ＝$\boxed{a|b}$×9＝□□□是一个三位数，所以除数最小是12(11×9＝99不是三位数)。而$\boxed{a|b}$×8＝□□是一个

数，所以除数最大是12，（$13\times8=104$是一个三位数）。要同时满足以上两个条件，除数只能是12。

除数和商确定了，其他数就好填了。

```
         9 8 0 7
12 ) 1 1 7 6 8 4
     1 0 8
     -----------
         9 6
         9 6
     -----------
             8 4
             8 4
     -----------
               0
```

〔例9〕 把1——9填入下面□里，使算式成立。

□□÷□=□□÷□=□□÷□

解：商不能是2、3、5(会重复出现1、2)；若商是4、6、8，则被除数中有重复数字2、4、6出现。所以只剩下7或9两种可能。经尝试得两解：

$21\div3=49\div7=56\div8$

$81\div9=27\div3=54\div6$

通过以上例解，我们可以想到，解决算式的填数问题，关键在于找突破口，也就是说，从何处着手来思考。但是常用到的方法可小结如下：

1．两数相乘，如果知道积的尾数(个位数)就可以列出两个乘数的个位上数的各种可能情况。如积的尾数是5，那么一个乘数的尾数是另一个乘数尾数为奇数1、3、5、7、9。

2．乘法算式中，不仅积是由被乘数和乘数确定，反过来，积的位数限制了被乘数和乘数的大小。

3．除法算式中，除数与商的每一位数字决定了每一次的乘积，反过来，每一次乘积的位数与数字限制了除数和商的某一位数字的大小范围。

4．为了确定所求数字，常采用试验法，为了减少试验次数，

也可采用估算来缩小所求数字的范围。

2. 填运算符号和括号

〔例10〕 把+、-、×、÷分别填在下面式子的圆圈里，并在方框里填上适当的整数，使下面的两个等式成立，这时方框里的数是几？

9○13○7＝100……………（1）

14○2○5＝□………………（2）

解：从(1)式来看，已知数9、13、7都比100小得多，所以这个算式必须有乘号。通过尝试得

$$9+13\times7=100$$

从(2)式来看，除号必须用在14○2中，否则不能整除。

$$14\div2-5=2$$

因此方框里的数是2。

〔例11〕 在下面的式子里加上括号，使它们成为正确的等式。

$$7\times9+12\div3-2=23$$

$$7\times9+12\div3-2=75$$

$$7\times9+12\div3-2=47$$

$$7\times9+12\div3-2=35$$

解：以上各式，按四则运算顺序“在没有括号的算式里，先算乘除，后算加减。”的规定进行计算，结果都是不正确的。但要使它们成为正确的算式，必须改变运算顺序，那就要使用括号，而且添括号时，应着重在含有加减运算符号的各数之间来考虑。

(1) $7\times9+12\div3-2=23$

用逆推的方法，从最后一步考虑起。最后一步是减2，所以前面的式子应等于25。即

$$7\times9+12\div3=25$$